INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICO PRIVADO

"DON BOSCO"

D.S. Nº 24-89-ED

Chacas, Asunción, Ancash, Perú

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE PROFESORES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA

ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA "LA PRESENCIA DE LA GEOMETRÍA EN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE", BASADA EN EL ENFOQUE DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO, UTILIZANDO MATERIAL CONCRETO, PARA EL APRENDIZAJE DE LOS POLÍGONOS EN LOS ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I. E. "SANTA ROSA" DE UCHUSQUILLO, PROVINCIA CARLOS FERMÍN FITZCARRALD, DEPARTAMENTO DE ANCASH, EN EL AÑO ACADÉMICO 2016

Autores:

FLORES ARANDA, Wily Florencio

TARAZONA MELGAREJO, Kepler Franklin

Asesor:

Mg. CUEVA HINOSTROZA César Gastón

Chacas 2017

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico a mis padres que me cuidaron y formaron con afecto en los principios de mi vida. También lo dedico a mis queridos hermanos, a los amigos que me han ayudado durante mi formación y a los educadores, maestros entusiastas, que me han formado y puesto en mi mente un mensaje de caridad y amor.

Wily

A Dios, a mis padres, mis amigos y amigas y a las personas que me han guiado en este camino.

Kepler

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a los formadores de la "CASA DON BOSCO"- Pomallucay, de manera especial a la familia Casavecchia, don Nicola, su esposa señora Serena e hijos, por acogernos a la casa mencionada, por la gratitud, preocupación y comprensión que me nos han brindado con fe y cariño durante estos cinco años, sobre todo en los momentos de dificultad y necesidad de ayuda, sea en la parte académica, que en la de nuestro crecimiento moral. Es grato recordar que la familia indicada ha invertido suficiente tiempo, paciencia y sacrificio para sembrar y hacer florecer en nuestros corazones, a través de su ejemplo, la semilla del bien y de la caridad, con la preocupación de nuestra formación espiritual, humana y académica en base a los principios y valores de Don Bosco.

También agradecemos al profesor Yoel y al profesor Lenin, quienes nos han ayudado y acompañado durante nuestra formación en esta casa, regalándonos su tiempo, su cariño y amistad y comprendiendo nuestras dificultades y errores.

Finalmente, agradecemos a nuestros padres, hermanos y amigos quienes, con sus alcances y apoyo incondicional, nos inducen en la realización de cualquier proyecto de nuestras vidas.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación propone la aplicación de una propuesta pedagógica dirigidas a la enseñanza de la geometría. Esta estrategia se han organizado en cuatro laboratorios: "*Observando las figuras geométricas en el aula*", "*Competición amistosa*", "*Reconocemos polígonos*" y "*El azulejo*". Estos laboratorios han conducido a los estudiantes a la exploración de su entorno más cercano, de la naturaleza y las obras artísticas, descubriendo en ellos la presencia de las diferentes formas geométricas, a través de la observación para poder interpretar las propiedades, las características y para poder clasificarlas las dichas figuras geométricas y todo esto para poder representar gráficamente lo observado.

Esta investigación tiene como objetivo general determinar la influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando materiales concretos, para mejorar el aprendizaje de la noción de polígonos en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria. Este objetivo se ha verificado de manera positiva al contrastar los resultados obtenidos en la prueba de pre-test y de post-test.

La propuesta ha sido aplicada con un grupo experimental formado por 11 estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Nº86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo, obteniéndose un resultado satisfactorio. Puesto que los resultados del pre-test indican que la totalidad de los estudiantes se encontraron en un nivel de aprendizaje en inicio, los resultados del post-test muestran una mejora de todos los estudiantes, que en el 64% de los casos han alcanzado un nivel satisfactorio en el conocimiento de los polígonos. Se afirma que la hipótesis ha sido verificada. Los estudiantes han logrado aprender las nociones de los polígonos de manera significativa, con una capacidad para reconocer, describir, representar gráficamente y resolver problemas con polígonos.

En conclusión la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte" ha favorecido el desarrolla de las habilidades visuales, comunicativas y de dibujo y construcción de los estudiantes, siendo un material estimulante para el aprendizaje de la noción de polígonos.

Palabras claves: geometría y naturaleza, geometría y arte, aprendizaje significativo, aprendizaje de la noción de polígonos.

ABSTRACT

The present research work proposes the application of a pedagogical proposal directed to the teaching of the geometry. This strategy has been organized in four laboratories: "Observing the geometric figures in the classroom", "Friendly competition", "We recognize polygons" and "The tile". These laboratories have led students to explore their closest environment, of the nature and artistic works, discovering in them the presence of different geometric forms, through observation to be able to interpret properties, the characteristics and to be able to classify the said geometric figures and all this to be able to graphically represent the observed.

This research has as general objective to determine the influence of the application of the pedagogical proposal "The presence of the geometry in nature and in art", based on the approach of meaningful learning, using concrete materials, to improve the learning of the notion of polygons in the students of the first grade of Secondary Education. This objective has been verified positively by contrasting the results obtained in the test of pre-test and post-test.

The proposal has been applied with an experimental group formed by 11 students of the first degree of Secondary Education of the Educational Institution Nº86378 "Santa Rosa" of Uchusquillo, obtaining a satisfactory result. Since the results of the pre-test indicate that all the students were in a learning level at the beginning, the results of the post-test show an improvement of all the students, that in 64% of the cases have reached a Satisfactory level in the knowledge of the polygons. It is stated that the hypothesis has been verified. The students have been able to learn the notions of polygons in a meaningful way, with an ability to recognize, describe, represent graphically and solve problems with polygons.

In conclusion the application of the pedagogical proposal "The presence of geometry in nature and in art", has favored the development of the visual abilities, communicative, drawing and construction skills of the students, being a stimulating material for the learning of the notion of polygons.

Keywords: geometry and nature, geometry and art, meaningful learning, learning the notion of polygons.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN 6
1.1 Caracterización del problema 6
1.2 Enunciado del problema 10
1.3 Objetivos de la investigación 10
1.3.1 Objetivo general 10
1.3.2 Objetivos específicos 10
1.4 Justificación de la investigación 11
1.5 Hipótesis 13
II. REVISIÓN DE LA LITERATURA 14
2.1 Antecedentes 14
2.2 Bases teóricas 14
2.2.1 Matemática y Naturaleza 14
2.2.2 Matemática y Arte 16
2.2.3 Geometría y naturaleza 17
2.2.4 Geometría y Arte 18
2.3 Aprendizaje 19
2.3.1 Aprendizaje significativo 25
2.3.2 Tipos de aprendizaje significativo 28
2.3.3 Cómo se produce el aprendizaje significativo 29
2.3.4 El aprendizaje de la noción de geometría 32
2.3.5 Aspectos históricos del concepto de geometría 34
2.3.6 El concepto de geometría 36
2.3.7 Relaciones de la geometría con la realidad cotidiana laboral 37
2.3.8 Presencia en el currículo de la noción de geometría 38
2.3.9 Dificultades y errores 41
III. PROPUESTA DIDÁCTICA 44
2.1. Elaboración de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte 44
3.1.1 Laboratorio 1: “Observando las figuras geométricas en el aula” 45

3.1.2 Laboratorio 2: “Competición amistosa” 46
3.1.3 Laboratorio 3: “Reconocemos polígonos”..... 48
3.1.4 Laboratorio 4: “El azulejo”..... 49
IV. METODOLOGÍA..... 52
4.1 Tipo y metodología de la investigación 52
4.2 Diseño de la investigación 52
4.3 El Universo y la población..... 53
4.3.1 Universo de investigación..... 53
4.3.2 Población de investigación 53
4.3.3 Muestra de investigación 53
4.4 Técnicas e instrumentos 53
4.4.1 Definición y operalización de las variables 53
4.4.2 Técnicas e instrumentos y matriz de evaluación 58
4.4.3 Plan de análisis..... 62
V. RESULTADOS 63
5.1 Resultados de la investigación 63
5.1.1 Nivel de aprendizaje registrado en la prepueba 64
5.1.2 Nivel de aprendizaje registrado en la pos prueba 65
5.1.3 Contrastación de los resultados registrados en la pre prueba y en la pos prueba 67
5.1.4 Contrastación del rendimiento académico..... 68
5.1.5 Referente a la hipótesis de la investigación 69
5.2 Interpretación de los resultados..... 69
5.2.1 Con respecto al objetivo específico, determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los contenidos geométricos relativos a los polígonos en el pre-test. 70
5.2.2 Con respecto al objetivo específico, determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los contenidos geométricos relativos a los polígonos en el post-test. 71
5.2.3 Con respecto al objetivo específico, contrastar los resultados de la prueba de pre-test y de post-test 75
5.2.4 En relación a la hipótesis de la investigación: La aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el

arte” favorece la enseñanza de los polígonos a los estudiantes del primer grado de educación secundaria 75
VI. CONCLUSIONES 77
6.1 Conclusiones 77
6.2 Sugerencias 78
VII. BIBLIOGRAFÍA 81
ANEXO 1: Unidad didáctica 85
ANEXO 2: Sesiones de aprendizaje 93

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Conocimientos y capacidades geométricas según el DCN 39
Tabla 2: Niveles de aprendizaje geométrico, modificado de "NÚMEROS" Revista de didáctica de las matemáticas, 2011 vol.78 45
Tabla 3 composición del grupo experimental 53
Tabla 4: Operalización de la variable 57
Tabla 5: Lista de cotejo 62
Tabla 6: Escala de calificación de aprendizaje 60
Tabla 7: Escala de calificación de los contenidos 61
Tabla 8: Prueba de confiabilidad del instrumento 61
Tabla 9: Resumen de los resultados obtenidos en el pre-test 64
Tabla 10: Resumen de los resultados del post-test 65
Tabla 11: Prueba de normalidad 67
Tabla 12: Prueba T de Student para comparar el pre y el post test 67

ÍNICE DE FIGURAS

Gráfico 1: Diseño de la investigación 52
Gráfico 2: Representación gráfica de los resultados del pre-test 65
Gráfico 3: Representación gráfica de los resultados del post-test 66
Gráfico 4: Gráfico de caja para los resultados del pre y post test 68

I. INTRODUCCIÓN

1.1 Caracterización del problema

La realidad educativa peruana se encuentra actualmente por debajo del nivel esperado; los especialistas del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes 2012, indican una situación crítica con aproximadamente el 47% de los estudiantes que se calificaron por debajo del primero de los 6 niveles que presenta la prueba PISA. Es decir que logran solamente aplicar procedimientos rutinarios, siguiendo instrucciones directas y explicitas, sin poder interpretar y reconocer situaciones que requieran una mínima inferencia. Esto equivale a decir que solamente pueden resolver preguntas de dificultad baja (César, y otros, 2013).

Según los informes del mismo Ministerio de Educación (MINEDU) los resultados obtenidos por nuestros alumnos registran un desempeño inferior a lo de sus colegas de países caracterizados por situaciones económicas y sociales similares al Perú, considerando los ingresos promedio por persona, las inversiones del gobierno en materia de educación y la inversión por estudiante (Ganimian, 2015).

Estos limitados resultados podrían deberse, entre otros factores, a que en los documentos curriculares vigentes durante el periodo de escolaridad de los estudiantes evaluados (Estructuras Curriculares Básicas y Diseño Curricular Nacional) las capacidades asociadas a este contenido han sido abordadas básicamente desde una perspectiva operativa (ya sea aritmética o algebraica) y con poca atención en las regularidades, las relaciones y procesos de modelación en sus diferentes representaciones.

En geometría, la cuarta parte de los estudiantes pueden reconocer y resolver problemas sencillos mediante gráficos y figuras de objetos geométricos en un contexto familiar, así también pueden aplicar las habilidades espaciales básicas, al reconocer propiedades o comparar longitudes. Sin embargo, casi la mitad de los estudiantes no alcanza estos desempeños básicos. Estas dificultades podrían deberse a una práctica docente ineficaz, que presenta de manera abstracta y repetitiva varias nociones geométricas, descontextualizadas de la realidad cercana para el estudiante (Perú: Ministerio de Educación, 2005). Asimismo, en las prácticas pedagógicas, predomina un enfoque teórico, basado en definiciones aisladas y poco conectadas entre sí (César, y otros, 2013).

Los resultados de las últimas pruebas internacionales de evaluación de la calidad educativa aplicadas a los estudiantes peruanos muestran nuestro sistema educativo en una situación preocupante. Tanto en las evaluaciones del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), como en las del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), ya citado, se denuncian fuertes disparidades en el nivel educativo entre géneros, áreas geográficas, áreas urbanas y rurales del país y entre las distintas áreas pedagógicas. Estos factores subrayan la fuerte influencia de las disparidades de las condiciones sociales que afectan el sistema educativo nacional y, en especial manera, a los estudiantes provenientes de las provincias alejadas del territorio andino.

Las escuelas rurales peruanas tuvieron un desempeño inferior al de los otros países participantes. El desempeño promedio de las escuelas rurales en el Perú fue menor que el de las escuelas rurales en cualquier otro país participante en PISA 2012 por más de medio año de aprendizaje. Las escuelas rurales peruanas se

desempeñaron 89puntos debajo de las urbanas, lo que equivale a más de dos años de aprendizaje.

Esta brecha no sólo existe entre escuelas urbanas y rurales sino también en escuelas privadas y escuelas públicas. Las escuelas públicas peruanas se desempeñan por debajo de casi todos los países participantes y la ventaja de las privadas sobre las públicas fue equivalente a casi dos años de aprendizaje.

A la base del bajo desempeño puede estar una limitada disponibilidad de recursos económicos, falta de materiales educativos, falta de infraestructuras adecuadas y de recursos humanos, docentes desmotivados entre otras.

Estas condiciones combinadas con las desigualdades del background socioeconómico de los alumnos, llevan a fuertes diferencias entre áreas urbanas y rurales, colegios públicos y privados.

Las características que existen en los centros educativos, en cuanto a las diferencias socioeconómicas entre las escuelas, explican en gran medida las diferencias en rendimiento tanto en matemática como en ciencias. Así mismo, se aprecia que el efecto del nivel socioeconómico es mucho más fuerte en el nivel de escuela (nivel 2) que en el nivel individual (nivel1). Esta situación se explica por el hecho de que las diferencias socioeconómicas al interior de las escuelas suelen ser menores que entre estas, ya que las escuelas tienden a concentrar a estudiantes con niveles socioeconómicos similares (César, y otros, 2013).

El cuadro que resalta de estas pruebas, que describe la realidad del sistema educativo nacional, requiere una toma de conciencia seria.

Otro problema que perjudica la calidad educativa peruana es el bajo esfuerzo docente y el alta tasa de ausentismo que en el Perú se aproxima al 11% (N. Chaudhury, J. Hammer, M. Kremer, K. Muralidharan y F. H. Rogers, 2006).

De este modo se hace indispensable mejorar la calidad de la plana profesoral, introducir planes de entrenamiento y capacitación continuos que hagan atractiva y dinámica la carrera docente e incentiven los profesores a mejorarse. Junto a esto es necesario elaborar continuamente propuestas didácticas nuevas, diversificadas y motivadoras para renovar la práctica docente (Arenas Avella, 2012).

La preocupante situación registrada a nivel nacional se vuelve aún más seria y alarmante si se observa a nivel regional y local. Si se analiza el nivel de eficiencia de los centros educativos de Ancash, considerando los recursos y el entorno en el cual operan, estos resultan aprovechar solamente al 42% de sus potencialidades, índice que coloca la calidad educativa de este departamento por debajo de la media nacional (Álvarez, 2012).

De los resultados de las pruebas censales del 2015, aparece un cuadro de la situación educativa del departamento de Ancash muy preocupante. Menos del 7 % de estudiantes alcanzan un nivel satisfactorio, una realidad similar a la de departamentos como Amazonas, Cajamarca y Puno y aproximadamente 3 puntos porcentuales por debajo de la media nacional. Más del 80%de los alumnos no logran alcanzar tampoco un nivel de aprendizaje en proceso, valor que llega a más del 97% en las áreas rurales del departamento, donde solamente el 0.7 % de los alumnos alcanzan resultados satisfactorios.

La realidad registrada en la UGEL Carlos Fermín Fitzcarrald, encaja en este marco y especificadamente en el marco de las instituciones que operan en las áreas

rurales del departamento. Efectivamente el 93.7% de los estudiantes fitzcarraldinos se ha calificado debajo del nivel 1, aprendizaje en inicio, el 4.3% se ha calificado como aprendizaje en proceso y solamente el 2% ha alcanzado el nivel de aprendizaje esperado.

1.2 Enunciado del problema

Ante la problemática descrita, se formula la siguiente pregunta:

¿De qué manera la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria.

1.3.2 Objetivos específicos

- Diseñar la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria.
- Determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la

Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016, a través de un pre-test.

- Aplicar la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte” basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.
- Determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016, a través de un post-test.
- Contrastar los resultados de la prueba del pre-test y el post-test, para determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje delos polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

1.4 Justificación de la investigación

Poniéndonos frente a las problemáticas antes descritas, el presente trabajo de investigación se justifica con la finalidad de mejorar uno de los aspectos de la

debilidad del sistema educativo de las áreas rurales del Perú y especificadamente la realidad registrada en la UGEL Carlos Fermín Fitzcarrald, en particular de la Institución Educativa Pública “Santa Rosa” de Uchusquillo. A través de la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, se pretende lograr un aprendizaje significativo de los polígonos, la comprensión de su uso en los diferentes aspectos de la vida real, la capacidad de operar con ellos y resolver problemas que implican el uso de ellos.

Con esta finalidad, en la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, se presenta un modo diferente de afrontar la enseñanza de la matemática, a través de un trabajo transversal que abarca distintas áreas pedagógicas. Con esto se pretende, a través de la naturaleza y el arte, estimular el interés de los alumnos a los temas contenidos en el currículo dentro del área pedagógica de matemática y descubrir los enlaces que los relacionan a todos los aspectos de la vida diaria, en las infinitas situaciones significativas en las cuales se implican.

Los resultados del presente estudio de investigación constituyen un aporte significativo para que otras instituciones educativas promuevan el uso y la implementación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, luego de verificar los resultados de la aplicación de la misma. De esta manera, la educación secundaria en el área curricular matemática, en las áreas rurales, podrá ser más eficaz, y se podrán superar las dificultades que perjudican los resultados académicos de los alumnos de estas regiones.

1.5 Hipótesis

H_1 La aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

H_O La aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, no favorece el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

II. REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Antecedentes

El presente trabajo de investigación se enlaza con otros estudios relacionados con el tema de "La geometría en la naturaleza y en arte" que mencionamos a continuación.

Emilia Domínguez Hernández y Clara Eugenia Gutiérrez Melero, desarrollaron una unidad didáctica sobre "La presencia de geometría en la Naturaleza y en Arte", Para mejorar la enseñanza de los polígonos en los alumnos de primer grado de educación secundaria.

Por otro lado, en el año 2007, Carlos V. Federico; Néstor Alberto Días y María José Arias; realizaron un curso de post-grado titulado "Enseñanza interdisciplinaria: geometría y arte" este curso se desarrolló en la Universidad Nacional de la Plata, y en este trabajo se analiza la relación de la geometría con los distintos aspectos expresivos del arte.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Matemática y Naturaleza

La matemática se relaciona con la naturaleza, podemos observar una gran variedad de fenómenos naturales que nos rodean para entender la existencia de la matemática dentro de la naturaleza; por ejemplo una multitud de elementos naturales de distinta especie comparten la misma forma, como ocurre con las formas en espiral: conchas marinas, caracoles, galaxias, hojas de los helechos, disposición de las semillas de girasol. Igualmente encontramos semejanzas entre las ramificaciones

de los árboles, el sistema arterial y las divisiones de los ríos, o entre los cristales, las placas de los caparazones de las tortugas. Por ello nos damos cuenta que la matemática está vinculada estrechamente con la naturaleza y podemos decir que la naturaleza es un ámbito educativo para aprender la matemática a través de la observación y así podemos relacionar la matemática con la realidad (Godino & Ruíz, 2004).

Así mismo la naturaleza, en diferentes contextos, utiliza muchas formas iguales: las espirales, y la disposición hexagonal perfecta de las celdillas de los panales de las abejas, siendo sus interiores poliedros que recubren el espacio. Siendo las cosas así, resulta claro que la matemática está presente en infinidad de fenómenos y objetos de la naturaleza, lo que permite recordar que los grandes matemáticos como Platón, Aristóteles, Thales y muchos otros más observaron y desearon estudiar los hechos de la naturaleza para ello buscaron de entender y plantear sus teoremas (Emilia Domínguez Hernández; Clara Eugenia Gutiérrez Melero).

De acuerdo a esta relación queremos resaltar las ideas expuestas por Galileo Galilei: “La naturaleza es un libro escrito en el lenguaje de las matemáticas, siendo sus caracteres triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible comprender una sola palabra; sin ellos solo se conseguirá vagar por un oscuro laberinto".

Este concepto nos permite estimular a los alumnos a desarrollar la habilidad de la visualización y a descubrir la geometría intrínseca en los objetos que nos rodean, generando una mejor apreciación de la naturaleza. También para Aristóteles, el objeto de las matemáticas son las formas extraídas de la naturaleza, la matemática

es la modelización de las regularidades empíricas que se producen en la realidad (Pérez Sanz, 2002).

2.2.2 Matemática y Arte

La matemática y el arte han estado siempre estrechamente vinculadas, es decir, que la matemática ha sido un factor muy importante para diseñar muchos trabajos artísticos, no en vano muchos grandes artistas de la historia han sido grandes matemáticos y se han apoyado en la matemática para expresar la realidad con un lenguaje artístico.

Se asume entonces, la necesidad de recuperar el espíritu geométrico en la educación matemática para conocer y entender las estructuras geométricas que apuntan a otras disciplinas; por ello se puede decir que la matemática siempre está presente en el arte, como una herramienta primordial.

Para aprender los conocimientos matemáticos específicos los alumnos resuelven problemas, apropiándose de los modos de hacer y comunicar de dicha disciplina, otorgando así sentido al conocimiento matemático, que es considerado un producto cultural. La disciplina artística necesita de la matemática, que ha sido una herramienta fundamental para realizar una infinidad de obras artísticas. Por otra parte, en las obras plásticas y de diseño que se indagan, se analizan patrones de orden y belleza y se considera el aspecto geométrico de su proceso creativo. Así, la simbiosis Matemática y Arte, constituye una efectiva herramienta para la labor específica del cursante, quien podrá transferir los conocimientos y metodología de análisis aprendidos, ya sea al ámbito educativo y/o al campo proyectual (Carlos V. Federico; Néstor Alberto Díaz; María José Arias, 2007).

Siguiendo a esta relación queremos mencionar a M.C. Escher (1898 - 1972) que es un artista gráfico holandés, ejemplo privilegiado de la relación entre el arte y las matemáticas. Inventó un sistema propio que utilizó como base de datos para elaborar a lo largo de los años sus famosos mosaicos periódicos. Se relacionó con los matemáticos Penrose y Coxeter, y aplicó sus investigaciones para crear construcciones geométricas. Sus obras atraen hoy en día a matemáticos, grafistas y expertos de la comunicación visual. Su obra es un ejemplo evidente que el arte está relacionado con la matemática.

2.2.3 Geometría y naturaleza

Al analizar la relación existente entre geometría y naturaleza, nos damos cuenta que las formas geométricas las hemos tomado prestadas de la naturaleza, que nos ha servido de inspiración a la hora de diseñar multitud de objetos, elementos y máquinas basadas en esas formas, relacionando estética y funcionalidad, y que hoy forman parte de nuestra vida cotidiana. Por ejemplo si observamos a nuestro alrededor, podemos identificar la forma de algunas figuras geométricas; el rectángulo, en el borde de una ventana, o de una puerta; la circunferencia, en el borde de una moneda; así podemos enumerar más ejemplos que demuestran el vínculo estrecho entre la geometría y la realidad. Y podemos decir que la geometría, nace, se desarrolla de la realidad y va dirigida hacia ella. Por consiguiente resulta claro que en la naturaleza se pueden encontrar muchos ejemplos de figuras geométricas. En los seres vivos que habitan nuestro planeta, basta observar algunas flores, la piel de algunos animales como la cebra, las figuras en las alas de la mariposa o algunas formaciones geológicas (Emilia Domínguez Hernández; Clara Eugenia Gutiérrez Melero).

Sin embargo en las aulas, por lo general, se desarrolla el tema de las figuras geométricas de manera simbólica y descontextualizada, por ello hay poco interés de los estudiantes en este tema. Por esta razón es recomendable que los docentes motiven a los estudiantes dando la posibilidad de observar las figuras geométricas en la naturaleza (Orlando Almeyda Sáenz; Milly Soledad Quispe Pachas, 2014).

Se puede señalar que la relación de la geometría con la naturaleza, sólo puede tener sentido si se explora su relación con el espacio vivencial. Si el educador deja de lado esta relación, desperdiciará una ocasión irrecuperable. La geometría es una de las mejores oportunidades que existen para aprender a matematizar la realidad. Es una ocasión única para hacer descubrimientos. Los descubrimientos realizados por uno mismo, con las propias manos y con los propios ojos, son más prácticos y sorprendentes.

Así destacamos que la observación de nuestro entorno permite hacer descubrimientos geométricos propios y significativos, que forman parte importante del aprendizaje (Villaroel & Sgeccia, 2011).

2.2.4 Geometría y Arte

El entorno artístico y arquitectónico ha sido un factor importante del desarrollo de la geometría. Así la construcción de viviendas, monumentos funerarios, templos de los más diversos estilos ha impulsado constantemente el descubrimiento de nuevas formas y propiedades geométricas. También son muchas las aportaciones en todas las manifestaciones artísticas: pintura, escultura y, sobre todo, en arquitectura. A través de los siglos, el arte ha buscado en la geometría una referencia, una búsqueda de la *belleza* a través de la proporción, ritmo y modulación, simetría, crecimiento armónico y composición. Pero generalmente no nos fijamos de

la existencia de esas figuras geométricas que se puede apreciar en muchas obras artísticas (Godino & Ruíz, 2004).

El ser humano ha tomado las formas geométricas y ha aprendido a utilizarlas en sus realizaciones, científicas, técnicas, artísticas y en muchos otros campos.

En esta perspectiva, el dibujo, como ejemplo de realización artística, tiene un importante componente cognitivo que refleja muy bien la comprensión que el estudiante tiene de la realidad, su representación espacial y cómo concibe las cosas. Igualmente el aspecto afectivo es muy destacado ya que el estudiante representa en el dibujo aquello que le interesa, que le preocupa o que desea. El dibujo contribuye mucho al desarrollo del estudiante, pues, al dibujar, profundiza el conocimiento de la realidad y su capacidad de observación (Beatriz Escorial González, Carlos de Castro Hernández, 2011).

Para aclarar esta relación que existe entre geometría y el arte, agregamos las palabras de Alsina (1997) "la geometría ha aportado a las artes plásticas y a la arquitectura una gama interesante de elementos básico: formas y figuras, métodos para trazarlas o edificarlas y sistemas de representación (axonometría, perspectivas, planos…)"; desde esta perspectiva, como una postura artística, se profundiza y se genera una mejor apreciación del espacio. Y entonces resulta claro que la geometría juega un papel muy importante en las distintas obras artísticas (C. y Fortuna, J. Mª., 1992).

2.3 Aprendizaje

La psicología ofrece unas teorías sobre el aprendizaje que, de una forma general y resumida, se pueden agrupar en tres, correspondientes a las tres grandes

escuelas de pensamiento, cuyos modelos de persona son relevantes para la educación: el conductismo, el cognitivismo y el humanismo.

El modelo de persona del conductismo es lo que afirma que la conducta humana se explica a partir de como la persona responde a los estímulos del medio en el que está, es decir, de lo que hace y no de lo que siente o piensa. Esta escuela tiene sus raíces filosóficas en el empirismo inglés del siglo XVII, que sostenía que el conocimiento se basa en la experiencia y se adquiere por medio de los sentidos.

Por lo tanto, la persona es un ente pasivo sometido a las influencias de su mundo exterior actuando sobre ella; según John Locke el ser humano nace como una pizarra en blanco y se va llenando de conocimientos cada vez más complejos a través de la experiencia.

Todos los modelos educativos basados en esta teoría, tienen como un denominador común un alto grado de estructuración externa, aplicada tanto al alumno como a los procedimientos.

Respecto al alumno, la estructura responde al tipo que se denomina escuela tradicional, en la que aquel es un sujeto pasivo que reacciona y obedece a las exigencias del objetivo fundamental: la adquisición de contenidos por medios expositivos. Se aplica una disciplina coercitiva que recompensa a la minoría más exitosa. Es decir, el alumno se modela para adaptarse a la estructura del sistema educativo.

Respecto a los procedimientos, la estructura es la de una pedagogía por objetivos, dentro de una enseñanza programada. En la pedagogía por objetivos, estos tienen un marcado carácter conductual, debiendo ser especificables por adelantado en cada fase del aprendizaje, es decir precisos y completamente definidos

operacionalmente, de tal forma que al final de cada una de ellas los resultados han de ser observables, es decir la conducta del alumno debe ser diferente de alguna forma específica y mensurable.

En el conductismo la preocupación primaria es cómo la asociación entre el estímulo y la respuesta se ejecuta, se refuerza y se mantiene. La meta es que el estudiante logre dar la respuesta deseada cuando se le presenta un determinado estímulo (A, Peggy and Newby Ertemer y Timothy J, 1993).

Al contrario, el modelo de la persona del cognitivismo es lo que da sentido al medio en lo que está, más que reaccionar ante el sin comprender nada. Es decir, el medio no es un conjunto de estímulos sino de información para procesar, de forma tal que es tratado de un modo discriminado, no prestando igual atención a todos los aspectos del mismo: considera unos y desconsidera otros. Piensa sobre los que ha considerado, extrae su significado, resuelve los problemas que dichos aspectos le hayan podido plantear y toma decisiones al respecto.

Por lo tanto, una característica fundamental de este tipo de escuela es la consideración de los factores innatos de la persona y el estudio de sus procesos internos, y en especial el del desarrollo intelectual. A medida que la persona va creciendo sus estructuras mentales se van haciendo más complejas y le van ayudando a extraer del medio que le rodea significados más ricos y profundos cada vez. Este tipo de escuela tiene sus raíces filosóficas en el racionalismo, según el cual la razón está por encima de la experiencia en la formación del conocimiento, sosteniendo incluso que, sin experiencia previa alguna, la persona posee a priori, de forma innata, algunos de estos conocimientos.

Todos los modelos educativos basados en esta teoría, dan más importancia al aprendizaje de procedimientos que al aprendizaje de contenidos y en consecuencia, valoran más como el alumno soluciona un problema y toma sus decisiones que si los resultados a los que ha llegado son correctos. Por lo tanto al ser el objetivo fundamental la adquisición de procedimientos y no la de contenidos, la metodología utilizada abandona las exposiciones magistrales del maestro y se centra en la actividad del alumno, ya sea solo o en grupo: el alumno fija sus puntos de interés, discute sobre ellos con el resto del grupo y realiza las tareas que ha elegido personalmente; y a su vez el maestro ha de propiciar el descubrimiento y la investigación por parte del alumno.

El modelo de la persona de la psicología humanista, en contraposición el modelo de persona del conductismo, es lo que siente, cuyas mejores potencialidades pueden llegar a realizarse sí, como las semillas de una planta, se les permite crecer en libertad y a su manera. Esta teoría tiene sus raíces en las ideas filosóficas de Jean Jacques Rousseau, para quien "*todo es perfecto al salir de las manos del Creador y todo degenera en manos de los hombres*". Es una teoría que surge como rechazo a las formas materialistas, logicistas y rígidas de lo establecido y que resalta los sentimientos por encima del pensamiento o de la acción, así como las relaciones interpersonales, el mutuo respeto y la cooperación.

Su modelo educativo se basa en una mínima estructuración en todas las áreas y en estimular a la persona a desarrollar su propio potencial a su manera, pero manteniendo el respeto a los demás.

Sus objetivos se centran en el dominio afectivo, ya que el aprendizaje cognitivo se dará por sí mismo si el alumno se encuentra bien y siente una necesidad personal de solucionar un problema.

Estos modelos educativos tiene su principal soporte teórico en Piaget, para quién el aprendizaje es un proceso constructivo interno en lo que la persona participa activamente. La teoría piagetiana del aprendizaje se construye sobre los siguientes postulados: El constructivismo psicológico, el conflicto cognitivo como promotor del desarrollo, el respeto a los niveles de desarrollo y los diferentes tipos del conocimiento.

Después de argumentar los diferentes tipos de modelos de escuelas, vamos a desarrollar una definición general del aprendizaje y para ello queremos recordarles las palabras de Martínez:

"No existe una definición unívoca que reúne y pone de acuerdo todos los teóricos, investigadores y profesionales que estudian y trabajan en este campo; sin embargo la mayoría de las escuelas de pensamiento pedagógico dan a la definición de aprendizaje elementos comunes" (Martínez).

Aprender es cambiar, adquirir conocimientos nuevos a través del estudio y de la experiencia. El aprender es un proceso siempre activo, un cambio constante de cada individuo influenciado por el medio en que vive: la cultura, las costumbres, los valores morales y sociales de su comunidad de pertenencia y, ahora siempre más, por los medios de comunicación de masa.

El individuo interrelacionándose con su entorno sociocultural cambia, modifica sus saberes y adquiere nuevos conocimientos. Así, aprender no es un proceso que se limita a la actividad educativa formal, sino es el resultado de la

interacción de todas las relaciones entre el individuo y su entorno vital (Santos Moreno, 2000).

La adquisición de la información del aprendizaje se puede clasificar en dos tipos: por recepción y por descubrimiento. La primera clase se produce cuando el alumno recibe la información de modo pasivo, cuando en las actividades de clase el profesor desempeña el papel de comunicador de los nuevos saberes y el alumno sólo desempeña el rol de simple receptor. El aprendizaje por descubrimiento es por el contrario, producido por los alumnos mismos, los cuales participan de forma activa y constructora al proceso de enseñanza y aprendizaje. En esta clase de aprendizaje se pueden diferenciar dos tipologías de procesos: El aprendizaje por descubrimiento autónomo, que se produce cuando cada persona descubre o crea por sí misma la nueva información, nuevas obras, nuevos procesos. Por ejemplo, cuando un arquitecto diseña el plano de una plaza o un compositor crea una melodía. El aprendizaje por descubrimiento guiado, se desarrolla cuando el educando va descubriendo conceptos, reglas, leyes, principios, teorías ya descubiertas, con la guía que le proporcionan otros agentes, el docente o sus compañeros (Huerta Rosales M. , 2007).

El aprendizaje también se puede clasificar en base a otros parámetros; como por ejemplo la respuesta a la pregunta ¿qué significa que el alumno ha aprendido? Sin embargo no todo los autores coinciden en dar una sola respuesta, sino, dependiendo del enfoque con el cual uno se acerca al estudio del aprendizaje de la matemática, se llega a obtener diferentes respuestas al interrogante: "¿qué significa aprender matemáticas?

En un enfoque asociacionista el aprendizaje matemático es relacionado a un cambio de conducta en el estudiante observable, bien sea respecto a la forma, al contenido o a la frecuencia de esas conductas. Así el alumno ha aprendido cuando da respuestas apropiadas tras la presentación de un estímulo específico.

2.3.1 Aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo, según lo argumenta David Ausubel, se produce cuando se atribuye sentido a la nueva información, es decir, cuando lo aprendido se comprende y se construye de manera ordenada a través de una representación mental, producto de la relación entre la nueva información y la que ya posee el aprendiz (Ausubel, 1976).

El aprendizaje, para Ausubel, está determinado por la estructura cognitiva del aprendiz, que entiende como el conjunto de conocimientos y su forma de organización. "*La estructura cognitiva de una persona es el factor decisivo acerca de la significación del material nuevo y de su adquisición y retención*" (P.J., 2005).

Si la estructura cognitiva es estable, consistente y organizada, entonces la información será asimilada de manera rápida y fácil y, por tanto, el conocimiento adquirido será significativo. Por el contrario, si la estructura cognitiva es inestable, débil y desordenada, entonces, la información se recibirá de manera no estructurada, y el aprendizaje no será significativo.

Para Ausubel, el profesor debe alentar a los estudiantes a pensar activamente sobre el nuevo material a ser aprendido; ayudarlos no solo a encontrar relaciones entre conceptos del mismo contenido, sino que también a que relacionen lo nuevo con lo previamente aprendido. Para ayudar a los estudiantes en este proceso sugiere

emplear organizadores de avanzada, diferenciación progresiva y reconciliación integradora (Pacheco, 2004).

David Ausubel, como psicólogo se interesó por todo tipo de aprendizaje; sus estudios e investigaciones han estado siempre dirigidos al campo de la psicología de la enseñanza, su aporte fundamental radica en que el aprendizaje debe ser significativo para que halle la relación del nuevo conocimiento con el que ya posee.

El aprendizaje significativo es fundamental para la comprensión ya que esta se produce debido a la vinculación entre los nuevos conocimientos y la estructura cognitiva existente. Entre las formas de vinculación conocidas tenemos los correlativos, supra-ordenados, resultando así que los conocimientos adquiridos se retienen, se transforman y se comprenden mucho mejor que con el aprendizaje memorístico (Ausubel, 1976).

La cita anterior evidencia que, para Ausubel, el factor cognoscitivo más importante dentro del proceso de enseñanza, es la estructura cognitiva del alumno en el momento de abordar el aprendizaje, y que, de la adecuada organización y estabilidad de esta estructura, se produce la construcción del conocimiento. Este planteamiento resulta importante en cuanto a la enseñanza de la geometría con actividades concretas; puesto que el estudiante comienza a distinguir una figura geométrica de otra, puede decir el nombre y es capaz de ordenar de manera lógica las propiedades de dicha figura; este conocimiento lo adapta a su estructura cognitiva poco a poco hasta obtener un verdadero aprendizaje significativo.

Por aprendizaje significativo se entiende cuando el alumno liga la información nueva con la que ya posee, reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso. Dicho de otro modo, la estructura de los

conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y éstos, a su vez, modifican y reestructuran aquellos (Palomino).

El aprendizaje significativo comprende la adquisición de nuevos significados y, a la inversa, estos son producto del aprendizaje significativo (Palomino).

Es decir, el surgimiento de nuevos significados en el alumno refleja la consumación de un proceso de aprendizaje significativo.

De acuerdo a Ausubel el aprendizaje significativo presupone que el alumno manifiesta una actitud positiva hacia el aprendizaje, es decir una disposición para relacionar de manera no arbitraria, sino sustancialmente, el material nuevo con su estructura cognoscitiva. Es decir que el material que aprende es potencialmente significativo para él, relacionable con su estructura de conocimiento de modo intencional y no al pie de la letra.

En suma, el significado mismo es producto del proceso del aprendizaje significativo, y se refiere al contenido consecutivo diferenciado que evoca en un alumno dado, un símbolo o grupo de símbolos específicos, después de aprender cualquiera de estas expresiones. Lo cual significa, que desde el inicio de tal aprendizaje, comenzamos con una expresión simbólica que solo tiene significado potencial para el alumno o que aún no significa nada para este.

Luego, esta expresión es relacionada de manera arbitraria, sino sustancial con las ideas pertinentes de su estructura cognoscitiva e interactúa correspondientemente con esta. Al conducir al proceso de aprendizaje se deduce que al producto de esta interacción (que es el producto mismo de un contenido cognoscitivo diferenciado) constituye el significado de la expresión simbólica recién aprendida y que en lo sucesivo será evocado cuando esta última se presente.

2.3.2 Tipos de aprendizaje significativo

Ausubel señala tres tipos de aprendizajes, que pueden darse en forma significativa:

***Aprendizaje de representaciones**:* se realiza cuando el niño adquiere el vocabulario. Así, primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significados para él. Sin embargo, aún no los identifica como categorías. Al respecto, el niño aprende la palabra "mamá", pero ésta solo tiene significado para aplicarse a su propia madre.

***Aprendizaje de conceptos**:* el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus propias madres. Lo mismo sucede con "papá", "mamá", "perro", etc. También puede darse, en la edad escolar que los alumnos se sometan a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprendan conceptos abstractos tales como "gobierno", "país", "democracia", "mamífero", etc.

***Aprendizaje de proposiciones**:* cuando el alumno conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en los que se afirme o niegue algo. Así un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimiento previos. Dicha asimilación puede efectuarse mediante uno de los siguientes procesos:

Por diferenciación progresiva: cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusivos que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce el concepto de triángulo y al conocer su clasificación puede afirmar: "los triángulos pueden ser isósceles, equiláteros o escalenos".

Por reconciliación integradora: cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce los perros, los gatos, las ballenas, los conejos y al conocer el concepto de "mamífero" puede afirmar: "los perros, los gatos, las ballenas y los conejos son mamíferos."

Por combinación: cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos. Por ejemplo, el alumno conoce los conceptos de rombo y cuadrado y es capaz de identificar que: "el rombo tiene cuatro lados, como el cuadrado".

Cuando un adulto ha asimilado un contenido, a veces olvida que esto es un proceso que, para el alumno, representa un esfuerzo de acomodación de su estructura cognitiva. Un ejemplo ilustrativo, la dificultad que presenta, para un niño de menos de seis años, comprender la relación entre: Perú, Ancash, Huaraz, Anta, América, Brasil, etc. Él necesitará reconciliarlos mediante los tipos de asimilación arriba presentados y la comprensión de los conceptos: distrito, provincia, departamento, país, continente.

El aprendizaje de proposiciones es el que se puede apoyar mediante el uso adecuado de mapas conceptuales, ya que estos permiten visualizar los procesos de asimilación de los alumnos respecto a los contenidos que se pretenden aprender. Así, es posible ser capaces de identificar oportunamente, e intervenir para corregir posibles errores u omisiones.

2.3.3 Cómo se produce el aprendizaje significativo

El aprendizaje será significativo si toda experiencia parte del conocimiento propio del alumno y a partir de continuos conflictos cognitivos, le permite ampliar su universo integrando experiencias anteriores con otras nuevas experiencias

significativas que impliquen la generación de un proceso de reconciliación integradora y de subsunción significativa y derivativa, la que conduce a un proceso de asimilación y de diferenciación progresiva relacionando lo aprendido a situaciones diversas de trabajo, estudio o su propia vida. Todo permitirá generalizar, hacer abstracciones, sacar conclusiones, interiorizar conceptos, pero sobre todo aplicar sus nuevos saberes a su realidad.

Según Ausubel el aprendizaje significativo se puede realizar en presencia de cinco condiciones necesarias:

- En la práctica docente, el material utilizado sea significativamente representativo de los conocimientos que se representan y sea apropiado de proporcionar un lugar a la construcción de significados. Es decir el material utilizado sea transparente para el conocimiento que se quiere construir. Los conocimientos, conceptos que el profesor presenta, siguen una secuencia lógica y ordenada, de modo que, importa no solo el contenido, sino la forma en que éste es presentado.
- Los temas tratados deben ser comprensibles. El alumno debe coger, contener ideas comprensivas, inclusivas en su estructura cognitiva para que relacione el conocimiento presentado con sus saberes previos, si no sucede así, el aprendizaje será de corto plazo, es decir el alumno guardará y obtendrá información de manera mecánica y arbitraria, solo para contestar un examen memorístico y olvidar después y para siempre aquel contenido.
- La actitud del alumno debe ser favorable. Es necesario que el alumno pueda aprender el significado lógico y psicológico del material; asimismo la actitud del alumno es importante y fundamental, o sea el alumno debe querer

aprender. Este es un componente en el aspecto emocional y actitudinal, en el que el educando desempeña un rol importante de mediador, debe motivar y suscitar interés en los alumnos.

- Actitud mental del alumno. Es importante que el aprendiz realice una actividad mental, para que se produzca el doble proceso de asimilación y acomodación; porque es él quien haga el esfuerzo mental por aprender. El aprendizaje significativo implica la reconstrucción cognitiva ejecutada por el propio alumno, podría ser también con la intervención del docente, aun cuando puede ir eventualmente acompañada por actividades manipulativas.
- Memorización comprensiva. Lo que el alumno memoriza debe ser de una manera comprensiva, y no de una manera mecánica. En ciertos argumentos el esfuerzo de repetición es indispensable, sin embargo siempre va acompañado por la comprensión; pero no siempre estas condiciones indispensables son suficientes para que ocurra un aprendizaje significativo. El aprendizaje será significativo si su contenido pueda relacionarse de modo sustantivo, no mecánicamente (no al pie de la letra) con los conocimientos previos de los alumnos y que este resultado asuma una actitud favorable para la tarea de aprender, rellenando de significados propios a los contenidos nuevos que asimila.

Para obtener un aprendizaje significativo se realiza un proceso cíclico permanente e ilimitado, donde el nuevo conocimiento obtenido a partir de experiencias anteriores, se trasforma en saberes previos para un aprendizaje sucesivo. La posibilidad de que los educandos adquieran diversas estrategias que

permiten generar la construcción de aprendizajes nuevos y duraderos, dependerá en gran medida del docente (Huerta Rosales M. , 2007).

2.3.4 El aprendizaje de la noción de geometría

La matemática tiene mayor significado y se aprende mejor cuando se aplica directamente a situaciones de la vida real. Los estudiantes sentirán mayor satisfacción cuando puedan relacionar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que saben y con la realidad cotidiana. Esa es una matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.

Es por ello se considera al aprendizaje de la matemática como una actividad social, donde los estudiantes dan a conocer, unos a otros, sus estrategias e inventos con las cuales nutren sus ideas y mejoran sus estrategias. La interacción lleva a la reflexión de los alumnos, favoreciendo así una comprensión más profunda (Villaroel & Sgeccia, 2011).

Por otra parte la enseñanza de la geometría debe plantear aquellos contenidos útiles en el futuro; los que serán desarrollados mediante una metodología dinámica en la que el alumno realice razonamientos, representaciones, relaciones y resolución de actividades. Esta metodología debe lograr que los alumnos no recuerden la geometría como una materia aburrida, sino que se produzca un cambio en su actitud y se interesen por las actividades geométricas de una forma natural, es decir, que les resulte una materia atrayente y motivadora. Es por eso, que la enseñanza de la geometría debe permitir avanzar en el desarrollo del conocimiento de ese espacio donde vive, de tal manera que en un momento dado pueda prescindir de él y manejar mentalmente imágenes de figuras y relaciones geométricas, es decir, hacer uso de su capacidad de abstracción (Arenas Avella, 2012).

La geometría se puede enseñar a través de dos vertientes: lógica-racional, la cual define a la geometría como una teoría axiomática que se desarrolla bajo leyes rigurosas de razonamiento deductivo, o la más intuitiva y experimental, basada en la búsqueda, descubrimiento y comprensión por parte del sujeto que aprende de los conceptos y propiedades geométricas en función de explicarse aspectos del mundo en que vive (Bressan, Bogisic y Crego, 2000). La más cercana a las posibilidades y necesidades cognitivas de los alumnos de la educación secundaria, es la segunda. Asimismo el docente debe saber que su meta en este nivel es crear las condiciones para que el alumno pueda avanzar, en estudios posteriores, hacia la primera (Villaroel & Sgeccia, 2011).

La geometría es la matemática del espacio; a través del estudio del espacio físico y de los objetos que en él se encuentran, los alumnos podrán acceder a las captaciones más abstractas de esta disciplina. Esto no implica que su enseñanza en la educación básica deba quedar restringida al espacio físico. El pensamiento geométrico puede tomar a éste como punto inicial, pero ha de avanzar hacia el establecimiento de imágenes, relaciones y razonamientos manejables mentalmente. Por otro lado, la interrelación entre el espacio físico y el matemático no se corta en un punto determinado del desarrollo humano. El pensamiento matemático, aunque sea el más abstracto, suele buscar y crear modelos físicos o gráficos para representarse y, viceversa, el mundo físico tiende a ser explicado a través de modelos matemáticos y la geometría suele ser muy útil en estos casos.

En consecuencia, aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender su entorno. La geometría es considerada como una

herramienta para el entendimiento y es la parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Villaroel & Sgeccia, 2011).

En resumen el aprendizaje de la geometría pasa del reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos. Por eso conviene aprender geometría desarrollando capacidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar.

2.3.5 Aspectos históricos del concepto de geometría

El conocimiento de hechos geométricos aislados se remonta a la prehistoria. Se sabe que los primeros egipcios y babilonios en el año 4000- 3000 a.C, conocían muchas relaciones geométricas prácticas. La construcción de la pirámide requería de un conocimiento considerable de la geometría práctica, pero fueron los antiguos griegos los que reunieron los hechos geométricos conocidos, los que descubrieron nuevos hechos y los ordenaron en un sistema lógico uniforme.

En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos.

Este proceso de organización y descubrimiento necesitó siglos para desarrollarse y ocupó la mente de numerosos hombres competentes. Los siglos antes, durante y después del periodo de mayor influencia política griega, entre los siglos IV y V a. C., fueron periodos de intensa actividad intelectual. Las mentes líderes estaban interesadas en todo tipo de ideas. La matemática era solo uno de sus intereses. Algunos de estos primeros geómetras merecen una mención especial sea por ser eminencias en matemática sea por su influencia sobre filósofos o científicos posteriores. Uno de estos precursores fue Thales de Mileto que vivió en el siglo VI

a. C. y fue considerado uno de los siete sabios de su época. Él fue el primer matemático y el primer astrónomo. El segundo es Pitágoras que vivió a finales del siglo VI a. C. y quién estableció una escuela o hermandad, en Crotón, Italia, una vez parte de la Magna Grecia.

El origen del término geometría es una descripción precisa del trabajo de los primeros geómetras, que se interesaban en problemas como la medida del tamaño de los campos o el trazado de ángulos rectos para las esquinas de los edificios. Este tipo de geometría empírica, que floreció en el Antiguo Egipto, Sumeria y Babilonia y fue refinada y sistematizada por los griegos. En el siglo VI a.C. el matemático Pitágoras colocó la piedra angular de la geometría científica al demostrar un conjunto de teoremas sobre las propiedades de puntos, líneas, ángulos y planos, y lo que se puede deducir lógicamente a partir de estos axiomas. Entre estos teoremas se encuentran: "la suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a la suma de dos ángulos rectos", y "el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados"; conocido hoy en día por la gran mayoría como “teorema de Pitágoras”. Estos postulados fueron considerados por Pitágoras y sus discípulos como verdades evidentes; sin embargo, en el pensamiento matemático moderno se consideran como un conjunto de supuestos útiles pero arbitrarios.

La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides, en su libro “Los elementos”. El texto de Euclides, es el manual de más fama y fue utilizado en el mundo entero; a

pesar de sus imperfecciones, ha servido como libro de texto básico de geometría hasta casi nuestros días (Eduardo, 2013).

2.3.6 El concepto de geometría

El origen de la geometría se remonta al Antiguo Egipto y surge de la necesidad de medir la tierra para de esta forma poder pagar al rey la tasa equivalente a dicha propiedad. Cuando las tierras se inundaban, como consecuencia de las frecuentes crecidas del rio, los propietarios tenían que notificar al rey lo ocurrido para que éste mandara un emisario que debía de medir en cuanto había disminuido la propiedad para que el dueño pagara la parte proporcional de la tasa impuesta. Por este motivo los griegos utilizaron la palabra geo-metría como "medida de tierras", palabra formada por los vocablos "gé", que significa tierra (Gea era la diosa de la tierra) y "metrón" que significa medida.

La razón por la cual fueron los griegos los primeros en utilizar la palabra geometría es que los egipcios sólo utilizaban un conjunto de reglas prácticas para resolver problemas muy concretos, mientras que los griegos dieron un enfoque más teórico y general. Fue considerada como una ciencia formativa que enseña a pensar, a razonar y a discurrir. Las figuras geométricas aparecen de forma espontánea en la naturaleza y frecuentemente en el arte (Ángel Primo Martínez; Carlos Pérez Manrique; Gloria Serrano Sotelo; Leopaldo Suárez Lago; Luis F. Andrés Andrés; Luis Grajal Alonso; Ramón Ardanuy Albajar., 1995).

Así se llegó a definir la geometría como una de las ramas de la matemática que se ocupa del estudio de las propiedades y relaciones formales de las figuras geométricas en el plano y del espacio. Actualmente la geometría estudia también las

especies más complejas, lo que la pone en íntima relación con otras ramas de la matemática (álgebra, análisis matemático y topología) (Gay, 2006).

2.3.7 Relaciones de la geometría con la realidad cotidiana laboral

En la vida cotidiana encontramos modelos y ejemplificaciones de los que se ocupa la geometría, siendo muchas y variadas las aplicaciones de esta parte de las matemáticas.

Así, la geometría tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real: por ejemplo, está relacionada con problemas de medida que a diario nos ocupan, como: medir el tamaño de puertas, ventanas, pisos o calcular el espacio de tierra que se usará para construir o para sembrar.

De igual manera la geometría forma parte de nuestro lenguaje cotidiano: nuestro lenguaje verbal diario posee muchos términos geométricos por ejemplo: punto, recta, plano, curva, ángulo, paralela, círculo, cuadrado, perpendicular, y otros términos geométricos. Si nosotros debemos comunicarnos con otros sobre la ubicación, el tamaño o forma de un objeto entonces la terminología geométrica se hace esencial. En general, un vocabulario geométrico básico nos permite comunicarnos y entendernos con mayor precisión sobre observaciones en el mundo en que vivimos.

La geometría hoy en día es utilizada por muchos profesionales: arquitectos, astronautas e ingenieros como también albañiles, ceramistas, decoradores, coreógrafos y diseñadores de muebles. Todos ellos de una forma más o menos consciente, utilizan el espacio y las formas geométricas.

También se utiliza la geometría en los juegos como: en el billar (bolas y mesa en forma de doble cuadrado, con rombos en los bordes), camino del inca, ajedrez, así

como multitud de juegos de ordenador. El mundo de los deportes está repleto de figuras geométricas: en el fútbol, el rectángulo del campo, las áreas, el balón, las porterías, etc., en el baloncesto, canastas, zonas, campo, etc., en el tenis, en el futbol americano, en el béisbol y en otros juegos más.

En síntesis decimos que el ser humano refleja en su quehacer diario y en sus obras de arte esas imágenes ideales que obtiene de la observación de la naturaleza: realiza objetos de cerámica, dibujos, edificios y los más diversos utensilios proyectando en ellos las figuras geométricas que ha perfeccionado en la mente.

2.3.8 Presencia en el currículo de la noción de geometría

El Proyecto Educativo Nacional establece, en su segundo objetivo estratégico, la necesidad de transformar las instituciones de Educación Básica de manera tal que aseguren una educación pertinente y de calidad, en la que todos los niños y adolescentes puedan desarrollar sus potencialidades como personas y aportar al desarrollo social.

El Diseño Curricular Nacional (DCN) provee que los alumnos de primer grado de educación secundaria en el curso de matemática, tienen el objetivo de desarrollar los contenidos de acuerdo a las siguientes competencias: números, relaciones y funciones, geometría y medición, estadística y probabilidad. Dentro de la segunda competencia se encuentra el conocimiento de la geometría plana, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla Nº1

CONOCIMIENTOS	CAPACIDADES
➢ Construcción y medición de ángulos y segmentos ➢ Polígonos	➢ Resuelve problemas de contexto matemático que involucran segmentos y ángulos

➢ Ángulos internos y externos de un polígono ➢ Perímetros y áreas de figuras poligonales	➢ Clasifica polígonos de acuerdo a sus características. ➢ Resuelve problemas de contexto matemático que involucra el cálculo de ángulos internos y externos de un polígono ➢ Calcula el perímetro y área de figuras poligonales ➢ Estima o calcula exactamente el área de figuras planas utilizando diversos método

Tabla 1: *Conocimientos y capacidades geométricas según el DCN*

Para que los estudiantes logren acumular estos conocimientos y desarrollen estas capacidades es necesario que los internalicen, comprendan y utilicen varias formas de representar geometría y medición de manera real. Asimismo, deben desarrollar habilidades para usar modelos matemáticos para comprender y representar relaciones cuantitativas. De la misma manera para desarrollar los conceptos y las ideas geométricas, es necesario que los estudiantes exploren su entorno, verificando en ella las distintas formas que tienen los objetos, a fin de relacionar y elaborar ideas geométricas en forma intuitiva. La enseñanza de la geometría formal permite avanzar en el desarrollo del conocimiento del espacio, de tal manera que en un momento dado pueda prescindir de él y manejar mentalmente imágenes de las figuras que tienen dos dimensiones (Huerta Rosales M. , 2007).

Mientras tanto, las Rutas de Aprendizaje, proveen dos competencias; número – operación y cambio- relación. Dentro de la segunda competencia, los estudiantes adquieren y construyen los conocimientos de los patrones que se refieren al estudio de los conocimientos de la geometría y a sus propiedades. Este dominio dota de sentido geométrico a la resolución de situaciones problemáticas, las mismas que sirven de contexto para desarrollar capacidades matemáticas.

En efecto, vivimos en un mundo que está lleno de formas y cuerpos geométricos. A nuestro alrededor podemos encontrar evidencias geométricas en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales. Estas situaciones del mundo real demandan a la persona de poner en práctica capacidades con relación a la geometría, como obtener una información a partir de la observación; interpretar, representar y describir relaciones entre formas, desplazarse en el espacio, entre otras. Aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender su entorno. La geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento y es la parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad.

La resolución de situaciones problemáticas sobre geometría permite desarrollar progresivamente la capacidad para:

- Describir objetos, sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico.
- Componer y descomponer formas.
- Estimar medidas, utilizar instrumentos de medición.
- Usar diversas estrategias de solución de problemas.

Por esta razón puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto del aprendizaje.

Pues es así, que en el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana. Es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar,

explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas

2.3.9 Dificultades y errores

Los estudiantes comprenden progresivamente la noción de geometría, a partir de sus diferentes significados derivados de los diversos tipos de situaciones de uso, que no son todos igualmente sencillos de comprender para ellos. Los alumnos necesitan la conceptualización de la geometría para entender, comprender, interpretar y usar sus notaciones con sentido en las diferentes aplicaciones de las mismas.

Este conocimiento que se genera progresivamente, es afectado por algunos errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas que pueden haber sido generados en el mismo proceso de aprendizaje de las figuras. Estos errores, en la enseñanza de la geometría, son causados muchas veces por una utilización exclusiva del libro de texto y la no utilización de otros recursos o materiales que amplíen el esquema conceptual del alumno.

Los docentes se preocupan solo por enseñarles cuales son las figuras geométricas básicas, sin explicar detalladamente sus propiedades y mucho menos darle oportunidad, a que los estudiantes atribuyan sentido a estos conocimientos; pues sólo usan el cuaderno y el pizarrón como únicos recursos. La escuela ha limitado exageradamente los problemas geométricos: los del meso-espacio, cuya geometría es limitada al aula, al pupitre y sobre todo al cuaderno, donde el estudiante no tiene que moverse ni trasladarse, ya que sólo es una geometría de papel y tijeras (Keyla, 2009).

Al mismo tiempo uno de los problemas que hoy en día tienen las escuelas, particularmente en la materia de matemáticas, relacionado con la geometría en el primer grado de educación secundaria, es cuando los alumnos memorizan o mecanizan, y no se logra un aprendizaje significativo. Debido a esto, muchos profesores exponen que hay muchas diferencias con respecto al dominio de términos geométricos, que sirven para mejorar dicha enseñanza. Éstas pueden ser las actividades donde se pueden utilizar los materiales concretos, los cuales permiten al estudiante obtener un aprendizaje significativo, además de estimularle para que a la hora de aprender la geometría no se aburran; sino más bien tengan satisfacción, diversión y creatividad, pero la mayoría de las veces los profesores no las aplican.

Los errores también pueden ser ocasionados por las interpretaciones distintas que se le pueden dar a la misma expresión gramatical, por ejemplo la definición de triángulo isósceles, como el triángulo que tiene dos lados iguales puede ser interpretada como que dos lados son iguales y uno desigual o bien que tiene dos lados iguales y el otro puede ser desigual o no..

Así mismo el estudio de los puntos notables de un triángulo como alturas, medianas, mediatrices y bisectrices, presupone que todos son siempre interiores al triángulo y los alumnos tienen dificultad para trazar alturas a los lados de un triángulo obtusángulo o el caso del triángulo rectángulo en el que dos alturas coinciden con los lados. Esta definición hace también concebir a los alumnos la existencia de una sola altura en los triángulos. Así, cuando se les pide trazar las alturas de un triángulo solo trazan una altura; a partir de esto podemos observar como los alumnos desconocen que existen otras alturas o tienen dificultad para trazarlas y para trabajar en las actividades con ellas.

Otro problema que se encuentra en la enseñanza- aprendizaje de la geometría son las definiciones de los conceptos. Los maestros y los libros de texto presentan los conceptos de Geometría elemental de dos formas distintas: o bien mediante el enunciado de la definición, ejercicios de memorización y reconocimientos de algunas figuras concretas, o bien presentando primeramente ejemplos de figuras, describiendo sus características para pasar a definirlas, realizar ejercicios memorísticos de la definición así como actividades de reconocimiento de otras figuras. Ambas metodologías ponen el acento en las definiciones más que en los ejemplos que son los que impactan más en los estudiantes y los que producen un efecto mental más duradero y profundo. Debido a estas metodologías los alumnos memorizan las definiciones cuando el maestro les pregunta, pero no las utilizan para resolver las actividades que se le plantean, pues carecen de una imagen conceptual correcta. Esta forma de actuar hace que se formen alumnos que conocen los conceptos geométricos de forma teórica, pero en práctica son incapaces de afrontar los problemas geométricos que se le plantean o se le plantearon en su vida cotidiana.

Otro problema que se presenta desde la Primaria es la clasificación de las formas planas, tanto de triángulos como de cuadriláteros. Las confusiones que los alumnos tienen sobre estas clasificaciones hacen que les sea imposible clasificar otros conjuntos que presuponen este conocimiento.

III. PROPUESTA DIDÁCTICA

2.1. Elaboración de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte"

El presente trabajo de investigación tiene como finalidad promover el aprendizaje de los contenidos curriculares de la geometría. En esta perspectiva se ha diseñado una unidad didáctica estructurada como un conjunto de laboratorios matemáticos, los cuales conducen los alumnos a través de la observación de su entorno y de algunas formas de artes gráficas al reconocimiento de elementos geométricos y a la construcción de sus conceptos.

Esta propuesta pedagógica ha sido aplicada y experimentada en la Institución Educativa Nº 86378 "Santa Rosa" en el Centro Poblado de Uchusquillo, distrito de San Luis, Provincia de Calos Fermín Fitzcarrald, Ancash, durante el año académico 2016. La experimentación en dicha institución se justifica con el objetivo de la presente investigación de proponer una herramienta pedagógica que pueda ser aplicada en las instituciones educativas operantes en áreas rurales del país, siendo la I.E. "Santa Rosa", para las dificultades, las características de los docentes y de los estudiantes y las condiciones sociales y culturales de las familias, representativa de toda la realidad rural de la zona andina.

Las actividades que conforman la unidad didáctica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte" se fundamentan en la observación para desarrollar la capacidad de los estudiantes de reconocer la presencia de la geometría y especialmente de sus formas y elementos, para luego analizar y formalizar sus ideas geométricas hasta llegar a un conocimiento riguroso. Este procedimiento se fundamenta con los cinco niveles de aprendizajes considerados en la geometría.

Tabla Nº 2

Niveles de aprendizaje en la geometría
Nivel 0: Visualización y reconocimiento.
Nivel 1: Análisis
Nivel 2: Ordenación y clasificación.
Nivel 3: Deducción Formal
Nivel 4: Rigor

Tabla 2: *Niveles de aprendizaje geométrico, modificado de "NÚMEROS" Revista de didáctica de las matemáticas, 2011 vol.78*

La propuesta pedagógica se orienta a proponer escenarios de aprendizaje por descubrimiento, donde los estudiantes son los principales fautores de su propio aprendizaje.

En específico la propuesta didáctica que acompaña la presente investigación se focaliza en la enseñanza de los polígonos, sus elementos, sus características y sus dimensiones, priorizando la habilidad de dar solución a problemas reales. También, en ella, los estudiantes adquieren un aprendizaje de tipo cooperativo, desarrollando las capacidades de relación y comunicación entre compañeros por medio de actividades grupales.

3.1.1 Laboratorio 1: "Observando las figuras geométricas en el aula"

Esta actividad tiene como objetivo principal reconocer y caracterizar las formas geométricas elementales presentes en el entorno real, para que los estudiantes puedan contextualizar en la realidad los conceptos abstractos de punto, línea, plano, ángulo y otros elementos fundamentales de la geometría. Este paso es necesario para poder adquirir y poder teorizar las nociones geométricas.

En este laboratorio matemático los estudiantes observan el aula en la cual estudian para reconocer en ella elementos geométricos. La observación se realiza por medio de una ficha de observación en la cual los estudiantes reportaran los elementos geométricos observados, su descripción, su ubicación en el aula y darán una representación gráfica de ellos.

Al finalizar la actividad los estudiantes compartirán sus observaciones para confrontarse y autoevaluar su propio trabajo.

Para desarrollar esta actividad se siguen los siguientes pasos:

- El docente presenta la actividad comunicando a los estudiantes cuales son los objetivos de la clase.
- Los estudiantes observan el aula buscando elementos geométricos, describiendo sus características y representándolos gráficamente gracias al uso de la ficha de observación.
- Los estudiantes realizan una representación gráfica del aula, croquis, para poder ubicar en ella los elementos observados.
- Los estudiantes comunican a sus compañeros los resultados de su propia observación.
- El docente guía a los estudiantes a reconocer los elementos que todos han podido observar, a sus formular características y descripciones.

3.1.2 Laboratorio 2: "Competición amistosa"

Esta actividad tiene un carácter lúdico y se desarrolla mediante una competición entre equipos que se desafían en la habilidad de reconocer, describir y representar figuras geométricas a partir de la observación de imágenes. Tiene como objetivo la descripción y clasificación de los polígonos a partir de su definición, sus

elementos y sus características. Este laboratorio pretende acercar los estudiantes a la observación de elementos familiares, que hacen parte de su entorno, de los elementos de la naturaleza que lo rodean y de las obras de arte, a fomentar la curiosidad de descubrir y explorar estos elementos y a través de esto presentar y afianzar la idea de polígono. Además la "Competencia amistosa" por su carácter lúdico y por desarrollarse en equipos, incentiva los estudiantes a trabajar en grupo y a participar en forma activa al proceso de aprendizaje.

Las imágenes que se proponen en esta actividad son fotografías a colores de una bicicleta, de un cuadro de arte contemporánea y de una flor; los estudiantes después de observar las imágenes deben anotar en una ficha de análisis cuales formas geométricas aparecen en estas imágenes, que características tienen, cuáles de ellas son polígonos cuales no y que tipo de polígonos observan.

Este laboratorio se desarrolla en dos tiempos:

En la primera fase:

- El profesor inicia la actividad formando grupos de 3- 4 integrantes considerando el nivel académico de los estudiantes para que puedan cooperar y favorecer un proceso de nivelación.
- El docente presenta a cada estudiante una lámina representante tres imágenes diferentes: una bicicleta, una pintura contemporánea y una flor.
- Los estudiantes observan y luego comparten sus observaciones en el grupo participando así de forma activa y cooperante.
- Un integrante del grupo reúne todas las observaciones utilizando la ficha de observación describiendo cada una de las formas geométricas que se presente en las imágenes.

- Los estudiantes ponen en común la descripción que ha podido realizar cada grupo, de esta manera el estudiante amplía su conocimiento con los conocimientos que tienen los demás.
- La actividad se puede ampliar proponiendo otras imágenes.

En la segunda fase:

- El docente reparte una lámina diferente a cada grupo. Las láminas representan una obra de arte pre-hispánica.
- Los estudiantes reconocen las formas geométricas en las láminas presentadas por el profesor. La descripción en esta etapa ya no es por medio de una ficha sino por medio de una representación gráfica.
- Cada grupo debe reconocer y dibujar los polígonos presentes en la imagen, manteniendo sus características y su ubicación.
- Los estudiantes ponen en común la construcción que ha podido realizar cada grupo, de esta manera el estudiante amplía sus habilidades de dibujo y construcción.

3.1.3 Laboratorio 3: "Reconocemos polígonos"

En esta actividad los estudiantes realizan una infografía sobre un polígono y las relaciones existentes entre este y una determinada obra de arte o un elemento de la naturaleza observado. Ahora las relaciones ya no se establecen en forma general sino que a partir de una determinada observación se individua la presencia de un determinado polígono, con dimensiones y características propias.

El estudiante individualmente busca extraer informaciones de la observación sobre el polígono que va a describir y realiza una infografía por medio de representaciones gráficas, descripciones y curiosidades acerca del polígono.

Esta actividad apunta a reforzar la capacidad de los estudiantes de observar su entorno y de reconocer en esto elementos de la geometría.

- El docente presenta la actividad comunicando a los estudiantes cuales son los objetivos de la actividad.
- Cada estudiante investiga, recogiendo las informaciones e imágenes necesarias, para poder establecer las relaciones existentes entre los polígonos, como elementos geométricos y algunos elementos de la naturaleza y del arte: como los modelos de crecimiento de las flores, los motivos decorativos de las culturas pre-hispánicas.
- Los estudiantes realizan una infografía que presente imágenes, descripciones, representaciones gráficas realizadas por los estudiantes y curiosidades acerca del polígono que se ha podido obtener a través de la observación.
- El profesor deja un trabajo grupal, que cada grupo desarrollará durante la tarde, así que los integrantes se organizan para establecer el lugar y la hora de la sesión de trabajo. Todos colaboran mutuamente a la realización del trabajo. El trabajo consiste en que cada grupo busca diferentes imágenes de la naturaleza y de esta puede extraer informaciones sobre el polígono, luego describe y realiza una infografía por medio de representaciones gráficas, descripciones y curiosidades acerca del polígono realizadas por los mismos estudiantes.
- Cada grupo presentará en la siguiente clase, los trabajos que han realizado.

3.1.4 Laboratorio 4: "El azulejo"

En esta actividad los estudiantes descubrirán y experimentarán la técnica decorativa de los azulejos, un típico ornamento de la arquitectura portuguesa y española que durante la época colonial ha sido exportada hasta el nuevo continente y que fue muy usada en la época del virreinato en nuestro país. Esta técnica sigue adornando y embelleciendo muchos edificios coloniales, palacios, iglesias y conventos de nuestras ciudades. "*El azulejo*" esencialmente es una mayólica, generalmente de forma cuadrada pero puede tomar diferentes formas, con una superficie esmaltada y decorada. Estos ornamentos siempre tenían formas geométricas que encajaban perfectamente entre ellas y que podían reproducir el motivo decorativo, para poder adornar superficies a veces muy extensas.

Esta actividad servirá a los estudiantes a desarrollar su creatividad y a contextualizar las nociones de perímetro y área de los polígonos, sus movimientos en el plano, las simetrías que se generan.

Esta actividad pretende estimular la capacidad de observación y de construcción de figuras geométricas en los estudiantes, para que utilizando y combinando polígonos, puedan construir un motivo decorativo.

- El profesor lee una lectura informativa sobre la técnica decorativa denominada "azulejos" y su difusión en la arquitectura colonial del Perú.
- El docente presenta algunas imágenes de azulejos que servirán como modelos para la realización del trabajo propuesto.
- El profesor, vuelve a organizar los estudiantes en tres equipos para que puedan efectuar el trabajo.
- Cada integrante del grupo deberá construir un motivo decorativo poniendo en juego su creatividad y, al mismo tiempo, respetando las siguientes reglas:

1) El modulo debe tener área y perímetro establecido.
2) Puede tener la forma deseada pero debe poderse componer en línea recta sin dejar espacios y sin interrumpir el motivo decorativo.

- Los estudiantes reunidos en grupos diseñan un motivo decorativo, con la combinación de formas geométricas y colores.
- Cada grupo elegirá un motivo y lo presentará en un papel bond de formato A3.

IV. METODOLOGÍA

4.1 Tipo y metodología de la investigación

El presente trabajo de investigación es de tipo cuantitativo, de alcance correlacional y explicativo.

4.2 Diseño de la investigación

El diseño de este trabajo de investigación es experimental, de tipo pre-experimental y se diagrama de la siguiente manera:

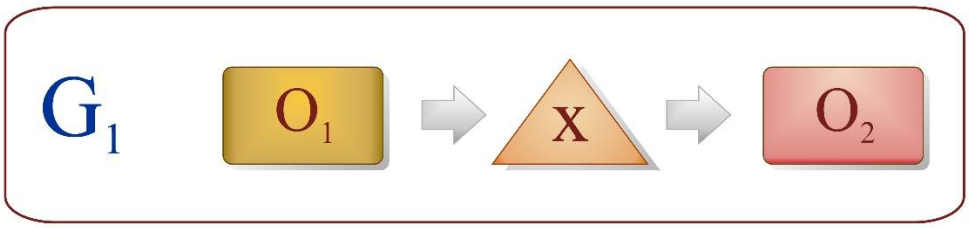


Gráfico 1: *Diseño de la investigación*

- G: Alumnos del primer grado de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo
- O_1: Aplicación del pre-test para evaluar el nivel de conocimientos inicial de los componentes del grupo experimental.
- X: Aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la naturaleza en la geometría en la naturaleza y el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo y utilizando material concreto para el aprendizaje de los polígonos.
- O_2: Aplicación del post-test para evaluar los efectos del tratamiento y relacionar las variables.

4.3 El Universo y la población

4.3.1 Universo de investigación

El universo de la investigación son los estudiantes y docentes de las Instituciones Educativas de la provincia Carlos Fermín Fitzcarrald del nivel de Educación Secundaria.

4.3.2 Población de investigación

La población de la presente investigación está formada por los docentes y estudiantes de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo.

4.3.3 Muestra de investigación

El Grupo experimental o muestra de la investigación está formado por los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa de Uchusquillo.

TABLA N°3

Composición del grupo experimental

GRADO	*SECCIÓN*	*N° DE ESTUDIANTES*	
Primero	*"A"*	*VARONES*	*MUJERES*
		4	*7*
		PORCENTAJE	
		36,36%	*63,63%*

Tabla 3: *Composición del grupo experimental*

4.4 Técnicas e instrumentos

4.4.1 Definición y operalización de las variables

Las variables consideradas en el presente estudio se diversifican de la siguiente manera:

Variable independiente: aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte".

Variable dependiente: el aprendizaje significativo de los polígonos.

Para evaluar y definir con más precisión la variable dependiente, esta se ha organizado en las siguientes tres dimensiones:

- Las formas geométricas en nuestro entorno
- Los polígonos y sus características
- Área y perímetro de los polígonos

Cada una de las dimensiones consideradas se ha evaluado según las cuatro capacidades matemáticas que se considera en las "Rutas del aprendizaje"

- Matematiza situaciones
- Comunica y representa ideas matemáticas
- Elabora y usa estrategias
- Razona y argumenta generando ideas matemáticas.

TABLA Nº 4

VARIABLE	DIMENSIONES	SUB-DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTO
LOS POLÍGONOS	LAS FORMAS GEOMETRICAS EN NUESTRO ENTORNO	*Matematiza situaciones*	Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte.	Prueba de entrada o pre-test y prueba final o post-test; lista de cotejo
			Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno	
			Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida real	
		Comunica y representa ideas matemáticas	Describe las formas geométricas observadas	
			Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas	
			Representa gráficamente líneas paralelas, secantes y perpendiculares	
	LOS POLÍGONOS Y SUS CARACTERISTICAS	*Matematiza situaciones*	Reconoce y define polígonos usando diversos criterios	
			Identifica los elementos de los polígonos	
			Relaciona el número de diagonales con el número de lados y vértices	
			Define los polígonos cóncavos y convexos	
			Clasifica los polígonos según la medida de sus ángulos	
			Clasifica polígonos según el número de sus lados	
			Define con precisión un polígono regular	
			Reconoce las propiedades de los polígonos regulares.	
			Clasifica los triángulos según la medida de sus lados	
			Clasifica los triángulos según la medida de sus ángulos	
			Reconoce las propiedades de los triángulos isósceles	
			Identifica al triángulo equilátero como polígono regular	

VARIABLE	DIMENSIONES	SUB-DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTO
LOS POLÍGONOS	LOS POLÍGONOS Y SUS CARACTERÍSTICAS	*Matematiza situaciones*	Identifica las características de triángulos rectángulos notables	Prueba de entrada o pre-test y prueba final o post-test; lista de cotejo
			Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo	
		Comunica y representa ideas matemáticas	Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características.	
			Representa un polígono dadas sus respectivas medidas	
			Representa gráficamente un polígono como composición de triángulos y cuadriláteros.	
			Representa simbólicamente los elementos de un triángulo	
			Describe simbólicamente y gráficamente las características de los polígonos regulares	
			Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras	
		Elabora y usa estrategias	Calcula el número de diagonales de un polígono	
			Aplica sus propiedades para clasificar un polígono	
			Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo conociendo la medida de los catetos.	
			Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras	
			Aplica el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo	
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	Deduce la fórmula para hallar la suma de los ángulos interiores de un polígono	
	ÁREA Y PERÍMETRO DE LOS POLÍGONOS	*Matematiza situaciones*	Define con precisión el perímetro de un polígono	
			Define con precisión la idea de área de un polígono	
			Diferencia el perímetro y el área de un polígono	
			Identifica los elementos que determinan el área de un polígono	

VARIABLE	DIMENSIONES	SUB-DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTO
LOS POLÍGONOS	ÁREA Y PERÍMETRO DE LOS POLÍGONOS	*Comunica y representa ideas matemáticas*	Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el área de las diferentes clases de polígonos	Prueba de entrada o pre-test y prueba final o post-test; lista de cotejo
			Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el perímetro de polígonos regulares	
		Elabora y usa estrategias	Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica	
			Aplica las respectivas fórmulas para calcular el área de cada figura geométrica	
			Calcula el perímetro y el área de regiones poligonales cóncavas	
			Calcula el perímetro de figuras poligonales regulares	
			Elabora estrategias para resolver problemas de perímetro y áreas de polígonos por descomposición de figuras	
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área	
			Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área	

Tabla 4: *Operalización de la variable*

4.4.2 Técnicas e instrumentos y matriz de evaluación

La técnica que se ha empleado para evaluar los efectos de la estimulación ha sido la observación por medio de una pre prueba y una pos prueba aplicadas al grupo experimental; esta técnica se considera adecuada para destacar a los efectos producidos por la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y el en arte" en los integrantes del grupo experimental.

El instrumento que se utilizó fue una lista de cotejo, organizada en base a las tres dimensiones que se han evaluado, *"Las formas geométricas en nuestro entorno"*, "Los polígonos y sus características" y "Área y perímetro de los polígonos". Por cada una de las dimensiones a evaluar con respecto a la variable dependiente se han determinado unos indicadores para definir el aprendizaje en cada una de las capacidades matemáticas consideradas.

Por medio de este instrumento, y a partir de una evaluación de pre-test y post-test, se llegó a verificar si los estudiantes trabajando bajo la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y el en arte" han tenido progresos en el aprendizaje de los polígonos.

La prueba que se aplicó al iniciar la experimentación fue la misma que se volvió a utilizar después de la aplicación de las estrategias propuestas. Este instrumento se conformó de 5 ítems a través de los cuales se exploraron los conocimientos del estudiante en la noción de polígonos, considerando todas las dimensiones que se quiso analizar, y tomando como eje de su aprendizaje la transversalidad del tema y, consecuentemente, su relación con la naturaleza y el arte.

El primer ítem, "*Observa las siguiente imagen y completa el cuadro*", pretende explorar la capacidad de observación del estudiante, su habilidad en

reconocer las formas geométricas presentes en su entorno, en la naturaleza y en las representaciones pictóricas. El estudiante describe y establece relaciones entre las formas geométricas abstractas y su representación gráfica.

El segundo, "*Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes preguntas*", tiene como objetivo observar la capacidad del estudiante de reconocer, definir y clasificar los polígonos usando diversos criterios como el número de sus lados, la medida de los mismos y la amplitud de sus ángulos. También la capacidad de identificar los elementos de los polígonos, el perímetro y el área, los lados vértices, diagonales y líneas notables. Evaluar la capacidad de reconocer las representaciones gráficas de los polígonos y saberlos representar, de reconocer y definir los polígonos regulares y deducir las fórmulas para determinar sus dimensiones.

El ítem número tres, "*Observa la imagen y describe los polígonos que observas según sus características*", pretende explorar la habilidad del estudiante de clasificar y describir las propiedades de los triángulos y de los cuadriláteros.

En el cuarto, "*Utilizando el método gráfico explica el teorema de Pitágoras luego calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 cm y 20 cm*", se evalúa el nivel de comprensión y la capacidad de aplicar el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas.

En el quinto y último ítem, "*Se quiere pintar la fachada de un edificio que tiene la forma representada en la figura siguiente. Si el pintor cobra por su trabajo y por la pintura 30 soles al* m^2*, ¿Cuánto costará el trabajo?*", se observa la capacidad de elaborar estrategias para resolver problemas de perímetro y áreas de polígonos por

descomposición de figuras y de deducir y aplicar las fórmulas adecuadas para calcular el perímetro y el área de cada figura geométrica.

Para poder evaluar las capacidades matemáticas de los estudiantes en cada dimensión considerada, su aptitud en reconocer la presencia de la geometría en el entorno vivencial, su habilidad de observar y describir las características de los polígonos y la capacidad de resolver problemas, se aplicó una lista de cotejo al pre-test y post-test, conformada de cuarenta y cinco indicadores.

Los ítems utilizados para la evaluación, relacionados a las respectivas dimensiones y a sus indicadores, como también los respectivos puntajes, se presentan en la siguiente matriz.

TABLA N° 5

Variable	Dimensiones e ítems				Indicadores	Puntuación	
						SI	NO
LOS POLÍGONOS	LAS FORMAS GEOMETRICAS EN NUESTRO ENTORNO	*1*	Observa las siguiente imagen y completa el cuadro		Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte.	1	0
					Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno	1	0
					Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida rea	1	0
					Describe las formas geométricas observadas	1	0
					Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas	1	0
					Representa gráficamente líneas paralelas, secantes y perpendiculares	1	0
	LOS POLÍGONOS Y SUS CARACTERISTICAS	*2*	Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes preguntas…	*2.1*	Reconoce y define polígonos usando diversos criterios	1	0
					Define con precisión un polígono regular	1	0
				2.2	Reconoce las propiedades de los polígonos regulares	1	0
					Describe simbólicamente y gráficamente las características de los polígonos regulares	1	0
					Define con precisión el perímetro de un polígono	1	0
					Define con precisión la idea de área de un polígono	1	0
					Diferencia el perímetro y el área de un polígono	1	0
					Identifica los elementos que determinen el área de un polígono	1	0
				2.3	Define los polígonos cóncavos y convexos	1	0
					Clasifica los polígonos según la medida de sus ángulos	1	0
				2.4	Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características	1	0
					Representa un polígono dadas sus respectivas medidas	1	0
				2.5	Identifica las características de triángulos rectángulos notables	1	0
					Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo	1	0
					Deduce la fórmula para hallar la suma de los ángulos interiores de un polígono	1	0

Variable	Dimensiones				Indicadores	Puntuación	
						SI	NO
LOS POLÍGONOS	LOS POLÍGONOS Y SUS CARACTERISTICAS	*2*	Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes preguntas…	*2.6*	Identifica los elementos de los polígonos	1	0
					Relaciona el número de diagonales con el número de lados y vértices	1	0
					Calcula el número de diagonales de un polígono	1	0
		3	Observa la imagen y describe los polígonos que observas según sus características:		Clasifica polígonos según el número de sus lados	1	0
					Clasifica los triángulos según la medida de sus lados	1	0
					Clasifica los triángulos según la medida de sus ángulos	1	0
					Reconoce las propiedades de los triángulos isósceles	1	0
					Identifica al triángulo equilátero como polígono regular	1	0
					Aplica sus propiedades para clasificar un polígono	1	0
					Representa gráficamente un polígono como composición de triángulos y cuadriláteros	1	0
		4	Utilizando el método gráfico explica el teorema de Pitágoras luego calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 cm y 20 cm		Representa simbólicamente los elementos de un triángulo	1	0
					Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo conociendo la medida de los catetos	1	0
					Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras	1	0
					Aplica el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo	1	0
					Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras	1	0

Variable	Dimensiones			Indicadores	Puntuación	
					SI	NO
LOS POLÍGONOS	ÁREA Y PERÍMETRO DE LOS POLÍGONOS	*5*	Se quiere pintar la fachada de un edificio que tiene la forma representada en la figura siguiente. Si el pintor cobra por su trabajo y por la pintura 30 soles al m2, ¿Cuánto costará el trabajo?	Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el área de las diferentes clases de polígonos	1	0
				Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el perímetro de polígonos regulares	1	0
				Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica	1	0
				Aplica las respectivas fórmulas para calcular el área de cada figura geométrica	1	0
				Calcula el perímetro y el área de regiones poligonales cóncavas	1	0
				Calcula el perímetro de figuras poligonales regulares	1	0
				Elabora estrategias para resolver problemas de perímetro y áreas de polígonos por descomposición de figuras	1	0
				Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área	1	0
				Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área	1	0

Tabla 5: *Lista de cotejo*

Para poder determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes se ha asignado un puntaje equivalente por cada indicador; priorizando la capacidad de observar su entorno y el arte para descubrir en ella la presencia de la geometría. En base a esto se ha individuado cuatro niveles de aprendizaje; por cada nivel se asigna un rango de puntuación correspondiente.

TABLA N° 6

Escala de calificación de aprendizaje aplicada a la lista de cotejo

Nivel de aprendizaje	Definición de aprendizaje	Rendimiento académico
00 - 22	APRENDIZAJE EN INICIO	00 - 10
23 - 29	APRENDIZAJE EN PROCESO	11 -13
30 - 38	APRENDIZAJE LOGRADO	14 - 17
39 - 45	APRENDIZAJE DESTACADO	18 - 20

Tabla 6: *Escala de calificación de aprendizaje*

Esta escala de intervalos representa el juicio más honesto respecto al logro de aprendizaje de los estudiantes en cuanto al aprendizaje de los polígonos.

La siguiente tabla facilita una interpretación lógica y significativa de los puntajes estándares del test de capacidades comunicativas.

TABLA N° 7

Escala de calificación de los aprendizajes
en la Educación Básica Regular.

NIVEL DE APRENDIZAJE	RENDIMIENTO ACADÉMICO	PUNTAJE DE INTERPRETACIÓN	DESCRIPCIÓN
00 - 22	00 -10	Inicio	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención de docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje
23 – 29	11 - 13	Proceso	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere un acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
30 – 38	14 - 17	Logro previsto	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado
39 – 45	18 – 20	Logro destacado	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas

Tabla 7: *Escala de calificación de los contenidos*

Para verificar la prueba de confiabilidad del instrumento se ha tomado la prueba de Kuder-Richardson 20.

TABLA N° 8

Prueba de Kuder-Richardson 20	
Pre-test	Kr 20 = 0.66
Post-test	Kr 20 = 0.67

Tabla 8: *Prueba de confiabilidad del instrumento*

Para los datos del pre-test la prueba tiene una confiabilidad alta por tener un valor de Kr 20 = 0.66, es decir se encuentra en el intervalo [0.61 – 0.80], esto muestra que el instrumento es confiable

Para los datos del post-test la prueba tiene una confiabilidad alta por tener un valor de Kr 20 = 0.67, es decir se encuentra en el intervalo [0.61 – 0.80], esto muestra que el instrumento es confiable

4.4.3 Plan de análisis

Para comprobar las hipótesis de la investigación se ha aplicado, a las dos mediciones, una prueba preliminar para verificar el supuesto de normalidad. Siendo los dos grupos de datos constituidos por un número de casos inferior a 30, se ha utilizado la prueba de Shapiro-Wilk. Verificado que los dos grupos presentan una distribución normal, para contrastar las variables se han empleado dos pruebas. La prueba no paramétrica para el análisis de los rangos, y la prueba de T de Student para muestras relacionadas, con un nivel de significancia del 5 % tal como se precisa en las investigaciones referidas a las ciencias sociales.

El procesamiento y análisis de los datos se han realizados con el programa estadístico SPSS versión 20.

V. RESULTADOS

5.1 Resultados de la investigación

En la presente investigación se planteó como objetivo general determinar si la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los contenidos geométricos, especialmente los polígonos, entre los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria.

Los resultados se muestran en relación a los objetivos específicos:

- Determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los contenidos geométricos relativos a los polígonos en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo en el año académico 2016, a través de un pre-test.
- Determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los contenidos geométricos relativos a los polígonos en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo en el año académico 2016, a través de un post-test.
- Contrastar los resultados de la prueba de pre-test y de post-test, para determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje delos contenidos geométricos, especialmente los polígonos, entre los estudiantes

del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

5.1.1 Nivel de aprendizaje registrado en la prepueba

El nivel de aprendizaje de la geometría en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa 86378"Santa Rosa" de Uchusquillo evaluado a través de un pre-test muestra una situación preocupante resultando muy por debajo de los estándares esperados.

TABLA N° 9

Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 26 de setiembre de 2016

	Puntaje	fi	h%
Inicio	De 0 a 22	11	100%
Proceso	De23 a 29	0	0%
Logro previsto	De 30 a 38	0	0%
Logro destacado	De 39 a 45	0	0%
TOTAL		11	

Tabla 9: *Resumen de los resultados obtenidos en el pre-test*

GRAFICO N° 2

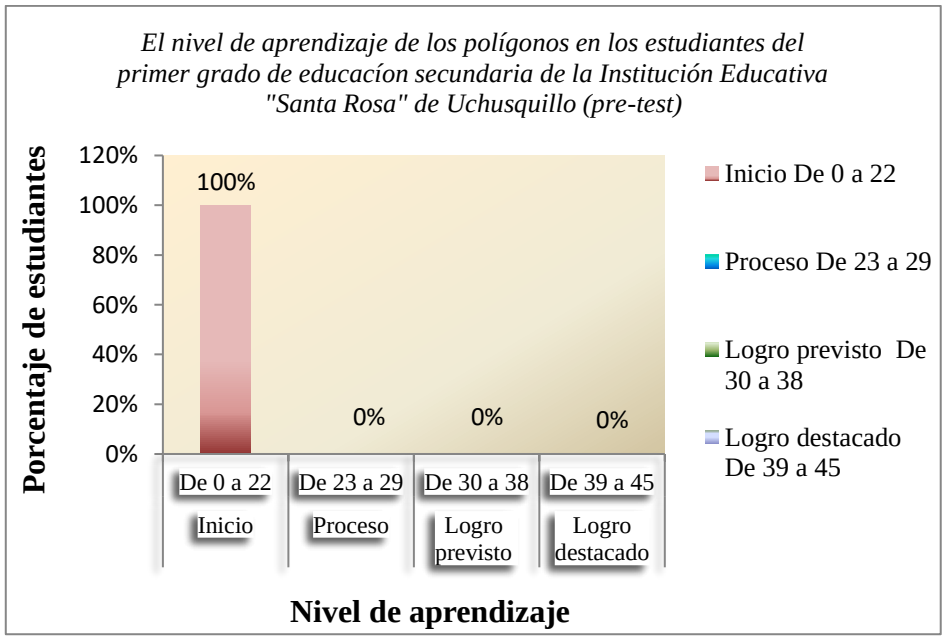


Gráfico 2: *Representación gráfica de los resultados del pre-test*

Observando los resultados presentados en la tabla 6 y en el gráfico 1, resalta que la totalidad de los estudiantes se encuentra en un nivel de aprendizaje de los polígonos en inicio, calificado con intervalo de puntuación de 00 a 22. En la prueba del pre test, todos los alumnos han alcanzado una puntuación que varía de 0 puntos hasta un máximo de 8 puntos con una consecuente media de1, 2 puntos. Esto evidencia claramente una dificultad en el aprendizaje y comprensión de los polígonos. Los resultados registrados en la pre prueba muestran un nivel de aprendizaje en inicio en la totalidad de los estudiantes.

5.1.2 Nivel de aprendizaje registrado en la pos prueba

El real nivel de aprendizajes matemáticos relacionado a los polígonos, evaluado a través del post-test, en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo, en el año académico 2016, muestra que los estudiantes han logrado alcanzar el nivel esperado.

En la prueba del post-test los estudiantes alcanzaron una nota que varía de un mínimo de 36 a un máximo de 42 puntos, con una media de 17,2.

Los resultados obtenidos sobre el objetivo específico de esta investigación se presentan resumidos en el siguiente cuadro:

TABLA N° 10

Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de post-test del 18 de octubre de 2016

	Puntaje	fi	h%
Inicio	De 0 a 22	0	0%
Proceso	De 23 a 29	0	0%
Logro previsto	De 30 a 38	7	64%
Logro destacado	De 39 a 45	4	36%
TOTAL		**11**	

Tabla 10: *Resumen de los resultados del post-test*

GRÁFICO N° 2

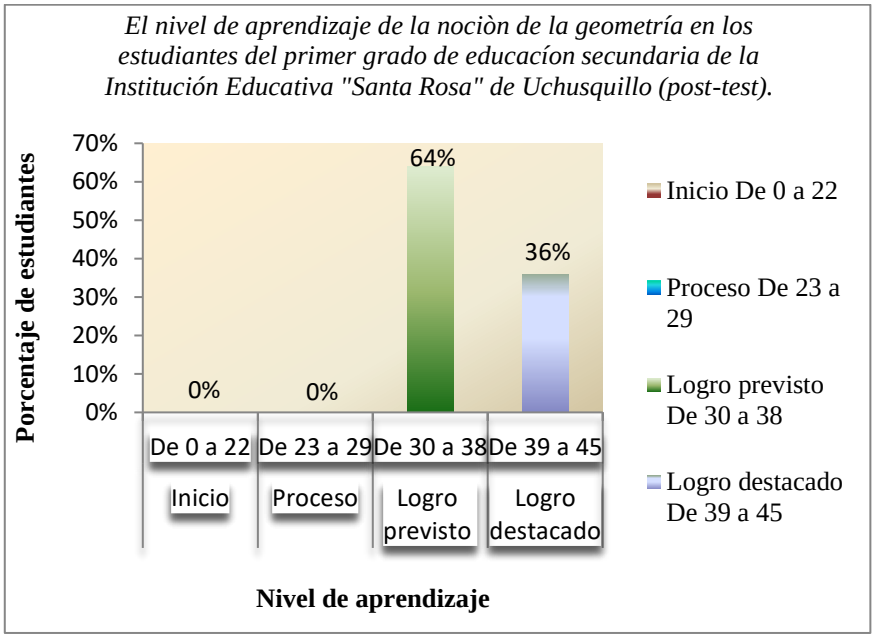


Gráfico 3: *Representación gráfica de los resultados del post-test*

En la tabla 7 y en el gráfico 2 se observa que la totalidad de los estudiantes ha logrado un nivel de aprendizaje conforme a los estándares planteados en los documentos ministeriales y en esta investigación. De la observación de los datos presentados resalta que el 64% de los estudiantes ha logrado aprender los contenidos geométricos relativos a los polígonos en el tiempo programado, alcanzando calificaciones que varían dentro del intervalo del aprendizaje esperado, de 30 a 38, con un puntaje mínimo de 36 puntos. Destaca también que el 36% de los estudiantes logró superar este nivel demostrando un aprendizaje destacado respecto a los objetivos propuestos, con puntajes que varían entre 39 y 42.

La observación de los resultados presentados evidencia una marcada mejora en la capacidad de aprender la noción de geometría de la totalidad de los alumnos. De tal forma también, demuestra la validez de la propuesta aplicada; puesto que todos los estudiantes han superado los niveles de aprendizaje en inicio y en proceso.

5.1.3 Contrastación de los resultados registrados en la pre prueba y en la pos prueba

TABLA Nº 11

	Prueba de normalidad Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
pre-test	,826	11	,020
post-test	,879	11	,100

Tabla 11: *Prueba de normalidad*

La comparación de los resultados registrados en el pre-test y en el post-test evidencia que la totalidad de los estudiantes, después de la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y el en arte" ha obtenido un mejor resultado superando las dificultades evidenciadas por la pre prueba.

La prueba T de Student, muestra que existe una relación significativa entre la variable independiente, aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", y la variable dependiente, aprendizaje significativo de los polígonos, evidenciando un cambio significativo entre las mediciones del pre-test y del post-test.

TABLA Nº 12

Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
			Inferior	Superior			
16,182	,874	,263	15,595	16,769	61,416	10	,000

Tabla 12: *Prueba T de Student para comparar el pre y el post test*

De la prueba T de Student resalta que la significancia es inferior a 0,05 es decir inferior al 5%. Este resultado rechaza la hipótesis nula resaltando un cambio significativo entre el nivel de aprendizaje registrado antes y el nivel de aprendizaje registrado después de la experimentación.

De esta manera la hipótesis se ha verificado positivamente, puesto que la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, ha tenido una influencia significativa en el desarrollo del aprendizaje de los polígonos.

5.1.4 Contrastación del rendimiento académico

Gráfico N°4

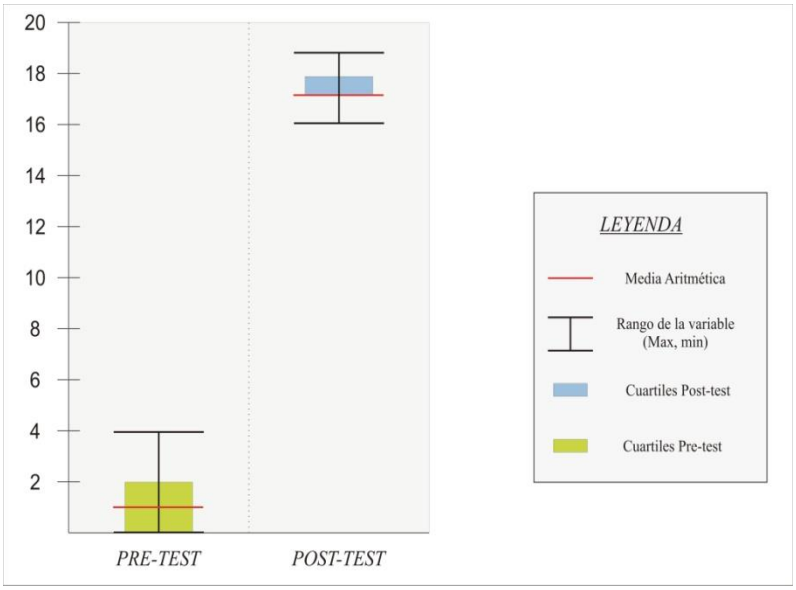


Gráfico 4: *Gráfico de caja para los resultados del pre y post test*

En el gráfico de cajas, se observa, una diferencia significativa entre el pre-test y el post-test aplicados a los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo.

En el pre-test, los estudiantes presentan una deficiencia en las notas obtenidas, puesto que el rango agrupa los valores desde 0 hasta 4; el valor de la mediana es 1.2 y los valores de los cuartiles en el pre-test van desde 0 hasta 2.

Luego de la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y el en arte” los resultados obtenidos en el post-test, mostrados en el gráfico de cajas presentan una mejora en las notas obtenidas evidenciada por el rango de las notas que va desde 16 hasta 19 y la media alcanza un valor de 17.2. El cuartil presenta un valor de 17 hasta 18.

5.1.5 Referente a la hipótesis de la investigación

"La aplicación de la propuesta pedagógica: La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los polígonos en los alumnos del primer grado de educación secundaria”.

Para estimar la incidencia de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, con materiales concretos basada en el enfoque del aprendizaje significativo, en la mejora del aprendizaje de los polígonos, se ha utilizado la prueba T de Student.

La hipótesis se ha verificado positivamente, puesto que la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte” ha tenido una influencia significativa en el aprendizaje de los polígonos. Esto se demuestra poniendo a contraste los resultados del pre-test con los del post-test.

5.2 Interpretación de los resultados

El análisis de los resultados se presenta según los objetivos específicos y la hipótesis de la investigación abordada.

5.2.1 Con respecto al objetivo específico, determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los contenidos geométricos relativos a los polígonos en el pre-test.

El resultado del pre-test muestra que los estudiantes del grupo experimental demostraron pocas habilidades para el aprendizaje de los polígonos. Se observó que el 100% de los estudiantes, obtuvo un nivel de aprendizaje de la noción de polígonos en inicio.

Según el pre-test se aprecia que los estudiantes demostraron poco conocimiento en cada uno de los cinco ítems de la lista de cotejo:

En el primer ítem, "*Observa la siguiente imagen y completa el cuadro*", los estudiantes no podían reconocer los elementos fundamentales de la geometría presentes en la imagen mostrada y esto hizo que los estudiantes no podían encontrar las figuras poligonales presentes en ella.

En el segundo ítem, "*Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes pregunta",* algunos estudiantes lograron definir y clasificar los polígonos en cóncavos y convexos pero la gran mayoría tuvieron una capacidad baja para reconocer, definir y clasificar los polígonos usando diversos criterios como el número de sus lados, vértices, diagonales y líneas notables; la totalidad de los estudiantes tenía un escaso conocimiento del perímetro y el área; y por tal motivo no podían diferenciarlos; de igual modo tenían poca habilidad para calcular el número de lados. Los estudiantes se encontraron con una capacidad mínima para representar gráficamente los polígonos y esta dificultad los llevó a no reconocer y definir los polígonos regulares y deducir las fórmulas para determinar sus dimensiones.

En el tercer ítem, "*Observa la imagen y describe los polígonos que observas según sus características*", los estudiantes no tenían capacidad para clasificar y describir las propiedades de los triángulos y de los cuadriláteros; y esto los afectó representación gráfica de los polígonos.

En el cuarto ítem, "*Utilizando el método gráfico explica el teorema de Pitágoras luego calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 cm y 20 cm*", la prueba de pre-test mostró que los estudiantes tuvieron un bajo nivel de comprensión y poca capacidad en relacionar la medida de la hipotenusa y con la de los catetos y esta dificultad indujo a no aplicar el Teorema de Pitágoras.

En el quinto y último ítem, "*Se quiere pintar la fachada de un edificio que tiene la forma representada en la figura siguiente. Si el pintor cobra por su trabajo y por la pintura 30 soles al* m^2*, ¿Cuánto costará el trabajo?*", los estudiantes no podían deducir ni aplicar las fórmulas adecuadas para calcular el perímetro y el área de cada figura geométrica, por tal motivo no podían resolver problemas de perímetro y área de los polígonos por descomposición de figuras.

Estas deficiencias que los estudiantes muestran en el aprendizaje de la noción de polígonos se deben al mal uso de estrategias por parte de los docentes, y al no emplear los materiales concretos adecuados para la enseñanza de la geometría.

5.2.2 Con respecto al objetivo específico, determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente de los contenidos geométricos relativos a los polígonos en el post-test.

La tabla 7 y el grafico 2 muestran los resultados obtenidos después de la aplicación del post-test. El 64% de los estudiantes del grupo experimental han

alcanzado el nivel de aprendizaje previsto y el 36% de los estudiantes han alcanzado el nivel de aprendizaje destacado. Esto señala que la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, conduce a un aprendizaje significativo de los contenidos curriculares de la geometría.

Según la escala de los indicadores se verifica que los estudiantes han alcanzado el aprendizaje esperado en el conocimiento y desarrollo de los 5 ítems establecidos:

- Observa la siguiente imagen y completa el cuadro.
- Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes preguntas.
- Observa la imagen y describe los polígonos que observas según sus características.
- Utilizando el método gráfico explica el teorema de Pitágoras luego calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 cm y 20 cm.
- Se quiere pintar la fachada de un edificio que tiene la forma representada en la figura siguiente. Si el pintor cobra por su trabajo y por la pintura 30 soles al m2, ¿Cuánto costará el trabajo?

En estos ítems, los estudiantes han logrado superar las dificultades que tenían antes de la aplicación de la propuesta pedagógica. En el primer ítem; los estudiantes lograron reconocer los elementos fundamentales de la geometría presentes en la imagen mostrada y esto hizo que los estudiantes podían encontrar las figuras poligonales presentes en ella

En el segundo ítem, cada uno de los estudiantes logró definir y clasificar los polígonos en cóncavos y convexos; usando diversos criterios como el número de sus

lados, la medida de los mismos y la amplitud de sus ángulos y esto llevó a los estudiantes a identificar los elementos de los polígonos.

En el tercer ítem, los estudiantes demostraron sus capacidades para clasificar y describir las propiedades de los triángulos y de los cuadriláteros y esto sirvió como base para que representar con gráficamente los polígonos según las medidas dadas.

En el cuarto ítem, los estudiantes lograron relacionar la medida de la hipotenusa y los catetos, y esto le sirvió a aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas que involucran el uso de esto.

En el quinto y último ítem, la mayoría de los estudiantes no lograron descomponer los polígonos cóncavos en polígonos conocidos para calcular su área.

Así mismo, durante el proceso de la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte" se ha observado algunas dificultades. En un porcentaje mínimo de los estudiantes se ha manifestado la dificultad en aplicar las fórmulas del área para el cálculo de las superficies de las figuras geométricas, y resolver problemas que demandan la aplicación de las mismas; en otro porcentaje de los estudiantes se observó el problema de aplicar las propiedades de los polígonos para clasificarlas; de la misma manera se encontró la dificultad de descomponer las figuras geométricas cóncavas en figuras geométricas conocidas como en triángulos y en rectángulos para resolver el área de dichos polígonos desconocidos.

La aplicación de esta propuesta ayudó a que aprendan a reconocer, visualizar, dibujar y a describir las características y propiedades de figuras bidimensionales en situaciones estáticas y dinámicas. Y utilizó laboratorios para hacer entender la

estructura del espacio y enseñar a describir con un lenguaje más preciso lo que ya conocen en su entorno natural.

5.2.3 Con respecto al objetivo específico, contrastar los resultados de la prueba de pre-test y de post-test

La comparación de los resultados registrados en el pre-test y en el post-test evidencia que la totalidad de los estudiantes, después de la aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y el arte" han obtenido un mejor resultado superando las dificultades evidenciadas por el pre-test.

Al contrastar los resultados de las dos pruebas, resulta que los estudiantes superaron las dificultades que tuvieron en la prueba tomada antes de la aplicación de la propuesta pedagógica obteniendo los resultados esperados en el aprendizaje de la noción de los polígonos; la enseñanza y el aprendizaje de la geometría fueron positivos, utilizando material concreto y favoreciendo así en los estudiantes del primer grado de educación secundaria "Santa Rosa" Uchusquillo un mejor rendimiento académico.

5.2.4 En relación a la hipótesis de la investigación: La aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte" favorece la enseñanza de los polígonos a los estudiantes del primer grado de educación secundaria

A través de la prueba T de Student para muestras relacionadas, se ha observado una significativa influencia de la variable independiente, aplicación de la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte", basada en el enfoque significativo, con materiales concretos, sobre la variable dependiente, "el aprendizaje significativo de los polígonos". Esta ha sido detallada en las tablas estadísticas número 8 y 9, las cuales muestran que existe una diferencia sustancial entre el pre-test y post-test y que la significancia resulta ser inferior al 5%.

La prueba estadística demostró diferencias relevantes entre el nivel del aprendizaje de la noción de polígonos en el pre-test, y el nivel del aprendizaje de la noción de polígonos obtenidos en el post - test.

Estas diferencias fueron el resultado de la aplicación de la propuesta pedagógica “la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, en el enfoque significativo que sirvió como soporte metodológico en la mejora del aprendizaje de la noción de los polígonos.

Esta propuesta le permite al estudiante obtener un aprendizaje significativo abstrayendo y procesando los conocimientos que ya posee, para luego asimilar una nueva información. Por otra parte el uso de material concreto dentro de la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte” fue algo importante porque permitió estimular a los estudiantes para que puedan, transformar y construir las formas geométricas que encontraban en su entorno.

De igual modo señalamos que, a través del uso la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, en el proceso de aprendizaje es posible lograr en los estudiantes el desarrollo de las capacidades de visualización, de comunicación, de dibujo, de construcción e interés por las imágenes pictóricas, una mejor comprensión y es posible, a partir de ello, construir sus propios conocimientos sobre la noción de polígonos.

VI. CONCLUSIONES

6.1 Conclusiones

Al concluir la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte” basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto y llevando a cabo el análisis de los resultados se llegó a las siguientes conclusiones:

- el nivel de conocimiento de la noción de polígonos que mostraron los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo de acuerdo a su grado, fue deficiente; tenían una escasa capacidad de conocimiento sobre la noción de polígonos y se ubicaron en el nivel de aprendizaje en inicio, este resultado se verificó en la prueba de pre-test.
- la aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y el arte “utilizando material concreto, basada en el enfoque del aprendizaje significativo fue positivo; esto se verificó a través de un post-test lo cual muestra que los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo, han mejorado el nivel de rendimiento académico en el aprendizaje de la noción de polígonos.
- Se verificó la hipótesis planteada: La aplicación de la propuesta pedagógica “La presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los polígonos y mejoró significativamente los conocimientos

sobre la noción de polígonos en los estudiantes del primer grado de la I.E. "Santa Rosa "de Uchusquillo.

- Se ha podido observar que los materiales concretos de esta propuesta pedagógica son facilitadores y motivadores para la enseñanza de la noción de los polígonos, favoreciendo y colaborando en el desarrollo de las capacidades geométricas. Es decir, pueden servir de andamio a estrategias metodológicas para el desarrollo de competencias matemáticas en el ámbito de la geometría.
- Al mismo tiempo, se ha concluido que la implementación de este tipo de materiales concretos en la enseñanza de la Geometría en los estudiantes del primer grado de educación secundaria favorece un aprendizaje activo donde el estudiante aprende haciendo y por medio de la observación.

6.2 Sugerencias

Aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender su entorno. La geometría es considerada como una herramienta para el entendimiento y es la parte de la matemática más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Para ello se debe poner en práctica la capacidad de observar, relacionar, interpretar, representar y describir las formas geométricas presentes en el entorno natural y en las representaciones artísticas. Teniendo como base a esta propuesta pedagógica, se extraen algunas recomendaciones específicas que pueden servir para la enseñanza de la noción de polígonos:

Es importante que los docentes empleen estrategias diversas y adecuadas para la enseñanza de los polígonos; además se sugiere utilizar la propuesta pedagógica "La presencia de la geometría en la naturaleza y el arte", basada en el enfoque

significativo empleando material concreto, como estrategia para el aprendizaje de los polígonos.

Se recomienda a los docentes estimular al estudiante, utilizando material visual de su entorno; lo que permitirá construir sus conocimientos geométricos, con los conocimientos que posee.

Es importante que el estudiante pueda expresar libremente las ideas e inquietudes que tiene, así podrá recibir aclaraciones de parte del docente y relacionar los conocimientos que posee con la información que él le brinda el.

Es importante utilizar las estrategias didácticas y técnicas propuestas en "La presencia de la geometría en la naturaleza y el arte", pues con estos se podrá elevar la creatividad, la imaginación y la autoestima del estudiante que se descubre explorador de la naturaleza.

Se recomienda utilizar las fichas de observación para que los estudiantes comienzan a despertar su interés por investigar y descubrir nuevas posibilidades por sí mismos, analizando y describiendo las formas geométricas y relacionando las con su entorno natural.

Así mismo es importante que las sesiones de clase sean preparadas con un criterio lúdico, donde cada estudiante sea partícipe en la estrategia que se desarrolla, de esta manera las sesiones de aprendizaje resultarán más eficaces y significativas.

Se recomienda a los docentes a utilizar esta propuesta pedagógica, empleando otras estrategias de acuerdo a su capacidad y adecuándolas a la realidad de los estudiantes.

Es esencial fomentar la enseñanza de la geometría, ligadas al entorno vivencial y cultural de los estudiantes, enfatizando así el valor sustancial del aprendizaje significativo.

El docente debe preocuparse a preparar su sesión de aprendizaje con anticipación relacionando a la realidad para que los alumnos tengan un mejor entendimiento sobre el tema de la geometría.

El docente debe relacionar la geometría con la naturaleza y con las representaciones artísticas haciendo notar que nuestro entorno y las obras pictóricas están compuestos por las figuras geométricas y que muchas veces no nos damos cuenta, no tenemos esa curiosidad de observar; por ello, se debe invitar a los estudiantes a que observan y descubran la existencias de las figuras geométricas y a partir de ello podrán aprender a dibujar y construir manteniendo sus características.

Preparar materiales concretos, distribuirlos a cada uno de los estudiantes y emplearlos adecuadamente en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la noción del polígono.

VII. BIBLIOGRAFÍA

A, Peggy and Newby Ertemer y Timothy J. (1993). *CONDUCTISMO, COGNITIVISMO Y CONSTRUCTIVISMO: UNA COMPARACIÓN DE LOS ASPECTOS CRÍTICOS DESDE LA PRESPECTIVA DEL DISEÑO DE INSTRUCCIÓN.* Inprovement quarterly.

Alsina, C; Fortuny, J. M. (1992). *UN VIAJE GEOMÉTRICO AL PAÍS DE LOS ESPEJOS.* Granada: Proyecto sur.

Álvarez, F. P. (2012). DIFERENCIAS EN LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN E INEFICIENCIA: UN ANÁLISIS BASADO EN EL MÉTODO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA. (págs. 17 - 19). Caracas: CAF.

Ángel Primo Martínez; Carlos Pérez Manrique; Gloria Serrano Sotelo; Leopaldo Suárez Lago; Luis F. Andrés Andrés; Luis Grajal Alonso; Ramón Ardanuy Albajar. (1995). *MATEMÁTICAS ESO.* Salamanca, España: HESPÉRIDES.

Antonio, P. S. (2002). *Curvas con historia de las cónicas a las ecuaciones de las flores.* Madrid: Universidad de Catabria.

Antonio, S. M. (2000). LA TECNOLOGÍA EDUCATIVA ANTE EL PARADIGMA CONSTRUCCTIVISTA. *Revista Informática Educativa, 13*(1).

Arenas Avella, M. F. (2012). *PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE ÁREA Y PERÍMETROS EN FIGURAS PLANAS.* Institución Educativa Barrio Santander Sección Estado de Israel. Medellín: Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Ausubel, D. (1976). *PSICOLOGÍA DIDÁCTICA: UN PUNTO DE VISTA COGNOSITIVA.* Mexico: S. N.

Beatriz Escorial González, Carlos de Castro Hernández. (2011). LA GRAN TORRE: MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN lNFANTIL A TRAVÉS DE UN PROYECTO DE CONSTRUCCIÓN. *NÚMEROS*, 154.

Carlos V. Federico; Néstor Alberto Díaz; María José Arias. (2007). *ENSEÑANZA INTERDISCIPLINARIA : GEOMETRÍA Y ARTE.* Buenos Aires: Universidad Nacional de La Plata.

César, G. M., Karim, B. Z., Guadalupe Medizábal, C., Boccio Zúniga, K., Miranda Molina, L., & Flores Arl, S. (2013). *PISA 2012: Primeros Resultados, Informe, Informe Nacional del Perú.* Lima. Lima: Ministerio de Educación del Perú.

Eduardo, E. R. (2013). *GEOMETRÍA I.* Lima: Edukperú.

Emilia Domínguez Hernández; Clara Eugenia Gutiérrez Melero. (s.f.). *LA PRESENCIA DE LA GEOMETRÍAEN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE.*

Ganimian, A. J. (2015). *BAJOS RESULTADOS,ALTAS MEJORAS ¿CÓMO LES FUE A LOS ESTUDIANTES PERUANOS EN LAS ÚLTIMAS EVALUACIONES INTERNACIONALES?* Lima: Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, Ministerio de Educación del Perú.

Gay, J. (2006). *DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO UNO.* Barselona: OCÉANO.

Godino, J. D., & Ruíz, F. (2004). *MATEMÁTICAS PARA MAESTROS.* Proyecto Edumat-Maestros.

González López, M. J. (1999). El papel de la nuevas tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. *Documentos presentados por miembros del Grupo'Aprendizaje de la Geometría' de la SEIEM*.

Huerta Rosales, M. (2007). *CURRÍCULO ESCOLAR.* S. L. San Marcos.

Huerta Rosales, M. (2007). *EL CURRÍCULO ESCOLAR.* Editorial San Marcos.

Juan D. Godino; Francisco, Ruiz. (2004). *MATEMÁTICAS PARA MAESTROS.* Proyecto Edumat-Maestros.

Keyla, P. S. (2009). *ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVOA TRAVÉS DE ACTIVIDADES LÚDICAS.* TRUJILLO - VENEZUELA: Universidad de los Andes.

Lizama Valenzuela Noemi, Manríquez Riveros Karen. (2014). *Conociendo las Formas 3D y 2D.* Chile: Nivel de Educacion Básica MINEDUC.

Manuel Barrantes López; Idalgo Balletbo Fernández;Manuel Ángel Fernández Leno. (2014). Enseñar Geometría en Secundaria. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*, 2-3.

Mario Fernando, A. A. (2012). *PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE ÁREA Y PERÍMETROS EN FIGURAS PLANAS.* Medellín: Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Martínez, P. F. (s.f.). *DIDÁCTICA DE MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA.* Síntesis educación.

Minedu. (2014). *Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes ECE 2014.* Lima: Oficina de Planificación Estratégica y Medición de la Calidad Educativa.

Moisés, H. R. (2007). *EL CURRÍCULO ESCOLAR.* Editorial San Marcos.

N. Chaudhury, J. Hammer, M. Kremer, K. Muralidharan y F. H. Rogers. (2006). *MISSING IN ACTION: TEACHER AND HEALTH WORKER ABSENCE IN DEVELOPING COUNTRIES.*

Orlando Almeyda Sáenz; Milly Soledad Quispe Pachas. (2014). *RUTAS DE APRENDIZAJE.* Lima: MV FENIX E.I.R.L.

Orlando, Almeyda Sáenz; Milly Soledad, Quispe Pachas. (2014). *RUTAS DE APRENDIZAJE.* Lima: MV FENIX E.I.R.L.

P.J., P. (2005). *METODOLOGÍA CONSTRUCTIVISTA.* Mexico: Pearson Educación.

Pacheco, A. (2004). *APRENDIENDO A ENSEÑAR, ENSEÑANDO A APRENDEREN LA UNIVERSIDAD.* Lima: Realidad Visual.

Palomino, W. (s.f.). *TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE DAVID AUSUBEL*. Cuzco;: Universidad Nacional de San Antonio del Cuzco.

Pérez Sanz, A. (2002). *CURVAS CON HISTORIA DE LAS CÓNICAS A LAS ECUACIONES DE LAS FLORES.* IES Salvador Dalí, Departamento de Matemáticas. Estadisticas y Computación. Madrid: Universidad de Cantabria.

Santos Moreno, A. (2000). LA TECNOLOGÍA EDUCATIVA ANTE EL PARADIGMA CONSTRUCCTIVISTA. *Revista Informática Educativa, 13*(1).

Silvia Villaroel, Natalia Sgreccia. (2011). MATERIALES DIDÁCTICOS CONCRETOS EN GEOMETRÍA EN PRIMER AÑO DE SECUNDARIA. . *NÚMEROS*, 76.

Ursula Asmad Falcón; David Palomino Alva; Mary Tam Maldonado; Gloria Zambrano Rozas. (2004). *Una aproximacion a la alfabetizacion matemática y cientÍfica de los estudiantes peruanos de 15 años. Resultados del Perú en la evaluación internacional PISA.* Lima. LIma: Ministerio de Educación Republica del Perú.

Villaroel, S., & Sgeccia, N. (Noviembre de 2011). Materiales Didácticos Concretos en Geometría en Primer año de Secundaria. *NÚMEROS Revista didáctica de las matemáticas, 78*, 73 - 94.

ANEXOS

ANEXO 1: Unidad didáctica

PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

I. TÍTULO DE LA UNIDAD

"LA PRESENCIA DE LA GEOMETRÍA EN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE"

II. DATOS GENERALES

1.	Unidad de Gestión Educativa Local	**:** *Carlos Fermín Fitzcarrald*
2.	Institución Educativa	: 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo
3.	Área pedagógica	: Matemática
4.	Grado y Sección	: 1° / Única
5.	Año Lectivo	: 2016

III. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA

La presencia de la Geometría en la Naturaleza y en el Arte

La enseñanza de la geometría en los estudiantes en la etapa escolar debe estar relacionada con el entorno vivencial de los alumnos, porque es un factor muy importante que influye en el desarrollo de la habilidad visual.

El objetivo de los profesores es que los estudiantes sepan reconocer las figuras geométricas y sus características. Para lograr este reto es muy importante llevar a los estudiantes a observar su entorno y el arte donde pueden adquirir mayor información en lo que concierne a la geometría.

Es por ello que en esta unidad se trata de motivar a los alumnos para que se detengan a observar su entorno, intentando que se den cuenta de que muchas veces pasamos por alto cosas por el simple hecho de no ponernos a observar, a mirar con detenimiento todo aquello que nos rodea. En particular se desea profundizar la presencia de estas formas en la naturaleza y en el arte.

¿Te has parado a pensar alguna vez sobre la presencia de la geometría en la naturaleza? ¿Has observado alguna vez las formas geométricas en el arte? ¿Aprecias la simetría en algunos animales u objetos?

IV. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte
		Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno.
		Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida real
		Reconoce y define polígonos usando diversos criterios
		Identifica los elementos de los polígonos
		Relaciona el número de diagonales con el número de lados y vértices
		Define los polígonos cóncavos y convexos
		Clasifica los polígonos según la medida de sus ángulos
		Clasifica polígonos según el número de sus lados
		Define con precisión un polígono regular
		Reconoce las propiedades de los polígonos regulares
		Clasifica los triángulos según la medida de sus lados
		Clasifica los triángulos según la medida de sus ángulos
		Reconoce las propiedades de los triángulos isósceles
		Identifica al triángulo equilátero como polígono regular
		Identifica las características de triángulos rectángulos notables
		Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo
		Define con precisión el perímetro de un polígono
		Define con precisión la idea de área de un polígono
		Diferencia el perímetro y el área de un polígono
		Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
	Comunica y representa ideas matemáticas	Describe las formas geométricas observadas
		Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas
		Representa gráficamente líneas paralelas, secantes y perpendiculares
		Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características
		Representa un polígono dadas sus respectivas medidas
		Representa gráficamente un polígono como composición de triángulos y cuadriláteros
		Representa simbólicamente los elementos de un triángulo.
		Describe simbólicamente y gráficamente las características de los polígonos regulares
		Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras
		Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el área de las diferentes clases de polígonos
		Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el perímetro de polígonos regulares

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
	Elabora y usa estrategias	Calcula el número de diagonales de un polígono
		Aplica sus propiedades para clasificar un polígono
		Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo conociendo la medida de los catetos
		Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras
		Aplica el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Elabora y usa estrategias	Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica
		Aplica las respectivas fórmulas para calcular el área de cada figura geométrica
		Calcula el perímetro y el área de regiones poligonales cóncavas
		Calcula el perímetro de figuras. poligonales regulares
		Elabora estrategias para resolver problemas de perímetro y áreas de polígonos por descomposición de figuras
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	Deduce la fórmula para hallar la suma de los ángulos interiores de un polígono
		Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área
		Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área
		Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

V. CAMPOS TEMÁTICOS:

- Historia de la geometría
- Elementos fundamentales geométricos: el punto, la recta, el plano y el ángulo
- Las líneas en el plano
- Los polígonos
- Los elementos de los polígonos
- La clasificación de los polígonos
- Polígonos regulares e irregulares
- Los triángulos
- Elementos de los triángulos
- Clasificación de los triángulos
- Propiedades de los triángulos
- Construcción de los triángulos
- El teorema de Pitágoras Los cuadriláteros
- Elementos del cuadrilátero
- Clasificación del cuadrilátero
- Polígonos regulares
- Perímetro y área de los polígonos

VI. PRODUCTO MÁS IMPORTANTE

Construir un motivo decorativo (el azulejo)

VII. SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión : 1	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: "*¿Conocemos las figuras geométricas?"*

Indicadores:

- Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte
- Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno
- Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida real
- Reconoce y define polígonos usando diversos criterios
- Clasifica polígonos según el número de sus lados
- Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo
- Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
- Describe las formas geométricas observadas
- Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas
- Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras
- Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características
- Calcula el número de diagonales de un polígono
- Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras
- Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica
- Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área
- Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

Campo temático:

- Historia de la geometría

Actividades:

- El profesor presenta los objetivos de la unidad y el método de trabajo para alcanzarlos
- Para poder empezar el trabajo de la unidad, el docente evalúa los conocimientos previos de los estudiantes aplicando un test
- Después de terminar la evaluación los estudiantes escuchan la historia de la geometría narrada por parte del profesor
- El profesor plantea las preguntas respecto a la historia de la geometría

Sesión 2	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: *"Observando las figuras geométricas en el aula"*

Indicadores:

- Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno
- Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas
- Representa gráficamente líneas paralelas, secantes y perpendiculares
- Describe las formas geométricas observadas de su salón

Campo temático:

- Los elementos fundamentales de la geometría: el punto, la recta, el plano y el ángulo
- Las líneas en el plano

Actividades:

- El profesor en la pizarra por medio de un organizador grafico reúne las ideas de los estudiantes, luego las analiza y tacha las que son equivocadas o que pueden inducir a confusión
- Los estudiantes realizan la observación de la realidad, empezando de su entorno más cercano (el aula)
- La observación, y toda la actividad en general, estará dirigida por el profesor y al final se pondrán en común las apreciaciones de los alumnos
- Los estudiantes realizan una representación gráfica del aula, croquis, para poder ubicar en ella los elementos observados
- Los estudiantes rellenan una ficha de observación
- El profesor recoge las fichas de observación que servirán para la elaboración del

periódico mural “La geometría en mi entorno”

Sesión 3	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: *“Reconociendo los polígonos”*

Indicadores:

- Reconoce y define polígonos usando diversos criterios
- Identifica los elementos de los polígonos
- Define los polígonos cóncavos y convexos
- Clasifica los polígonos según la medida de sus ángulos
- Clasifica polígonos según el número de sus lados
- Define con precisión un polígono regular
- Reconoce las propiedades de los polígonos regulares

Campo temático:

- Los polígonos
- Los elementos de los polígonos
- La clasificación de los polígonos
- Polígonos regulares e irregulares

Actividades:

- El profesor entrega a los estudiantes una imagen con polígonos y otras formas; y dentro de esta buscarán los polígonos presentes
- El estudiantes pide a los estudiantes de colorear con rojo todos los polígonos que observan en la imagen, mediante esta actividad el docente verifica si los estudiantes tienen la noción de polígonos
- El profesor presenta algunos polígonos en un papelote y luego se invita a los estudiantes a observar las características de cada uno de ellos

Sesión 4	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: *“Competición amistosa”*

Indicadores:

- Identifica al triángulo equilátero como polígono regular
- Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características
- Representan a través de dibujos los polígonos observados en la imagen
- Representa simbólicamente los elementos de un triángulo

Campo temático:

- Los triángulos
- Elementos de los triángulos
- Clasificación de los triángulos

Actividades:

- El profesor solicita a los estudiantes, a trabajar en grupo (de 3 y 4 integrantes) y le presenta tres imágenes diferentes: una bicicleta, una pintura contemporánea y una flor; los estudiantes observan las imágenes y apuntan en una ficha de análisis las características de los polígonos observados en la imágenes
- El profesor presenta imágenes de obras de arte pre-hispánica; los estudiantes observan, luego reconocerán diferentes formas geométricas. Finalmente dibujan los polígonos presentes en la imagen, procurando de mantener sus características y su ubicación
- El docente invita a los estudiantes a elaborar en sus cuadernos, los contenidos tratados

Sesión 5	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: *“Conociendo el Teorema de Pitágoras”*

Indicadores:

- Identifica las características de triángulos rectángulos notables
- Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los

catetos en un triángulo rectángulo
- Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras
- Determina la hipotenusa de un triángulo rectángulo conociendo la medida de los catetos
- Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras
- Aplica el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo
- Deduce la fórmula para hallar la suma de los ángulos interiores de un polígono

Campo temático:
- Propiedades de los triángulos
- Construcción de los triángulos
- El teorema de Pitágoras

Actividades:
- El profesor formula algunas preguntas sobre la clase anterior
- El profesor expone el tema: "Las propiedades de los triángulos y el teorema de Pitágoras"
- El docente invita los estudiantes a compartir las cosas que no han comprendido del tema tratado y a partir de ello el docente aclara las dificultades de los alumnos

Sesión 6	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: ***"Reconociendo los cuadriláteros"***

Indicadores:
- Define con precisión un polígono regular
- Reconoce las propiedades de los polígonos regulares
- Identifica al triángulo equilátero como polígono regular
- Describe simbólicamente y gráficamente las características de los polígonos regulares
- Representa un polígono dadas sus respectivas medidas
- Representa gráficamente un polígono como composición de triángulos y cuadriláteros

Campo temático:
- Los cuadriláteros
- Elementos del cuadrilátero
- Clasificación del cuadrilátero
- Polígonos regulares

Actividades:
- El profesor presenta a los estudiantes una hoja blanca que se utiliza para escribir y pide de observar: la pizarra, la superficie del pupitre, las ventanas del salón, y a partir de ello se formula algunas preguntas: ¿qué idea nos da todo lo que les he pedido de observar? ¿Será un polígono? ¿Qué figura observan en las cosas que les he pedido de observar?
- El profesor expone el tema "Los cuadriláteros y los polígonos regulares"
- Finalmente el profesor pide a los estudiantes de organizarse en cuatro grupos y luego indicará la finalidad del trabajo que harán en la casa
- El profesor entrega a cada grupo una imagen donde deberán investigar, recogiendo las informaciones necesarias, analizándolas para poder establecer sobre las relaciones existentes entre los polígonos como elementos geométricos y algunos elementos de la naturaleza y el arte como los modelos de crecimiento de las flores, los motivos decorativos de las culturas pre-hispánicas
- En la siguiente clase los estudiantes representarán en una lámina los polígonos que han podido encontrar en la imagen que les entregó en la clase anterior

Sesión 7	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: ***"Calculando el perímetro y área de las formas geométricas observadas"***

Indicadores:
- Define con precisión el perímetro de un polígono

- Define con precisión la idea de área de un polígono
- Diferencia el perímetro y el área de un polígono
- Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
- Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el área de las diferentes clases de polígonos
- Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el perímetro de polígonos regulares
- Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica
- Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica
- Aplica las respectivas fórmulas para calcular el área de cada figura geométrica
- Calcula el perímetro de figuras poligonales regulares
- Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área
- Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

Campo temático:

- Perímetro y área de los polígonos

Actividades:

- El profesor invita a los estudiantes a reconocer los polígonos que hay en su salón
- El profesor realiza la siguiente pregunta a los estudiantes: ¿cómo se puede calcular el perímetro y el área de los polígonos que han podido observar?
- En esta actividad los estudiantes forman los mismos grupos del trabajo anterior y luego el profesor pide a cada grupo de calcular perímetro y área de los polígonos que han podido observar en su salón
- Los estudiantes miden los espacios donde han observado los polígonos y con estas medidas calculan el área y el perímetro
- Finalmente el profesor deja un trabajo a cada estudiante para la casa de hacer un dibujo de azulejo en una hoja de A3

Sesión 8	Horas pedagógicas: 2 horas

Título: ***"Presencia de las formas geométricas en el arte"***

Indicadores:

- Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte
- Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno
- Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida real
- Reconoce y define polígonos usando diversos criterios
- Clasifica polígonos según el número de sus lados
- Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo
- Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
- Describe las formas geométricas observadas
- Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas
- Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras
- Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características
- Calcula el número de diagonales de un polígono
- Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras
- Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica
- Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área
- Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

Campo temático:

- Examen de post-test

Actividades:

- El docente pide a los estudiantes de entregar y comentar los trabajos que han podido realizar (los azulejos)

- El profesor antes de realizar el examen hace un repaso general de los temas tratados.
- Los estudiantes realizan el examen
- El profesor invita los estudiantes a compartir cuales han sido las dificultades encontradas en resolver el examen

VIII. MATERIALES BÁSICOS QUE SE USAN EN LA UNIDAD

Láminas, imágenes sobre la naturaleza y el arte, fichas de análisis, fichas de observación
Reglas, compás, lápiz y transportador
Computadoras, impresora, proyector multimedia
Plumones, cinta masking tape

ANEXO 2: Sesiones de aprendizaje

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.5 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN
"LA PRESENCIA DE LA GEOMETRÍA EN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	▪ Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte ▪ Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno ▪ Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida real ▪ Reconoce y define polígonos usando diversos criterios ▪ Clasifica polígonos según el número de sus lados ▪ Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo ▪ Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Describe las formas geométricas observadas ▪ Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas ▪ Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características
	Elabora y usa estrategias	▪ Calcula el número de diagonales de un polígono ▪ Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras ▪ Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura

		geométrica
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 min.)

- El profesor da la bienvenida a los estudiantes y les presenta el título de la nueva unidad:

  "LA PRESENCIA DE LA GEOMETRÍA EN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE"

- A continuación relata una breve historia de la geometría (anexo 1)
- El profesor presenta los objetivos de la unidad y el método de trabajo para alcanzarlos:

> Los objetivos de esta unidad son:
>
> - Reconocer la presencia de la geometría en nuestro entorno.
> - Explorar los elementos fundamentales de la geometría plana (punto, recta, plano, ángulo...)
> - Conocer, describir las figuras planas.
>
> Para esto se trabajará por medio de observaciones, actividades de investigación, trabajos grupales

Desarrollo (70min.)

- Para empezar el trabajo de la unidad, el docente evalúa los conocimientos previos de los estudiantes aplicando un test
- Se presentan algunas normas para la realización de la prueba:

  - El examen tiene exclusivamente la finalidad de evaluar lo que ya conocen sobre la geometría plana
  - Deben leer pausadamente y con atención cada pregunta y cada ejercicio
  - Deben demostrar todo su conocimiento resolviendo todo los ejercicios que puedan, con esmero y responsabilidad
  - Deben resolver la prueba de forma individual, sin copiar las soluciones del compañero. Es necesario entender el real nivel de

- El docente entrega a los estudiantes el examen del anexo 2 y establece la hora límite para la entrega.

Cierre (10 min.)

- El docente invita los estudiantes a compartir cuales han sido las dificultades encontradas en resolver el examen.
- Luego de recoger las principales dificultades los exhorta a poner empeño y participar con responsabilidad en las actividades que se desarrollaran a lo largo de la unidad para así superarlas.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

Estudiar las paginas 168 – 178 del libro de texto "Matemática 1"

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Matemática, primero. Grupo Editorial NORMA.
- Cuaderno de trabajo "*LA PRESENCIA DE LA GEOMETRÍA EN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE."*
- Pizarra.
- Plumones.

Anexo 1

HISTORIA DE LA GEOMETRIA

La geometría (proviene del griego *geo,* "tierra"; *metrein,* "medir"), es la rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie. El origen del término geometría es

una descripción precisa del trabajo de los primeros geómetras, que se interesaban en problemas como la medida del tamaño de los campos o el trazado de ángulos rectos para las esquinas de los edificios. Este tipo de geometría empírica, que floreció en el Antiguo Egipto, Sumeria y Babilonia, fue refinado y sistematizado por los griegos. En el siglo VI a.C. el matemático Pitágoras colocó la piedra angular de la geometría científica al demostrar que las diversas leyes arbitrarias e inconexas de la geometría empírica se pueden deducir como conclusiones lógicas de un número limitado de axiomas, o postulados. Estos postulados fueron considerados por Pitágoras y sus discípulos como verdades evidentes; sin embargo, en el pensamiento matemático moderno se consideran como un conjunto de supuestos útiles pero arbitrarios. Un ejemplo típico de los postulados desarrollados y aceptados por los matemáticos griegos es la siguiente afirmación: "una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos". Un conjunto de teoremas sobre las propiedades de puntos, líneas, ángulos y planos se puede deducir lógicamente a partir de estos axiomas. Entre estos teoremas se encuentran: "la suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a la suma de dos ángulos rectos", y "el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados" (conocido como teorema de Pitágoras). La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides, en su libro "*Los elementos".* El texto de Euclides, a pesar de sus imperfecciones, ha servido como libro de texto básico de geometría hasta casi nuestros días.

PRIMEROS PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

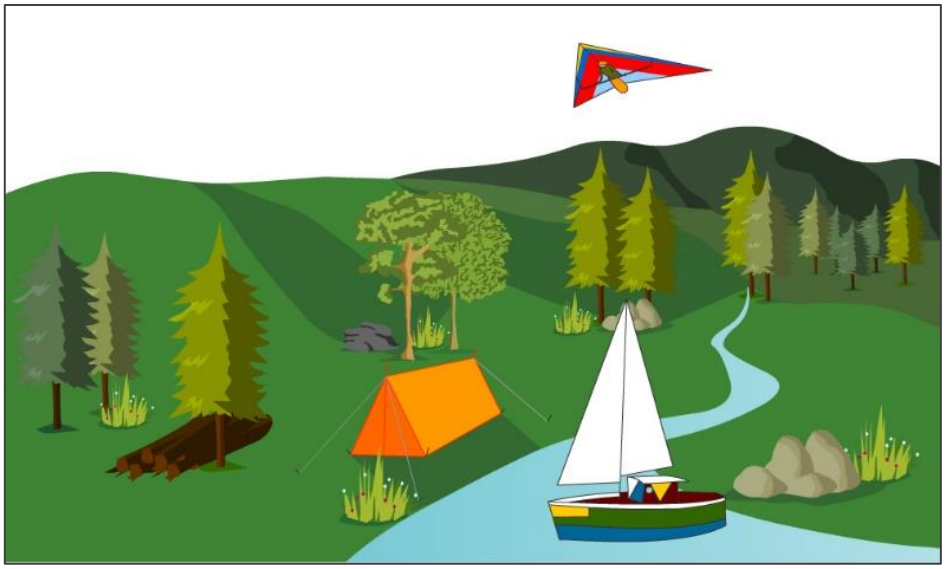
Los griegos introdujeron los problemas de construcción, en los que cierta línea o figura debe ser construida utilizando sólo una regla de borde recto y un compás. Ejemplos sencillos son la construcción de una línea recta dos veces más larga que una recta dada, o de una recta que divide un ángulo dado en dos ángulos iguales. Tres famosos problemas de construcción que datan de la época griega se resistieron al esfuerzo de muchas generaciones de matemáticos que intentaron resolverlos: la duplicación del cubo (construir un cubo de volumen doble al de un determinado cubo), la cuadratura del círculo (construir un cuadrado con área igual a un círculo determinado) y la trisección del ángulo (dividir un ángulo dado en tres partes iguales). Ninguna de estas construcciones es posible con la regla y el compás, y la imposibilidad de la cuadratura del círculo no fue demostrada hasta 1882. Los griegos, y en particular Apolonio de Perga, estudiaron la familia de curvas conocidas como cónicas y descubrieron muchas de sus propiedades fundamentales. Las cónicas son importantes en muchos campos de las ciencias físicas; por ejemplo, las órbitas de los planetas alrededor del Sol son fundamentalmente cónicas. Arquímedes, uno de los grandes científicos griegos, hizo un considerable número de aportaciones a la geometría. Inventó formas de medir el área de ciertas figuras curvas así como la superficie y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, como paraboloides y cilindros. También elaboró un método para calcular una aproximación del valor de pi (π), la proporción entre el diámetro y la circunferencia de un círculo, y estableció que este número estaba entre 3 10/70 y 3 10/71.

Anexo 2

EXAMEN DE PRE-TEST

Alumno: ……

1. LAS FORMAS GEOMETRICAS EN NUESTRO ENTORNO



1.1. Observa la siguiente imagen y completa el cuadro.

LAS FORMAS GEOMETRICAS EN NUESTRO ENTORNO	
¿Qué elementos geométricos representan los bordes del rio?	…… ……
¿El dibujo de las piedras es un polígono?	…… ……
¿Cuántos polígonos puedes reconocer en la barca?	…… ……
¿Cuáles polígonos conforman la carpa anaranjada?	…… ……

2. LOS POLÍGONOS

Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes preguntas:

2.1. ¿Cómo se define un polígono regular?

……
……..……
……

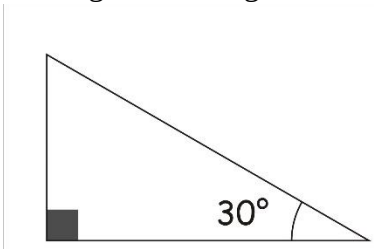
2.2. El perímetro de un polígono es igual a…… de las longitudes de todos sus…….. . Si el polígono es regular entonces tiene todos sus…… iguales y sus lados……; por tal motivo podemos decir que su perímetro es el producto de…… por……

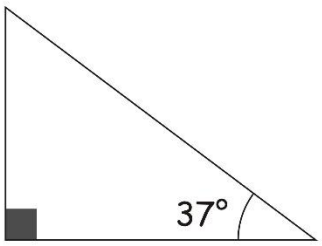
2.3. Un polígono se define como cóncavo cuando…

a) Todos sus ángulos internos son agudos
b) Tiene ángulos internos obtusos
c) Sus ángulos son todos diferentes
d) Uno de sus ángulos internos mide más de 180°

2.4. Representa en el espacio cuadriculado un trapecio isósceles cuyas bases miden respectivamente 5 y 9 *cm* y cuya altura mide 4 *cm*.

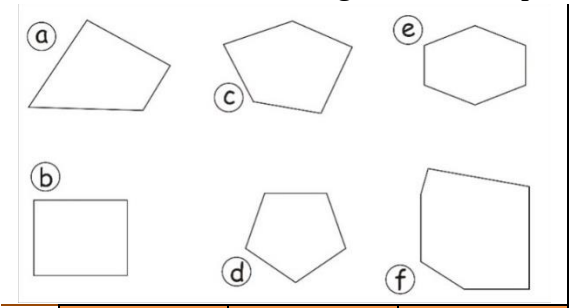
2.5. ¿Cuál es la relación entre hipotenusa y cateto menor en los siguientes triángulos rectángulos?





a) 2 a 1; 5 a 3
b) 1 a √2 ; 3 a 5
c) 2 a 1 ; 3 a 5
d) √2 a 2; 5 a 4

2.6. Traza las diagonales de los siguientes polígonos luego deduce la generalización sobre el número de diagonales de un polígono

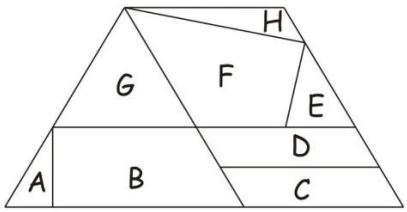


	Número de lados	Número de vértices	Número de diagonales
a			
b			
c			
d			
e			
f			

El número de diagonales de un polígono depende del
…… que conforman el polígono según la relación
……...

3. LOS POLÍGONOS Y SUS CARACTERISTICAS

3.1. Observa la imagen y describe los polígonos que observas según sus características:



¿Qué clase de polígono es el indicado por la letra H?
……

¿Cuántos triángulos rectángulos observas?
……

¿Cuántos son los trapecios isósceles?
……

¿Cuántos son los trapecios rectángulos?
……

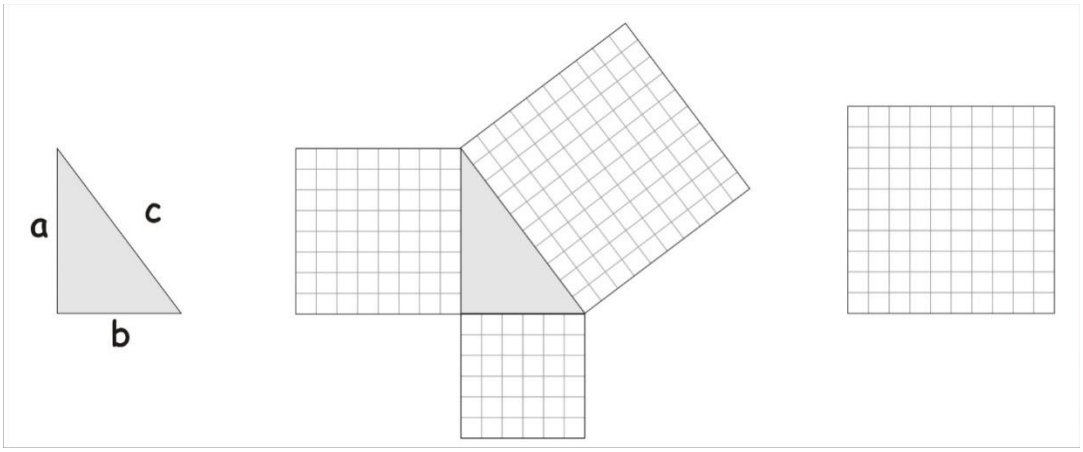
¿Qué clase de polígono es el F?

……

4. EL TEOREMA DE PITÁGORAS

Utilizando el método gráfico explica el teorema de Pitágoras luego calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 cm y 20 cm

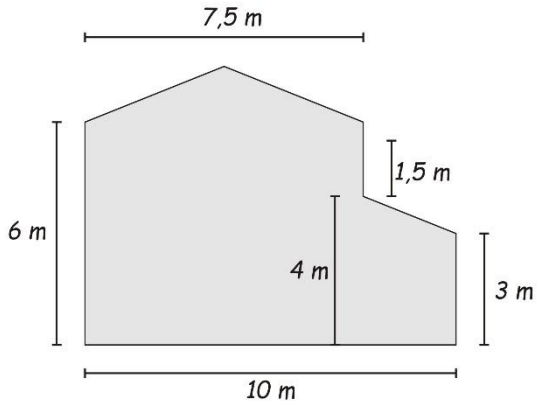
"El cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construidos en los catetos"



……

5. CALCULAMOS ÁREAS Y PERIMETROS

5.1. Se quiere pintar la fachada de un edificio que tiene la forma representada en la figura siguiente. Si el pintor cobra por su trabajo y por la pintura 30 soles al m^2, ¿Cuánto costará el trabajo?



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.5 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"OBSERVANDO LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS EN EL AULA"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	• Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas ▪ Representa gráficamente líneas paralelas, secantes y perpendiculares ▪ Describe las formas geométricas observadas de su salón

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

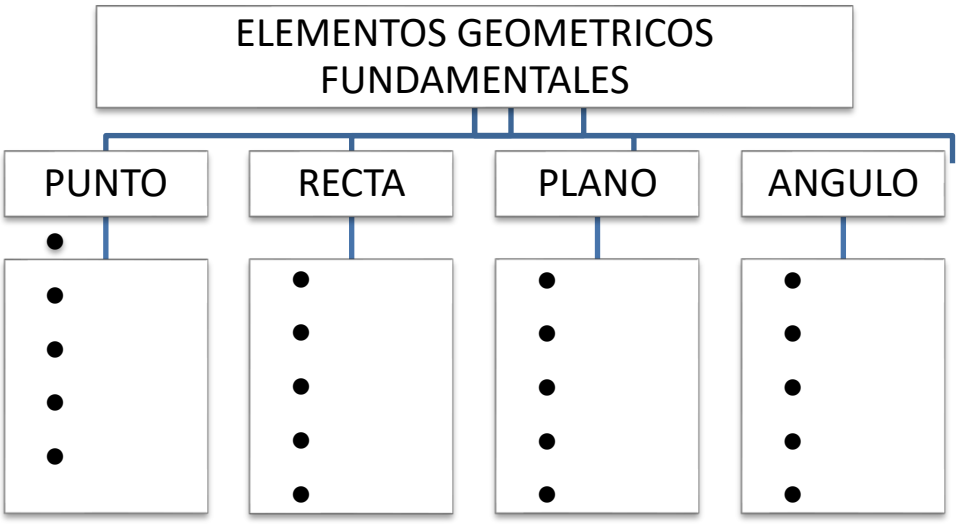
Inicio (10 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y luego hace conocer la finalidad del trabajo que se realizará en esta sesión: reconocer y caracterizar los elementos fundamentales de la geometría plana (punto, recta, plano, ángulo...). Para hacer esto se prioriza la observación de la realidad, empezando de nuestro entorno más cercano (nuestra aula).
- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes por medio de la dinámica "lluvia de ideas" presentando las siguientes preguntas:

  ¿Cómo definimos el punto? ¿Qué es una recta?
  ¿Qué es un ángulo? ¿Cómo definimos el plano?

- En la pizarra, por medio de un organizador grafico, el docente reúne las ideas de

los estudiantes, luego las analiza y tacha las que son equivocadas o que pueden inducir a confusión.



Desarrollo (70min.)

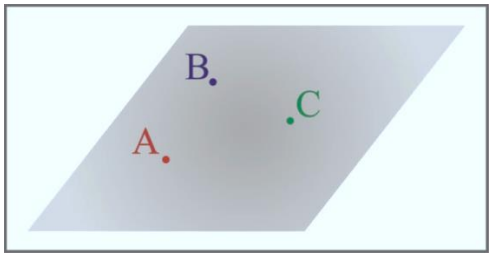
- El docente expone el tema dando definiciones de los elementos geométricos fundamentales.

ELEMENTOS FUNDAMENTALES DE LA GEOMETRÍA

El punto

El punto es el elemento elementar de la geometría; este no tiene ni ancho, ni largo, ni espesor, por eso se dice que y no tiene dimensiones.

El punto indica una posición en el espacio, sin ocupar alguna parte de esto. Si dos puntos ocupan la misma posición se dice que son coincidentes.



Los punto se indican generalmente a través de letras mayúsculas (A; B; C;).

La marca de un lápiz sobre un papel, una estrella en el firmamento… nos dan la idea de punto.

La línea

Un conjunto de puntos puestos en sucesión infinita y continua forman lo que llamamos línea geométrica. El borde de una hoja, la línea trazada por un niño con un palo en la tierra, la rivera de un río, son ejemplos reales de líneas presentes en nuestros entornos. La línea, en geometría, es un concepto abstracto; siendo una sucesión infinita de puntos y siendo estos privados de dimensiones, la línea geométrica no tiene espesor, tiene una sola dimensión que es el largo.

Según la disposición de sus puntos podemos definir diferentes tipos de líneas:

Línea curva	Línea recta	Línea quebrada

Las líneas quebradas y las curvas dan origen a otra clasificación: si el punto inicial y el punto final coinciden la línea es cerrada, en caso contrario se dice abierta. También se pueden clasificar en líneas simples o cruzadas según su forma. Los puntos en que las líneas se cruzan se llaman nudos.

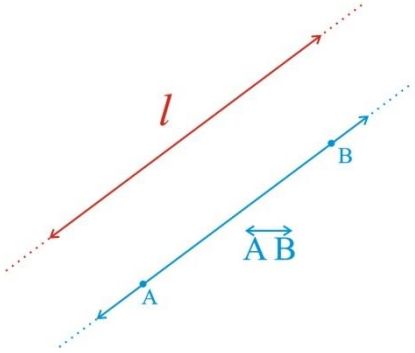
Línea abierta	Línea cerrada	Línea cruzada

La Recta

Las líneas rectas son aquellas cuyos puntos se alinean en una sola dirección y son infinitas, es decir no tienen un punto de inicio ni un punto final.

La recta es una sucesión infinita de puntos en una misma dirección. Es unidimensional ya que se extiende infinitamente a lo largo y a lo ancho.

Un hilo tensado, un rayo de luz, el borde de una pizarra, el borde de una hoja de papel… nos dan la idea de recta.

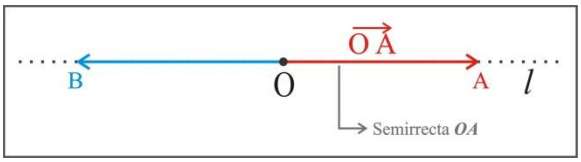


Las rectas se nombran de dos formas o mediante dos letras mayúsculas con una doble flecha encima $\overleftrightarrow{AB}$ o por una letra minúscula (l).

Se lee: recta *"l" recta* $\overleftrightarrow{AB}$

Las rectas pueden ser divididas en partes a través de puntos definidos en ellas.

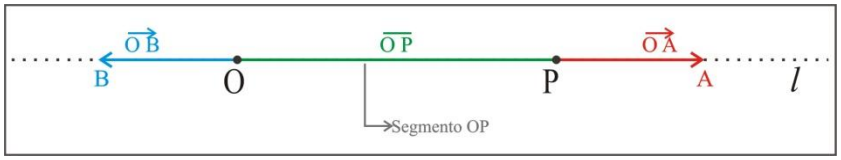
Dada una recta *l*, si se marca en ella un punto P, este divide la recta en dos partes llamadas *semirrectas*.



La semirrecta es la mitad de una recta. Es un conjunto infinito de puntos alineados en una sola dirección que tiene un punto de inicio llamado origen pero no tiene un punto final.

En el caso en que junto a la semirrecta se considera el punto que la genera, a tal conjunto se le definirá *rayo.*

Si en una recta *l* consideramos dos puntos *O* y *P*, ésta queda dividida en dos semirrectas y en una tercera parte, entre los dos puntos, llamada *segmento*.



El segmento es la parte de la recta limitada por dos puntos llamados extremos. Es un conjunto de infinitos puntos alineados en una única

dirección, que tiene un punto inicial y un punto final.

El segmento se denota con dos letras mayúsculas con una línea encima. Se lee: segmento *OP*, donde los puntos *O* y *P* son los extremos del segmento.

El plano

Hay superficies como el agua estancada, un vidrio, una hoja de papel o una pared bien hecha que resultan ser planas y cuyos puntos se disponen únicamente en dos dimensiones. Estas, las llamamos superficies planas. Otras como el mar rizado por el viento, un papel arrugado, los pliegues del terreno son superficies curvas.

En geometría la superficie plana que se extiende infinitamente en ambas direcciones se denomina plano geométrico y es un elemento bidimensional.

El plano es un conjunto infinito de puntos que se disponen según dos dimensiones.

El plano en geometría es un concepto abstracto, se considera ilimitado y privado de espesor; esto no se verifica con los elementos reales de nuestro entorno. A pesar de esto, un campo de fútbol, una hoja de papel, la superficie del piso, el techo de una casa, nos dan la idea de plano.

En una recta hay infinitos puntos.

En un plano existen infinitos puntos.

Por un punto cualquiera del plano pasan infinitas rectas. Este conjunto toma el nombre de "haz de rectas de centro P".

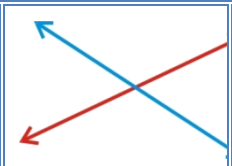
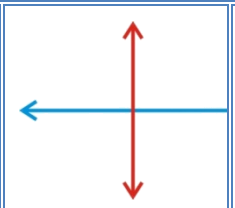
Por dos puntos no coincidentes del plano pasa una y una sola recta.

En un plano hay infinitas rectas

Rectas en el plano

Un plano, siendo un conjunto ilimitado de puntos, contiene un número infinito de rectas. Las rectas que están contenidas en un plano, o sea las rectas cuyos puntos pertenecen todos a un plano, se llaman rectas complanares.

Estas se disponen en el plano ocupando diferentes posiciones entre sí:

			
Rectas paralelas: no tienen ningún punto en común. Tienden al infinito sin intersecarse.	*Rectas secantes o incidentes:* tienen un solo punto en común.	*Rectas perpendiculares:* se intersecan formando cuatro ángulos iguales cada uno de ellos es recto (90º)	*Rectas coincidentes:* tienen todos los puntos en común.

El ángulo

En el entorno de nuestra vida tenemos varios elementos que representan en la realidad los ángulos; las esquinas de una casa, de una ventana, la puerta que se abre forman un ángulo con la pared.

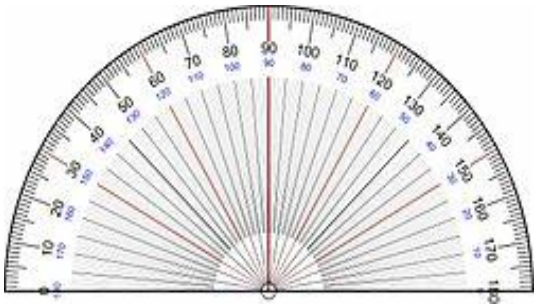
> El ángulo es la porción del plano delimitada por dos semirrectas que tienen el origen en común. A las dos semirrectas se le llama lados del ángulo y al punto de origen vértice.

En los ángulos se mide su amplitud, o sea la porción del plano que forma parte de él. La superficie del ángulo es ilimitada, por eso para dar la medida de su amplitud comparamos el ángulo a uno de referencia que es el ángulo giro, que ocupa la totalidad del plano.

Existen diversos sistemas de medidas para los ángulos. El más común es el sistema sexagesimal. En este sistema se divide el ángulo giro en 360º partes iguales que toman el nombre de grados sexagesimales (º).La característica principal del sistema sexagesimal es que cada unidad se divide en 60 unidades de grado inferior. Un grado está formado por 60 partes iguales llamados primos. Cada primo está formado por 60 segundos.

Sistema sexagesimal		
1º = 60'	*1' = 60''*	*1º = 3600''*

El instrumento que permite medir la amplitud de los ángulos se llama transportador.



En el arco externo hay una escala graduada de 0º a 180º.

Para medir el ángulo se apoya el transportador haciendo coincidir el vértice del ángulo con el centro del transportador y un lado con 0º. El segundo lado indica el valor de la amplitud del ángulo.

- Después de la explicación sobre los elementos fundamentales de la geometría el docente entrega a los estudiantes la ficha de observación (anexo 1) que servirá para realizar la actividad "Los elementos geométricos de mi entorno".
- Los estudiantes observan el aula buscando la presencia de elementos geométricos fundamentales o de su representación. En este ambiente familiar, se puede presentar a los estudiantes una situación nueva invitándoles a observar algo tan conocido que parece no celar ningún secreto a sus ojos, de otra perspectiva. Observar el aula buscando elementos geométricos, describiendo sus características y representándolos gráficamente.
- Para ello se propone el desafío de individuar y describir, por medio de una ficha de observación, todos los elementos geométricos presentados en forma abstracta y teórica durante la clase.
- Los estudiantes realizaran una representación gráfica del aula, un croquis, para poder ubicar en ella los elementos observados.
- La observación, y toda la actividad en general, estará dirigida por el profesor y al final se pondrán en común las apreciaciones de los estudiantes.
- El docente recoge las fichas de observación que servirán para la elaboración del periódico mural "La geometría en mi entorno".

Cierre: (10 min.)
▪ El docente invita a los estudiantes a elaborar un organizador grafico de los contenidos tratados en la clase guiándose con lo que se realizó al inicio de la lección.
TAREA A TRABAJAR EN CASA
Resolver las actividades 1;4 y 10 de la paginas 168 – 178 del libro de texto “Matemática 1”

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Material didáctico útil de aula: fichas de análisis para la observación de las formas geométricas.
- Materiales específicos del estudiante: lápices, pinturas, reglas, cuaderno de apuntes y compás.

Anexo 1

FICHA DE OBSERVACIÖN

Apellidos y Nombres:

Fecha:

Formas geométricas		Descripción	¿Dónde lo ves?
Líneas rectas	*Líneas paralelas*		
	Líneas perpendiculares		
Líneas curvas			
Líneas quebradas			
Ángulos	*Ángulos rectos*		
	Ángulos agudos		
	Ángulos obtusos		

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.5 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"OBSERVANDO LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS EN EL AULA"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	▪ Reconoce y define polígonos usando diversos criterios. ▪ Identifica los elementos de los polígonos ▪ Define los polígonos cóncavos y convexos ▪ Clasifica los polígonos según la medida de sus ángulos ▪ Clasifica polígonos según el número de sus lados ▪ Define con precisión un polígono regular ▪ Reconoce las propiedades de los polígonos regulares
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Describe simbólicamente y gráficamente las características de los polígonos regulares
	Elabora y usa estrategias	▪ Calcula el número de diagonales de un polígono ▪ Aplica sus propiedades para clasificar un polígono
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Deduce la fórmula para hallar la suma de los ángulos interiores de un polígono

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 min.)

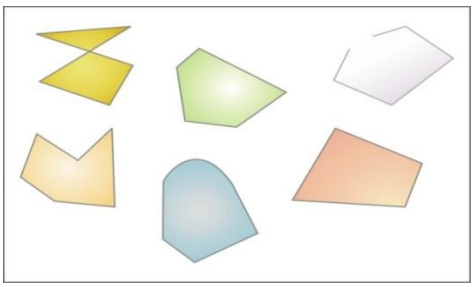
- El docente da la bienvenida a los estudiantes y luego hace conocer la finalidad del trabajo que se realizará en esta sesión: reconocer las figuras geométricas.
- A continuación se lee un breve relato sobre los polígonos y la utilidad de la geometría (anexo 1).
- El docente entrega a los estudiantes una imagen con polígonos y otras formas; y a partir de ello los alumnos buscarán de reconocer la presencia de polígonos.
- El docente pide a los estudiantes de colorear con rojo todos los polígonos que observan en la imagen, mediante esta actividad el docente verifica si los estudiantes tienen la noción de polígonos.
- El docente presenta algunos polígonos en un papelote y luego invita a observar a los estudiantes.

> ¿Qué observan en el papelote? ¿Observan alguna línea? ¿Qué tipo de línea observan? ¿Qué han formado estas líneas? ¿Qué son estas figuras formadas por las líneas quebradas? ¿Qué es

Desarrollo (70min.)

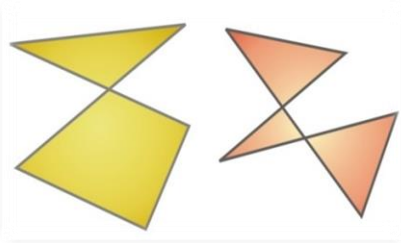
- El docente expone el tema dando definiciones de los polígonos, sus elementos y su clasificación.

LOS POLÍGONOS



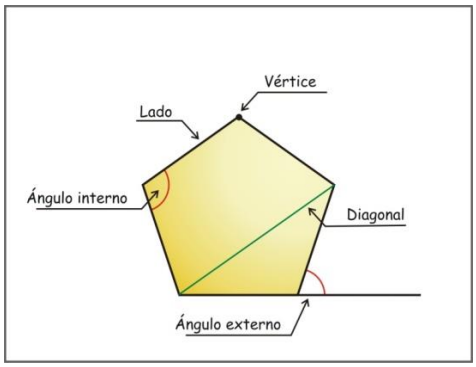
Un polígono es una figura geométrica plana, es decir una porción del plano. El polígono es aquella región del plano delimitada por una línea quebrada cerrada.

Para poder delimitar un polígono se necesitan tres o más segmentos consecutivos y no alineados. El punto de inicio del primer segmento debe coincidir con el punto final del último, así la línea quebrada resulta cerrada.



Si algunos de los segmentos se intersecan, la línea quebrada delimitará dos o más regiones del plano y formará de esta manera dos o más polígonos.

Elementos de un polígono

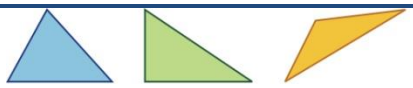
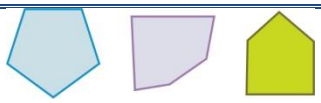
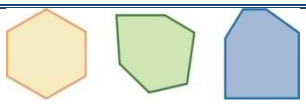
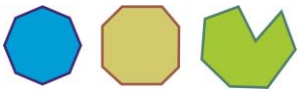


Los elementos de un polígono son:

- Lados: son los segmentos que limitan al polígono.
- Vértices: son los puntos donde se encuentran dos lados.
- Diagonales: son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.
- Ángulos interiores: son los determinados por dos lados consecutivos.
- Ángulos exteriores: son los determinados por un lado del polígono y la prolongación de su consecutivo.

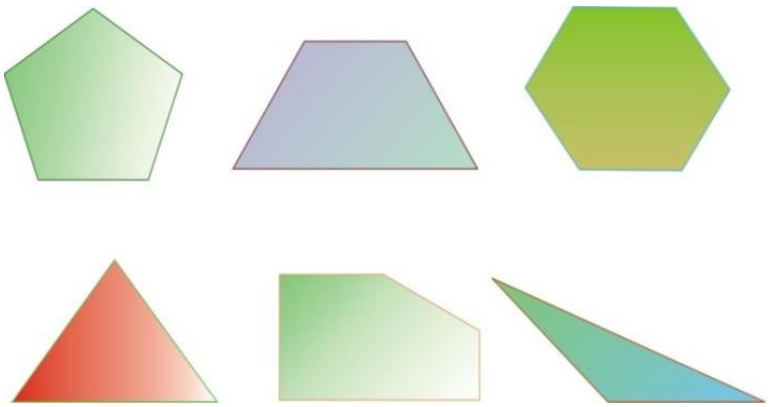
Clasificación de los polígonos:

a) En base al número de lados: los polígonos se clasifican según el número de lados como se muestra en el siguiente cuadro.

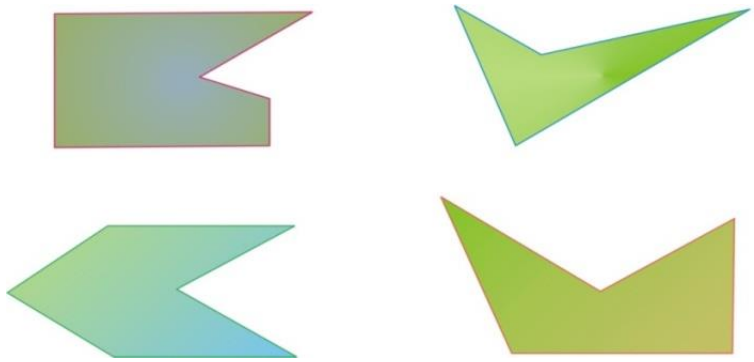
№ de LADOS	NOMBRE	
3	*Triángulo*	
4	*Cuadrilátero*	
5	*Pentágono*	
6	*Hexágono*	
7	*Heptágono*	
8	*Octógono*	

b) En base a la medida de sus ángulos: según la medida de los ángulos, los polígonos se clasifican en: cóncavos y convexos.

Los polígonos convexos: son aquellos polígonos; donde sus ángulos interiores miden menos que 180º. Ejemplo:



Los polígonos cóncavos: son aquellos polígonos; donde algún ángulo interior mide más que 180º. Ejemplo:



Polígonos regulares

Un polígono regular tiene: misma longitud de lados y misma medida de ángulos, es decir sus ángulos son congruentes. Los polígonos regulares tienen una importante propiedad que los distingue de los polígonos irregulares: que se pueden inscribir en una circunferencia; es decir, siempre se puede encontrar una circunferencia que pase por todos los vértices de un polígono regular. Esta propiedad da origen a algunos elementos propios de esta clase de polígonos: el centro, el radio y la apotema. El cuadrado, el triángulo equilátero, etc.

En un polígono regular se pueden encontrar los siguientes elementos:

- El centro: es el punto que equidista de todos los vértices. Es el centro de la circunferencia circunscrita.
- El radio: es el segmento que une el centro con cualquiera de los vértices. Es el radio de la circunferencia circunscrita.
- La apotema: es el segmento que une el centro con el punto medio de cualquiera de los lados. Es perpendicular al lado y coincide con el radio de la circunferencia inscrita al polígono.
- El ángulo que forman los radios de dos vértices consecutivos se llama ángulo central del polígono regular y la medida de esto o sea del ángulo central es depende del número de lados que tiene el polígono. La suma de todos ellos tiene que ser 360º, por lo tanto cada uno abarca:

$$\alpha = \frac{360º}{n}$$

Donde "n" *representa el número de lados que tiene el polígono regular*

Ejemplos:

1. El ángulo central de un decágono regular mide:

   $\alpha = \frac{360º}{10} = 36º$

2. El ángulo central de un octógono regular mide:

   $\alpha = \frac{360º}{8} = \mathbf{45}º$

Polígonos irregulares

Llamamos polígonos irregulares, los que tienen al menos uno de sus lados o ángulos diferente que los demás.

Cierre (10 min.)

- El docente invita a los estudiantes a elaborar en sus cuadernos, los contenidos tratados.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente entrega una copia de ejercicios a los estudiantes.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Material didáctico útil de aula: Fichas de análisis para la observación de las formas geométricas.
- Materiales específicos del estudiante: lápices, pinturas, reglas, cuaderno de apuntes y compás.

Anexo 1

POLÍGONOS

La palabra polígono proviene de dos voces griegas "***polys***" que significa **mucho** y ***"gonía"*** que significa **ángulos**; de esta información podemos deducir que, los polígonos son figuras planas que tienen tres o más ángulos.

El hombre mediante la observación de la naturaleza, del entorno y del arte, fue elaborando conceptos de formas, figuras planas, rectas y curvas.

Así, a la luna y al sol los veía proyectados como discos; el rayo de luz le dio la idea de la línea, los de algunas hojas y el arcoíris, les dieron la idea de la curva y las montañas le dieron idea de formas diversas. De la construcción de las casas, con paredes verticales y sus techos horizontales surgió la noción de la perpendicularidad y paralelismo, llegando a descubrir que la distancia más corta entre dos ciudades es el camino recto. El hombre a medida que ha ido encontrándose con representaciones planas de objetos ha ido formando conocimientos sobre los polígonos. Piensa, por ejemplo, en un mapa de carreteras, o en el plano de una vivienda. Estas representaciones son muy útiles, porque nos permiten conocer de antemano las medidas y características que nos interesan. Así podemos comprobar si será posible trasladar un mueble de una sala a otra sin quedarnos atascados en alguna puerta. En estas representaciones a las que hemos hecho referencia, al igual que en muchos otros ámbitos, como por ejemplo el arte y la arquitectura, se pueden descubrir una gran variedad de figuras planas.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.5 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"COMPETICIÓN AMISTOSA"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	▪ Identifica al triángulo equilátero como polígono regular
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características ▪ Representan a través de dibujos los polígonos observados en la imagen ▪ Representa simbólicamente los elementos de un triángulo

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y luego recoge el trabajo de los estudiantes
- A continuación el docente comenta e invita a los estudiantes, a fijarse en la existencia de las figuras geométricas en la naturaleza y en el arte
- El docente invita a los estudiantes, a que trabajen en grupos (de 3 y 2 integrantes) y se les motiva presentando imágenes. Esta actividad se desarrolla en dos fases

  En la primera se proponen tres imágenes diferentes: una bicicleta, una pintura contemporánea y una flor; y los estudiantes deben apuntar sus observaciones en una ficha de análisis

  La segunda fase desarrolla la observación de imágenes de obras de arte pre-

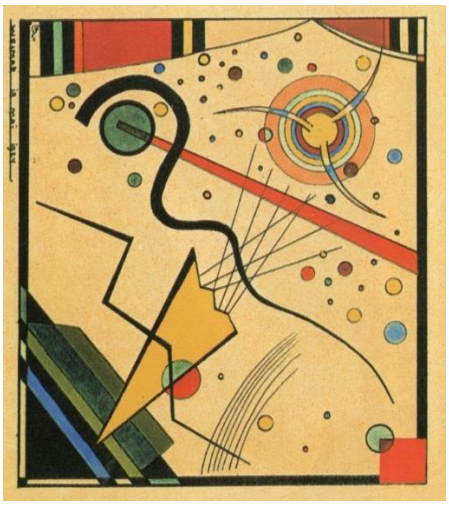
hispánicas, en las cuales los estudiantes reconocerán diferentes formas geométricas. La descripción en esta etapa será de manera gráfica, dibujando los polígonos presentes en la imagen, procurando de mantener sus características y su ubicación.

- El docente reparte las imágenes a cada grupo.

Desarrollo: (70min.)

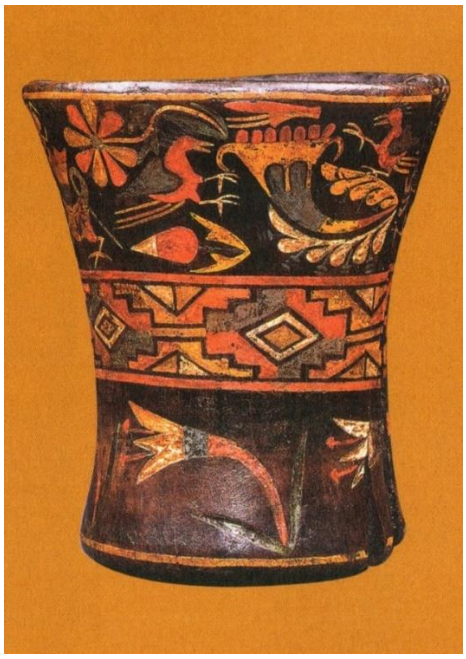
- Los estudiantes realizan los trabajos indicados por el docente.

OBSERVA CON ATENCIÓN LAS SIGUIENTES IMÁGENES Y COMPLETA EL CUADRO

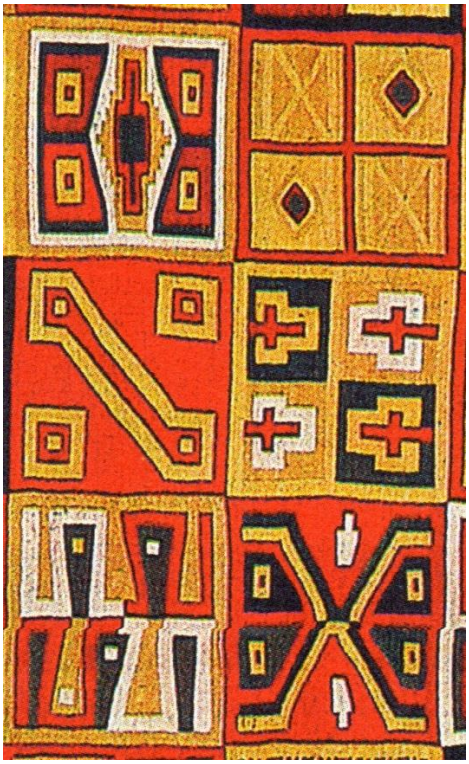


Formas geométricas		Descripción	¿Dónde lo ves?
Líneas	*Líneas quebradas*		
	Líneas curvas		
	Líneas secantes		
Círculos			
Polígonos cóncavos			
Polígonos convexos	*Triángulos*		
	Cuadriláteros		
	Hexágonos		

Dibuja en el recuadro de la derecha las figuras geométricas (polígonos) que observas en la imagen dada. Utiliza lápices de colores o rotuladores, y los útiles de dibujo técnico que precises.



Dibuja en el recuadro a la derecha las figuras geométricas (polígonos) que observas en la imagen dada. Utiliza lápices de colores o rotuladores, y los útiles de dibujo técnico que precises.



Después de las actividades el docente introduce la explicación sobre los triángulos.

EL TRIÁNGULO

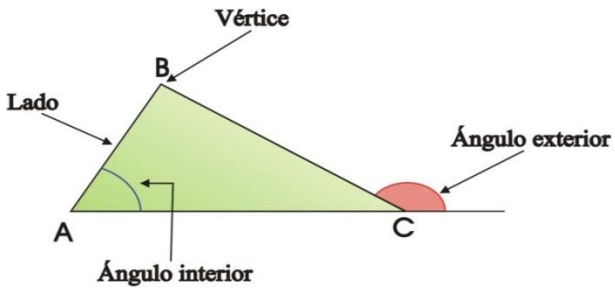
Es la porción del plano limitada por tres segmentos consecutivos, que forman una línea quebrada cerrada. Es el polígono más sencillo que se puede construir.

Entre los polígonos, el triángulo es el más importante, porque todos los polígonos pueden ser descompuestos en triángulos. Se puede afirmar entonces que el triángulo es la figura plana fundamental que construye todos los polígonos.

En el entorno de nuestra vida tenemos varios elementos que representan en la realidad los triángulos. Por ejemplo: los tijerales de una casa.

- El triángulo carece de diagonales
- Los triángulos se nombran mediante las tres letras mayúsculas de sus vértices.
- Los lados de un triángulo se designan mediante las letras minúsculas correspondientes a su vértice opuesto.

Elementos de un triángulo



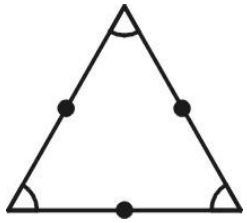
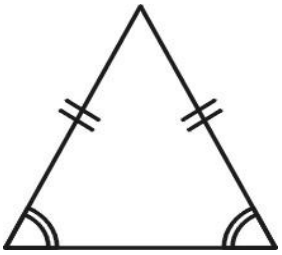
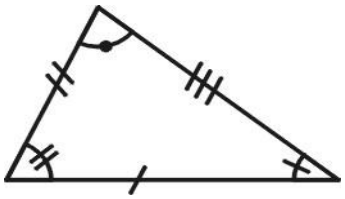
- *Vértices*: son cada uno de los extremos de sus lados y los designamos con las letras mayúsculas. Todo triángulo tiene tres vértices.
- *Lados*: son los segmentos que delimitan al triángulo. Se designa con letras minúsculas correspondientes a su vértice opuesto. Todo triángulo tiene tres lados.
- *Ángulo interior*: es el que forman, por la parte interior del triángulo, los lados que concurren en un vértice y se nombran con las letras minúsculas del alfabeto griego. Todo triángulo tiene tres ángulos interiores.
- *Angulo exterior*: es el delimitado por un lado y la prolongación del otro que concurren en el mismo vértice y también designamos con las letras minúsculas del alfabeto griego. Todo triángulo tiene tres ángulos exteriores.

Clasificación de triángulos

Si observas con atención el mundo que te rodea, podrás descubrir que existen gran variedad de objetos de formas triangulares; especialmente podemos observar en el aula, en la naturaleza y en el arte. Por eso, para empezar, es importante que aprendas a clasificarlos.

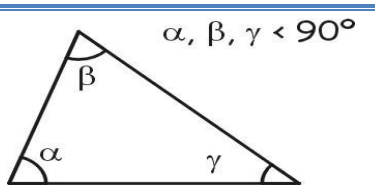
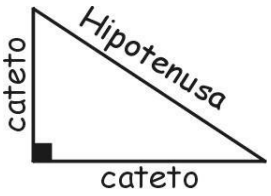
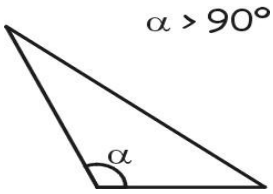
Los triángulos se clasifican a base de dos criterios:

a) Según sus lados:

Equilátero	Isósceles	Escaleno
		
Tiene tres lados congruentes y tres ángulos internos que miden 60º.	Tiene dos lados congruentes y el tercero diferente; consecuentemente tiene 2 ángulos congruentes y uno diferente.	Tiene los tres lados no congruentes y así también sus ángulos no son congruentes.

b) Según sus ángulos:

Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo

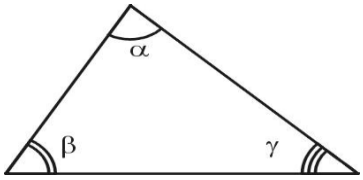
		
Tiene los tres ángulos internos agudos.	Tiene uno de sus ángulos recto y los otros dos agudos.	Tiene un angulo interno que mide más de 90º.

Propiedades de los triángulos

Los triángulos tienen las siguientes propiedades:

a) La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es 180º.

Gráficamente:

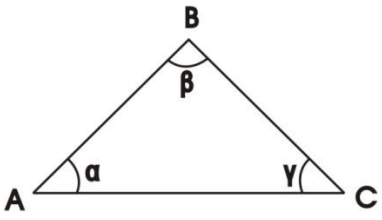


$\alpha + \beta + \gamma = 180^{o}$

Demostración:

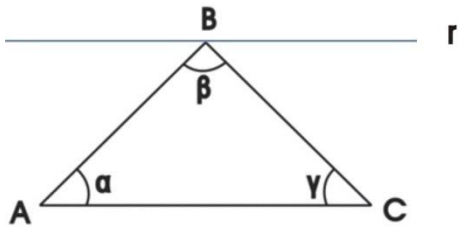
No hay solo una manera para demostrar esta propiedad sino hay varias maneras. Vamos demostrar esta propiedad por la forma más sencilla, en los siguientes pasos:

1) Se traza un triángulo cualquiera. Por ejemplo el siguiente triangulo:

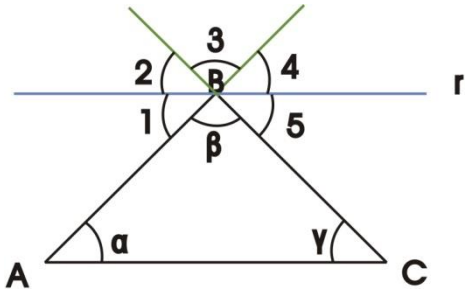


2) Trazamos una recta paralela al segmento AC.

La recta *r* es paralela al segmento AC (r // AC).



3) Trazamos las proyecciones de los segmentos BA, y AC



Ahora observamos que:

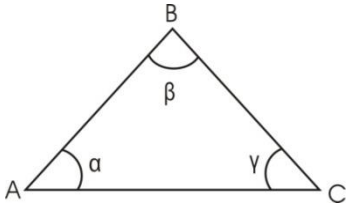
- El ángulo γ es igual al ángulo 5 y estos ángulos son alternos internos. Y el ángulo 5 es también igual al ángulo 2, porque son ángulos opuestos por el vértice. Y afirmamos que el ángulo γ es igual al ángulo 2.
- El ángulo α es igual al ángulo 1 y estos son ángulos alternos internos. Y el ángulo 1 es también igual al ángulo 4, porque son ángulos opuestos por el vértice. También afirmamos que el ángulo α es igual al ángulo 4.
- El ángulo β es igual al ángulo 3, porque son ángulos opuestos por el vértice.
- También observamos que los ángulos 2, 3 y 4 forman un ángulo llano (la suma de los ángulos: 2, 3 y 4 es 180º)

  Por lo tanto concluimos afirmando: *"que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180º".*

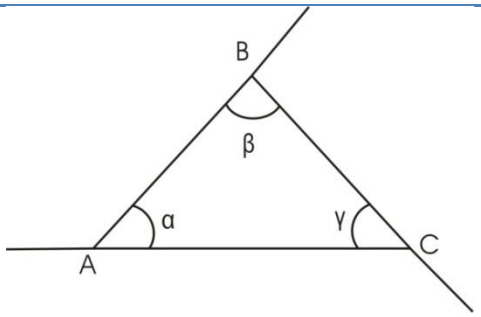
b) La suma de los ángulos exteriores de un triángulo es 360º.

Demostración:

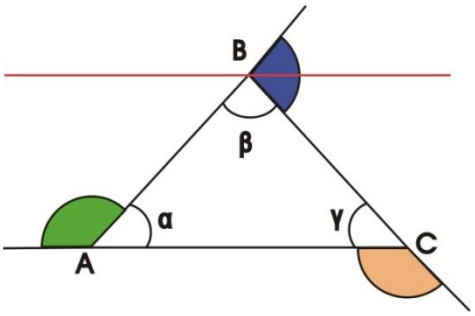
1) Tenemos un triángulo ABC cualquiera.



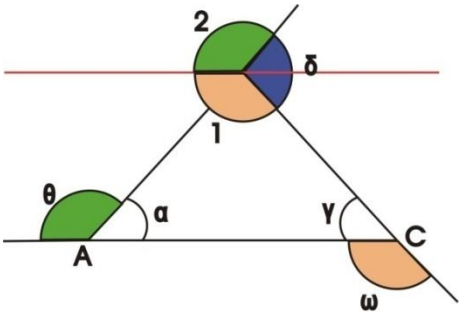
2) Trazamos sus prolongaciones de cada uno de los segmentos del triángulo.



3) Trazamos una recta paralela al lado AC y esta recta pasa por el vértice B.



4) Ahora clasificamos los ángulos teniendo en cuenta la propiedad anterior.

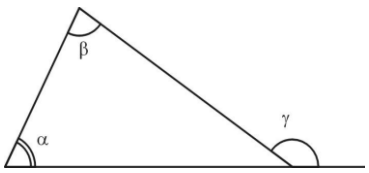


Ahora observamos que:

- El ángulo ω es igual al ángulo 1 y estos son ángulos correspondientes.
- El ángulo θ es igual al ángulo 2 y estos son ángulos correspondientes.
- Finalmente observamos que los ángulos 1, 2 y δ, forman un ángulo giro (la suma de los ángulo 1, 2 y δ es 360º).

Y así quedó demostrado: *"que la suma de los ángulos exteriores de un triángulo es 360º".*

c) Un ángulo exterior cualquiera es siempre igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él.



$\alpha + \beta = \gamma$

d) En un triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo.

e) Si un triángulo tiene dos lados congruentes, sus ángulos opuestos también son congruentes.

Cierre (10 min.)

- El docente invita a los estudiantes a elaborar en sus cuadernos, los contenidos tratados.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

Estudiar los temas tratados.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Material didáctico útil de aula: fichas de análisis para la observación de las formas geométricas.
- Materiales específicos del estudiante: lápices, pinturas, reglas, cuaderno de apuntes y compás.
- Imágenes del entorno inotrópico, de la naturaleza y del arte, fichas de observación, materiales de dibujo técnico.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.5 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"CONOCIENDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	▪ Identifica las características de triángulos rectángulos notables ▪ Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras
	Elabora y usa estrategias	▪ Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo conociendo la medida de los catetos ▪ Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras ▪ Aplica el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo ▪ Deduce la fórmula para hallar la suma de los ángulos interiores de un polígono

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio : (10 min.)

El docente da la bienvenida a los estudiantes y luego hace un repaso sobre los contenidos de la clase anterior. Para esto se formulan las siguientes preguntas:

¿Cuál es el polígono que tiene menor número de lados? ¿Cuáles son los elementos del triángulo? ¿Cómo se clasifican los triángulos? ¿Cuándo se dice que un triángulo es equilátero? ¿Cuándo se dice que un triángulo es isósceles ¿Cuándo se dice que un triángulo es rectángulo?

Desarrollo (70min.)

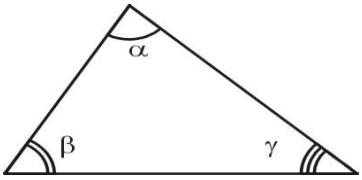
- El docente expone las propiedades de los triángulos.

Propiedades de los triángulos

Los triángulos tienen las siguientes propiedades:

II. La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es 180º.

Gráficamente:

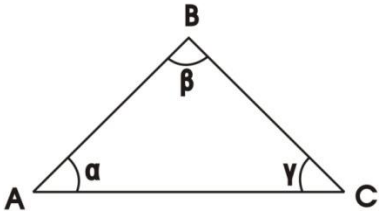


$\alpha + \beta + \gamma = 180^{o}$

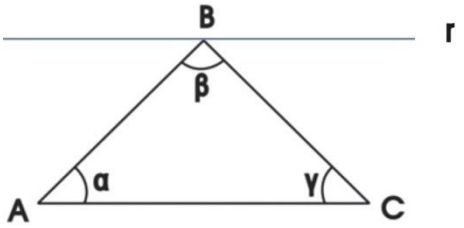
Demostración

Para demostrar esta propiedad se siguen los siguientes pasos.

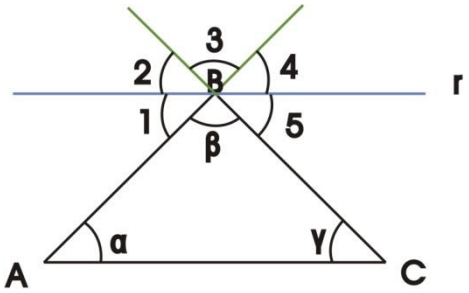
4) Se traza un triángulo cualquiera. Por ejemplo el siguiente triangulo:



5) Trazamos una recta *r* paralela al segmento AC



6) Trazamos las proyecciones de los segmentos BA, y BC



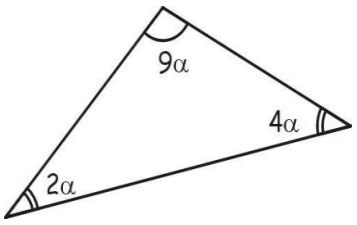
Sabiendo que dos rectas paralelas cortadas por una secante forman pares de ángulos congruentes, observamos que:

- El ángulo γ es igual al ángulo 5 y al ángulo 2, por ser ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante. γ y 5 son ángulos alternos internos mientras 5 y 2 son ángulos opuestos por el vértice
- El ángulo α es igual al ángulo 1 y al ángulo 4, por ser ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante. α y 1 son ángulos alternos internos mientras 1 y 4 son ángulos opuestos por el vértice
- El ángulo β es igual al ángulo 3, porque son ángulos opuestos al vértice.

Ahora observamos que los ángulos 2, 3 y 4 forman un ángulo llano (la suma de los ángulos: 2, 3 y 4 es 180º). Por lo tanto concluimos afirmando: *"Que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180º".*

EJERCICIO

Hallar α en:



Resolución

Sabemos que los ángulos internos de un triángulo suman 180º. Entonces vamos a sumar los tres ángulos y luego igualamos a 180º:

$2\alpha + 9\alpha + 4\alpha = 180^o$

Como paso siguiente sumamos los coeficientes porque los adendos son semejantes y nos resulta la siguiente expresión:

$15\alpha = 180^o$

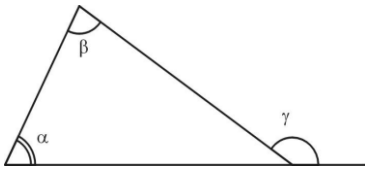
Despejamos "α"

$\alpha = \frac{\mathbf{180^o}}{\mathbf{15}}$

$\alpha = 12^o$

Rpta: $\alpha = 12^o$

III. Un ángulo exterior cualquiera es siempre igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él.



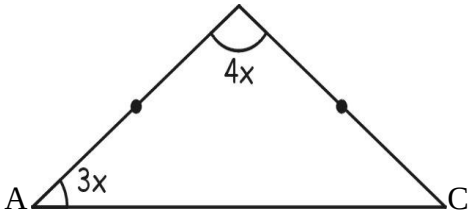
$\alpha + \beta = \gamma$

IV. En un triángulo, a mayor lado siempre se opone mayor ángulo.

V. Si un triángulo tiene dos lados congruentes, sus ángulos opuestos también son congruentes.

EJERCICIO:

Hallar "x" en:



Resolución

El triángulo ABC es un triángulo isósceles, por tener dos lados iguales, por lo tanto el ∠ A es congruente al ∠ C. Entonces el ángulo C también mide 3x. Ahora seguimos los mismos pasos del primer ejercicio para poder encontrar el valor de "x".

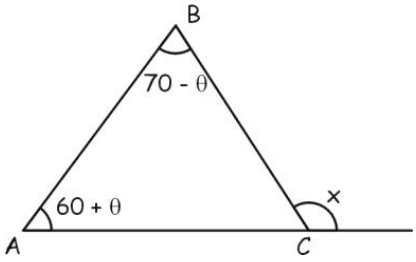
$3x + 3x + 4x = 180^o$

$10x = 180^o$

$x = \frac{180^o}{10}$

$x = 18^o$

1) Hallar el valor de "x" en:



Resolución

En este ejercicio vamos aplicar la siguiente propiedad del triángulo. *"Un ángulo exterior cualquiera es siempre igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él".*

$(60 + \theta) + (70 - \theta) = x$

$60 + \theta + 70 - \theta = x$

$x = 130^o$

Construcción de triángulos

Para construir un triángulo cualquiera la primera cosa es tener los siguientes materiales: regla, compás y transportador de ángulos.

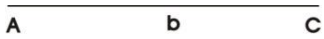
El triángulo es una figura rígida, es decir que determinados algunos de sus datos, (lados y ángulos), solo se pueden construir triángulos congruentes entre ellos.

Existen diferentes criterios para la construcción univoca del triángulo llamados también criterios de congruencia.

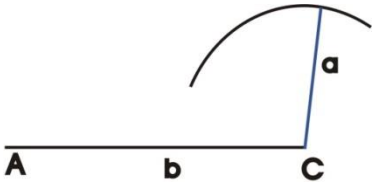
Dos triángulos son congruentes si por medio de una traslación y de una rotación es posible sobreponerlos.

- Caso 1) *si conocemos las longitudes de los tres lados (L. L. L).* Entonces con estos datos podemos construir el triángulo determinado. Para ello se siguen los siguientes pasos:
  - Se traza una recta y sobre ella, dibujamos uno de los lados de longitud

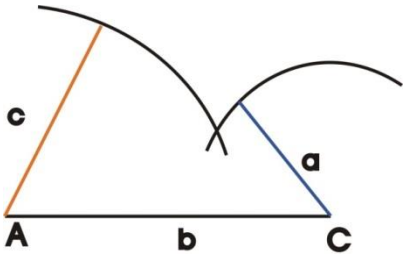
b señalando sus extremos con las letras mayúsculas A y C. Así:



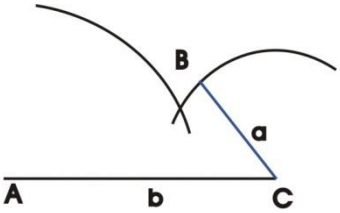
- Con centro en C y de radio a, trazamos con el compás, un arco de circunferencia. Así:



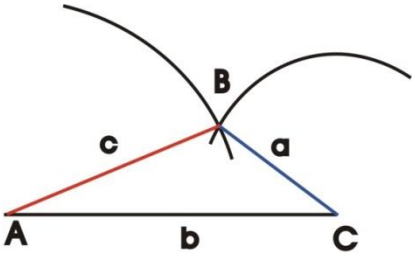
- Con el centro en A y de radio la longitud del lado c, trazamos con el compás un segundo arco de la circunferencia que corte al anterior.



- En el punto de corte de ambos arcos de circunferencia, ubicamos el tercer vértice B del triángulo.



- Luego unimos los tres puntos con tres segmentos:

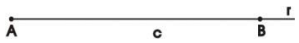


Y finalmente tenemos el triángulo que queríamos construir.

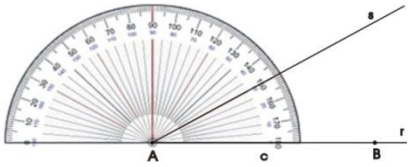
❖ *Caso 2) si conocemos la longitud de dos lados y la amplitud del ángulo que estos forman (L. A. L).* Estos datos son suficientes para construir el

triángulo con estas características. Para construir el triángulo al conocer dos de sus lados y la amplitud que estos forman se siguen los siguientes pasos:

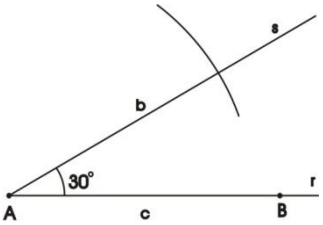
- Trazamos una recta r y sobre ella dibujamos uno de los lados c señalando sus extremos: A y B. Así:



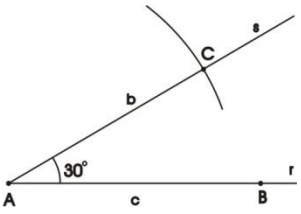
- Con el vértice en A, trazamos una semirrecta s que tome un ángulo de amplitud
  ∠A= 30º, con r. Así:



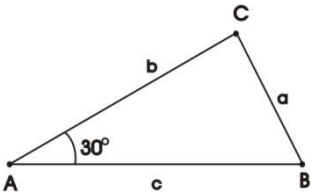
- Con centro en A y de radio la longitud de b, trazamos, con el compás un arco de circunferencia que corte a la semirrecta s. Así:



- En el punto de corte, ubicamos, el vértice C. unimos los vértices BC. Así:



- Y finalmente tendremos el triángulo que queríamos.

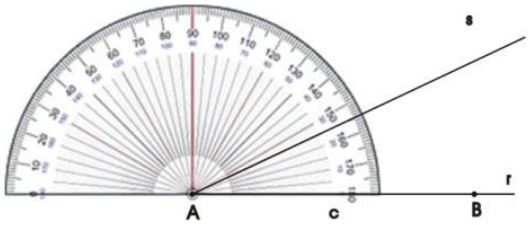


❖ Caso 3) *Si conocemos la amplitud de dos de sus ángulos y la longitud del*

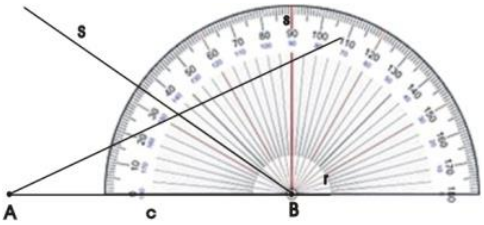
lado común (A. L. A). Entonces podemos construir el triángulo, para ello vamos a seguir los siguientes pasos:

- Trazamos una recta r y sobre ella dibujamos el lado b, señalando los extremos: A y C. como se muestra en la siguiente figura.

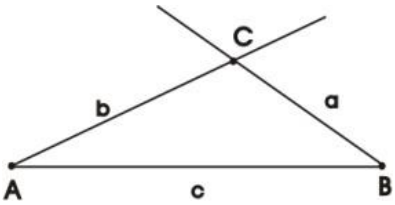
- Con vértice en A trazamos una semirrecta s que forme con el lado b un ángulo de amplitud ∠A. como se muestra en el siguiente gráfico.



- Con el vértice en C trazamos otra semirrecta t que forme con el lado b un ángulo de amplitud ∠C. como se muestra en la siguiente figura.



- En el punto de corte de ambas semirrectas está situado el vértice B. Como se muestra en la siguiente figura.



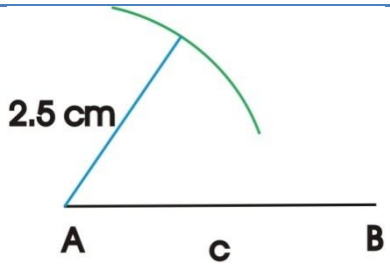
Ejemplos:

1) Construye un triángulo isósceles sabiendo que: AB = 3 cm, AC = 2,5 cm y BC = 2,5 cm.

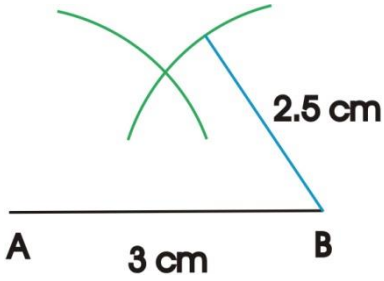
   Resolución

   - Trazamos el segmento AB; A y B serán los vértices del triángulo.

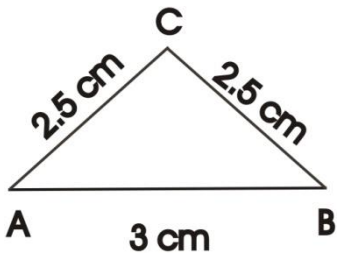
   - Con centro en A, trazamos un arco de radio 2,5 cm. así:



- Con centro en B, trazamos un arco de radio 2,5 cm. así:



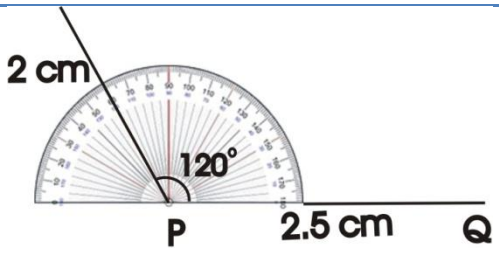
- En el punto de intersección de los arcos ubicamos el vértice C. Unimos los vértices y obtenemos el ΔABC.



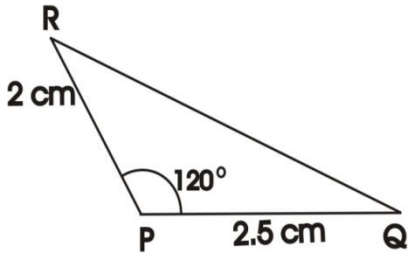
2) Construye un triángulo PQR. Si PQ = 2,5 cm; RP = 2 cm y ∠P = 120º.
Resolución.

- Trazamos el segmento PR; P y Q serán los vértices del triángulo.

- Trazamos un ángulo de 120º con el vértice en P. así:



- Luego medimos 2 cm y obtenemos el lado PR.



EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO

En la clasificación de los triángulos según la amplitud de sus ángulos vimos que los triángulos se clasifican en tres: obtusángulos, acutángulos y rectángulos. De entre todos estos triángulos, son especialmente importantes aquellos que tienen un ángulo recto; es decir, los triángulos rectángulos.

El triángulo ABC rectángulo en A, es decir, $\hat{A} = 90^o$, los lados *b* y *c*, que forman el ángulo recto, se llaman catetos, y el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y es mayor que cada uno de los catetos.

Como $\angle A \angle B + \angle C = 180^o$ y $\angle A = 90^o$, se deduce la siguiente propiedad: $\angle B + \angle C = 90^o$

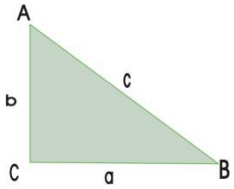
En un triángulo rectángulo los ángulos agudos son complementarios, es decir suman 90º.

Teorema de Pitágoras

Entre los lados de un triángulo rectángulo existe una relación que se refiere a las áreas de los cuadrados construidos sobre dichos lados. Esta relación se conoce como teorema de Pitágoras.

> En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

Gráficamente tenemos:

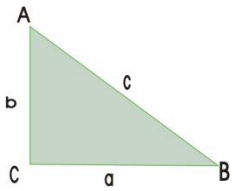


$$a^2 + b^2 = c^2$$

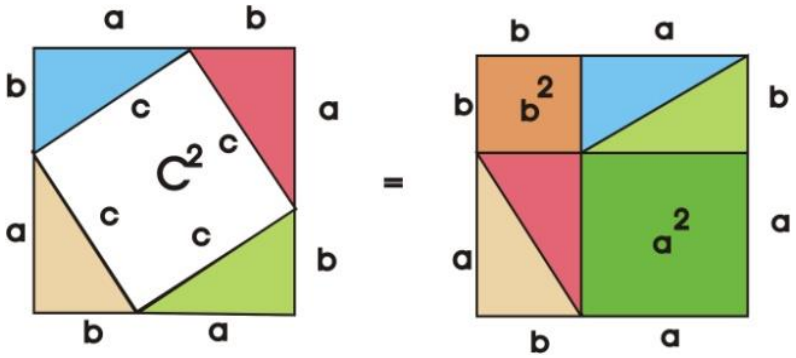
Para demostrar este teorema hay varios métodos, algunos de ellos son sencillos y otros más complicados, ahora vamos a demostrarlo por uno de ellos:

Para demostrar el teorema anterior vamos a seguir los siguientes pasos.

1) Consideramos un triángulo rectángulo de catetos a y b e hipotenusa c.



2) Construimos dos triángulos de lado a + b.



Observación:

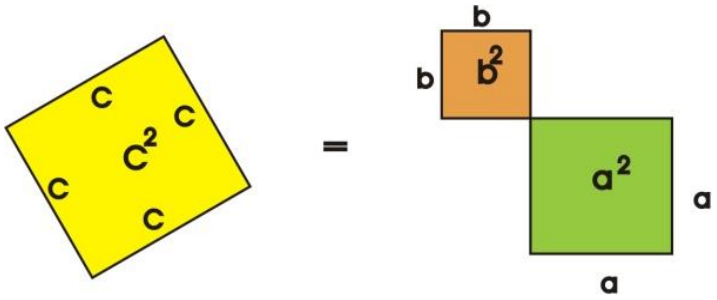
El primero está compuesto por 4 triángulos rectángulos congruentes al triángulo rectángulo considerado y por el cuadrilátero $\boldsymbol{C^2}$ como se ve en la primera figura.

El cuadrilátero$\boldsymbol{C^2}$ tiene cuatro lados congruentes a la hipotenusa del triángulo rectángulo y los 4 ángulos rectos, porque resultan de la diferencia entre un ángulo llano y ∠α + ∠β que son complementarios. Por eso el cuadrilátero $\boldsymbol{C^2}$ es un cuadrado de lado la hipotenusa del triángulo rectángulo.

El segundo cuadrado está compuesto por 4 triángulos rectángulos congruentes al triángulo rectángulo dado y por dos cuadrados de $\boldsymbol{a^2}$, $\boldsymbol{b^2}$uno de lado *a* y el otro de lado *b*.

Según la observación realizada, ambos cuadrados son iguales. Entonces en una igualdad nosotros podemos sumar, restar, multiplicar o dividir una cantidad a ambos miembros la igualdad no va variar.

En este caso vamos a quitar a ambos miembros los 4 triángulos rectángulos.



$a^2 + b^2 = c^2$

Y así hemos demostrado el teorema de Pitágoras.

La relación $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$, nos dice que en un triángulo rectángulo la medida del área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma es igual a la suma de las medidas de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

La importancia del Teorema de Pitágoras está en que nos permite encontrar la medida de un lado conociendo la medida de los otros dos. De la relación $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$, se obtienen las fórmulas inversas:

$\boldsymbol{a^2 = c^2 - b^2}$ y $\boldsymbol{b^2 = c^2 - a^2}$

Sacando la raíz cuadrada de cada una de tres relaciones se obtienen cada uno de los lados del triángulo rectángulo conociendo los otros dos:

- En un triángulo rectángulo la medida de la hipotenusa se obtiene sacando la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos:

  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

- En un triángulo rectángulo la medida de cada cateto se obtiene sacando la raíz cuadrada de la diferencia entre los cuadrados de la

medida de la hipotenusa y del otro cateto:

a = $\sqrt{c^2 - b^2}$ y b = $\sqrt{c^2 - a^2}$

Ejemplo.

1) Determina el perímetro del triángulo rectángulo, cuyos catetos valen 7 cm y 24 cm.

Resolución

Datos:

AB = 7 cm¸ AC = 24 cm¸ BC =*x*

Para encontrar el perímetro nos falta la hipotenusa.

Entonces al aplicar el Teorema de Pitágoras vamos a encontrar la medida de la hipotenusa:

BC = $\sqrt{\boldsymbol{AB^2 + AC^2}}$

⇨ $x = \sqrt{\mathbf{7^2 + 24^2}}$

$x = \sqrt{\mathbf{49 + 576}}$

$x = \sqrt{\mathbf{625}}$

$x = 25$

⇨ BC que es la hipotenusa mide 25 cm.

Ahora vamos hallar el perímetro reemplazando los valores en la siguiente formula:

p = AB + BC + AC

⇨ p = 7+ 24 + 25

p = 56 cm.

El perímetro del triángulo rectángulo mide 56 cm.

2) En un triángulo rectángulo la hipotenusa y uno de los catetos miden respectivamente 17 cm. y 8 cm. Hallar la medida del otro cateto.

Resolución

Datos:

BC = 17 cm; AC = 8 cm; AB = *y*

Para encontrar el otro cateto del triángulo rectángulo utilizamos el teorema de

Pitágoras.

⇨ $y = \sqrt{17^2 - 8^2}$

$y = \sqrt{289 - 64}$

$y = \sqrt{225}$

$y = 15\ cm.$

El otro cateto mide 15 cm.

Cierre (10 min.)

- El docente invita los estudiantes a compartir las cosas que no han podido comprender del tema que se trató y, a partir de ello, aclara las dificultades de los estudiantes.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

Terminar todos los ejercicios propuestos

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Material didáctico útil de aula: Fichas de análisis para la observación de las formas geométricas.
- Materiales específicos del estudiante: lápices, pinturas, reglas, cuaderno de apuntes y compás.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.5 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"RECONOCIENDO LOS CUADRILÁTEROS"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones.	▪ Define con precisión un polígono regular. ▪ Reconoce las propiedades de los polígonos regulare. ▪ Identifica al triángulo equilátero como polígono regular.
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Describe simbólicamente y gráficamente las características de los polígonos regulares. ▪ Representa un polígono dadas sus respectivas medidas. ▪ Representa gráficamente un polígono como composición de triángulos y cuadriláteros.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes; y luego recoge el trabajo que dejó en la clase anterior.
- El docente hace un repaso de la clase anterior sobre los triángulos. Para esto se formulan las siguientes preguntas:

> ¿Cuál es el polígono que tiene menor número de lados? ¿Cuáles son los elementos del triángulo? ¿Cómo se clasifican los triángulos? ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? ¿Cuál es la fórmula para encontrar el valor de la hipotenusa?

- El profesor después de hacer un repaso hace ver a los estudiantes una hoja blanca que se utiliza para escribir y luego pide de observar la pizarra, la superficie del pupitre, las ventanas del salón, y a partir de ello se formula algunas preguntas.

¿Qué idea nos dan los objetos que les he pedido de observar?

¿Serán polígonos? ¿Qué figuras observan en las cosas que

Desarrollo (70min.)

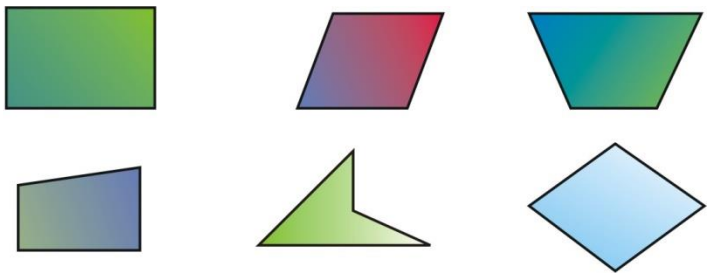
- El docente da a conocer el tema que se tratará:

LOS CUADRILÁTEROS

La superficie del pupitre, las hojas que utilizamos para escribir, la puerta de entrada al aula, la pizarra, las ventanas del aula, etc. Todos estos nos dan la idea de cuadriláteros.

Los cuadriláteros son los polígonos que tienen cuatro lados y cuatro ángulos.

Observamos algunos cuadriláteros:



Elementos de los cuadriláteros

Los elementos de los cuadriláteros son los siguientes:

1) Lados: Son los segmentos rectilíneos que lo limitan al cuadrilátero. Los lados que no tiene vértice común recibe el nombre de lados opuestos.

2) Vértices: Son las intersecciones de dos lados consecutivos. En todo cuadrilátero, el número de lados es igual al número de vértices.

3) ángulos interiores: son los ángulos que se forman por dos lados consecutivos.

4) Ángulos exteriores: Son los ángulos formados en un vértice por un lado y la prolongación del lado consecutivo. Los ángulos exteriores son adyacentes a los interiores. La suma de sus ángulos exteriores en un cuadrilátero es igual a 360°

5) Diagonales: Son los segmentos de recta que unen dos vértices no consecutivos.

Diagonales del cuadrilátero

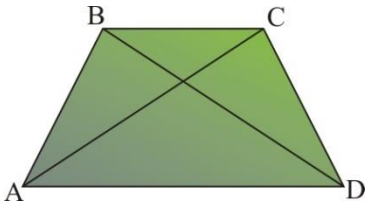
En un cuadrilátero, el número total de diagonales que se puede trazar es dos. Para calcular el número total de diagonales de un polígono cualquiera es la siguiente formula: $d=\frac{n.(n-3)}{2}$

Dónde:

n = número de lados del polígono

n = 4; por los cuadriláteros

$$\Rightarrow \quad d = \frac{4(4-3)}{2} = 2$$



Diagonales: DB y AC

Clasificación de los cuadriláteros

Los cuadriláteros se clasifican teniendo en cuenta el paralelismo de sus lados y son los siguientes.

a) Paralelogramos

Es un cuadrilátero que tiene paralelos los pares de lados opuestos.

La base del paralelogramo es uno cualquiera de sus lados.

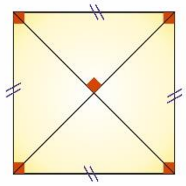
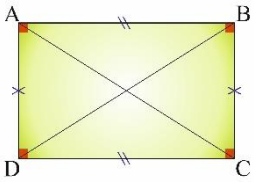
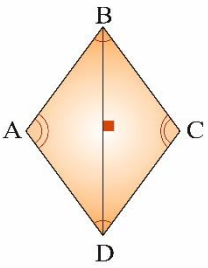
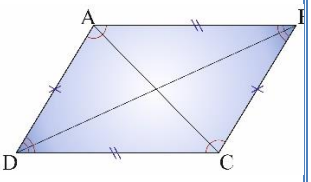
La altura es la perpendicular trazada a la base (o a su prolongación) desde el vértice al lado opuesto.

Propiedades:

1. Los lados opuestos son congruentes.
2. Los ángulos opuestos son congruentes (ángulos opuestos son los no consecutivos).
3. Cada diagonal divide el paralelogramo en dos triángulos congruentes.
4. Las diagonales se cortan en el punto medio.

Clasificación de los paralelogramos.

Los paralelogramos se clasifican en cuadrados, rectángulos, rombos y romboides.

PARALELOGRAMOS			
CUADRADO	RECTÁNGULO	ROMBO	ROMBOIDE
			
Todos los lados congruentes y los ángulos rectos	Los lados congruentes de dos en dos, base y altura. Los ángulos todos rectos	Todos los lados congruentes y los ángulos congruentes de dos en dos	Los lados congruentes de dos en dos, y los ángulos congruentes de dos en dos

b) Trapecios

Es el cuadrilátero que tiene sólo un par de lados paralelos.

Elementos de los trapecios:

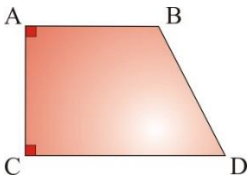
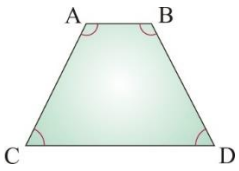
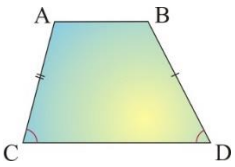
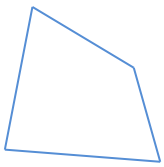
1) Base mayor
2) Base menor
3) Lados oblicuos
4) Altura

Propiedades de los trapecios.

1) En un trapecio los ángulos adyacentes a un mismo lado oblicuo son suplementarios, es decir suman 180º.
2) La base media de un trapecio es paralela a las bases.

Clasificación de los trapecios.

Los trapecios se clasifican en trapecio rectángulo, trapecio isósceles y en trapecio escaleno.

Trapecios			Trapezoides
Rectángulo	Isósceles	escaleno	
			
Uno de sus lados es perpendicular a las dos bases. Tiene dos ángulos internos rectos	Sus lados son congruentes y los ángulos internos forman dos parejas congruentes	Sus lados son diferentes y oblicuos	No tienen lados paralelos

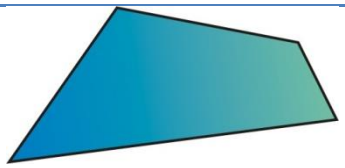
Trapecio escaleno: es aquel que tiene sus lados oblicuos no congruentes.

Trapecio isósceles: es aquel que tiene sus dos lados oblicuos congruentes.

Trapecio rectángulo: cuando uno de sus lados oblicuos es perpendicular a las bases.

c) Trapezoides

Los trapezoides son cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos.



Ejercicios resueltos sobre cuadriláteros

1) En un trapecio rectángulo la amplitud del cuarto ángulo mide 50º. Calcula la amplitud del tercer ángulo.

Solución

Nosotros sabemos que el trapecio rectángulo tiene dos ángulos rectos y también sabemos que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360º.

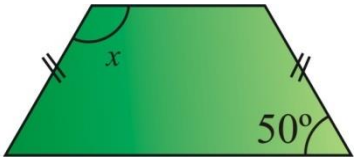
⇨ $x + 90^o + 90^o + 50^o = 360^o$

$x + 230^o = 360^o$

$x = 130^o$

La amplitud del tercer ángulo es 130º

2) Hallar "x". si el trapecio es isósceles



Resolución

Nosotros sabemos que el trapecio es isósceles, por lo tanto tiene dos pares de ángulos congruentes.

⇨ $2x + 50^o + 50^o = 360^o$

$2x + 100^o = 360^o$

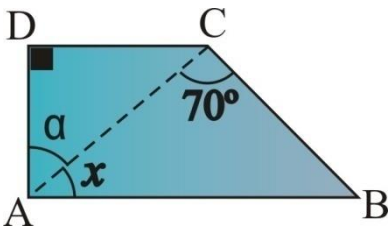
$2x = 260^o$

$x = 130^o$

La amplitud del ángulo "x" es 130º

3) La diagonal AC de un trapecio rectángulo ABCD divide al trapecio en un triángulo rectángulo y uno isósceles. Calcula la amplitud de los ángulos del

trapecio sabiendo que ∠ACB = 70°.



Solución

En el triángulo ΔABC:

$2x + 70^o = 180^o$

$2x = 110^o$

$x = 55^o$

⇨ La amplitud del ángulo B es 55º y la amplitud de α es 35º

⇨ El ∠ A = 90º; ∠B = 55º; ∠C = 125º y ∠D = 90º

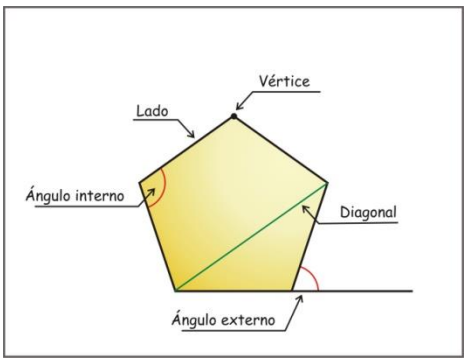
POLÍGONOS REGULARES

Se dice que un polígono es regular cuando sus lados son iguales y cuando la amplitud de sus ángulos es congruente entre sí.

Ejemplo:

El cuadrado, el triángulo equilátero, el pentágono regular, el hexágono regular, etc.

Elementos de los polígonos regulares



En un polígono regular se puede encontrar los siguientes elementos:

- El *centro* es el punto que equidista de todos los vértices. Es el centro de la circunferencia circunscrita.
- El *radio* es el segmento que une el centro con cualquiera de los vértices.

Es el radio de la circunferencia circunscrita.

- La *apotema* es el segmento que une el centro con el punto medio de cualquiera de los lados. Es perpendicular al lado y coincide con el radio de la circunferencia inscrita al polígono.
- El *ángulo* que forman los radios de dos vértices consecutivos se llama *ángulo central* del polígono regular y la medida de esto o sea del ángulo central, depende del número de lados que tiene el polígono. La suma de todos ellos tiene que ser 360º.

Vemos las características de alguno de los polígonos regulares como por ejemplo: del pentágono, del hexágono y del octágono.

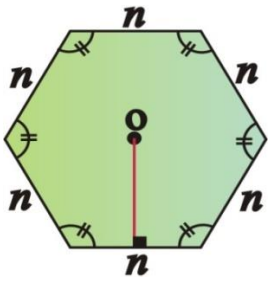
a) El pentágono regular

El pentágono regular es un polígono de 5 lados congruentes y sus ángulos interiores son congruentes entre sí.

- La suma de los ángulos interiores de un pentágono es 540º.

b) El hexágono regular

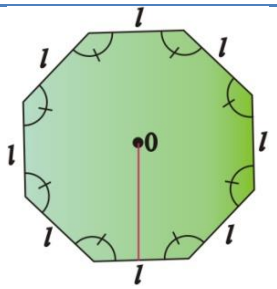
El hexágono regular es un polígono de 6 lados congruentes y sus seis ángulos interiores son congruentes entre sí.



- La suma de los ángulos interiores de un hexágono es 720º.

c) El octógono regular

El octógono regular es un polígono de 8 lados congruentes y sus ocho ángulos son congruentes entre sí.



- La suma de los ángulos interiores de un octógono regular es 1080º.
- La amplitud de sus ángulos interiores es 135º.

Cierre (10 min.)

- El docente invita a compartir las cosas que no han podido comprender del tema tratado; y a partir de ello el docente aclara las dificultades de los estudiantes.
- Finalmente el profesor pide a los estudiantes de formar cuatro grupos y luego indicará la finalidad del trabajo que harán en la casa.
- Cada grupo deberá investigar, recogiendo las informaciones e imágenes necesarias, analizándolas para poder establecer sobre las relaciones existentes entre los polígonos como elementos geométricos y algunos elementos de la naturaleza y el arte como los modelos de crecimiento de las flores, los motivos decorativos de las culturas pre-hispánicas.
- El docente entrega a cada grupo una imagen...

TAREA A TRABAJAR EN CASA

- Presentar en una lámina los polígonos que han podido investigar de la imagen que les entregará el profesor.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Presentar en una lámina los polígonos que han podido investigar de la imagen que les entregará el profesor.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.6 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"CALCULAMOS EL PERÍMETRO Y ÁREA DE LOS POLÍGONOS"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	▪ Define con precisión el perímetro de un polígono ▪ Define con precisión la idea de área de un polígono ▪ Diferencia el perímetro y el área de un polígono ▪ Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el área de las diferentes clases de polígonos ▪ Escribe en forma simbólica las fórmulas para calcular el perímetro de polígonos regulares
	Elabora y usa estrategias	▪ Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica ▪ Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica ▪ Aplica las respectivas fórmulas para calcular el área de cada figura geométrica. ▪ Calcula el perímetro de figuras. poligonales regulares
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área ▪ Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área ▪ Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 min.)

- El docente da la bienvenida a los alumnos; y luego verifica las tareas de los alumnos
- El docente solicita a cada grupo de presentar sus trabajos
- Cada grupo presentará los trabajos que podido realizar

Desarrollo (50 min.)

- El docente da a conocer el tema que se tratará.
- Presentado el tema, el docente, volverá a organizar los alumnos en los cuatro equipos de la precedente actividad.
- En esta actividad se introduce un tema nuevo, ya que en las actividades anteriores han observado diferentes formas geométricas, y alguna de sus características tanto en la naturaleza, cuando en el entorno y en algunas obras artísticas. También han aprendido a dibujar algunas formas geométricas utilizando los instrumentos del dibujo técnico. El tema que se introduce en esta actividad es el perímetro y el área de los polígonos.

Con estas preguntas el profesor crea en el salón un clima de debate.

> ¿Cómo se podrá medir las amplitudes de los lados de un polígono cualquiera? ¿Cómo se llamará el resultado de la suma de sus lados? ¿Cómo se puede calcular la superficie encerrada dentro de

PERÍMETRO Y ÁREA DE LOS POLÍGONOS

a) Perímetro del polígono

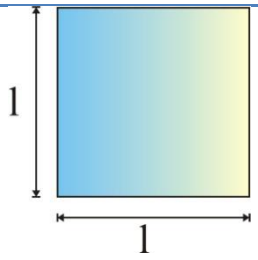
El perímetro de un polígono es la suma de la longitud de sus lados

b) Área del polígono

El área de un polígono es la medida de la superficie encerrada dentro de una línea continua. El área de un polígono se expresa en unidades de superficie, es decir, en unidades cuadráticas.

1) Perímetro y área de un cuadrado

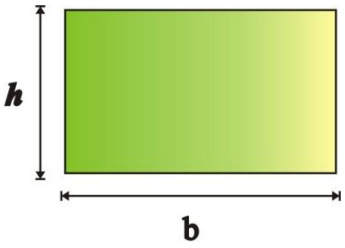
- El perímetro de un cuadrado es igual al producto de la medida de un lado por cuatro.



$$A = l \cdot l = l^2$$

2) Perímetro y área de un rectángulo

- El área de un rectángulo es igual al producto de la base por la altura.



Donde:

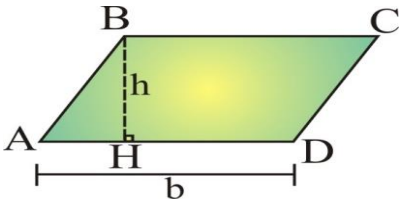
b = es la base

h = es la altura

$$A = b \cdot h$$

3) Perímetro y área de un romboide

Es el paralelogramo que tiene dos pares de lados iguales. Los romboides no son cuadrados, ni rectángulos, ni rombos. Los ángulos opuestos son congruentes. Al ser este el caso más general, cuando se dice paralelogramo se debe entender romboide.



Donde:

h = es la altura

b = es la base

El área de un romboide es igual al producto de la base por la altura relativa.

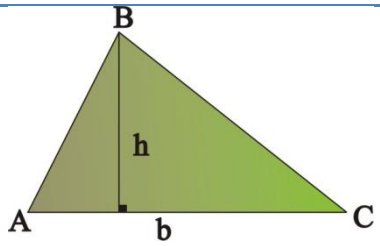
$$A = b \cdot h$$

4) Perímetro y área de un triángulo

- El área de un triángulo es igual a base por altura entre dos.

Demostración:

Tenemos un triángulo:



Donde:

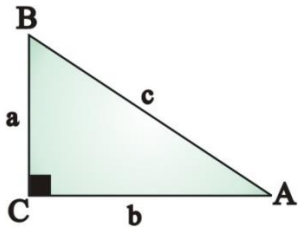
h = es la altura

b = es la base

De aquí deducimos que el área del triángulo es:

$$A\Delta = \frac{Bxh}{2}$$

En el caso del triángulo rectángulo, el área es igual al producto de los catetos sobre dos.



Donde:

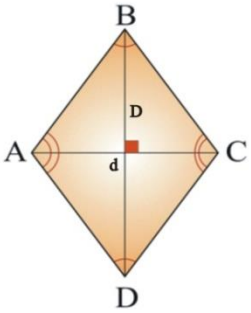
"**a**" y "**b**" son catetos

"**C**" es la hipotenusa

$$A = \frac{a\ .b}{2}$$

5) Perímetro y área de un rombo

- El área de un rombo es igual al producto de la diagonal mayor por la diagonal menor todo entre dos.



Donde:

D = diagonal mayor

d = diagonal menor

Simbólicamente el área del rombo es:

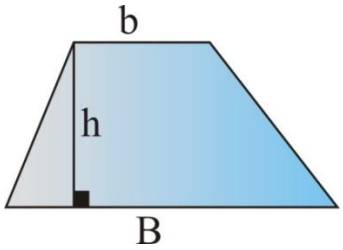
$$A = \frac{Dxb}{2}$$

6) Perímetro y área de un trapecio

- El perímetro del trapecio es igual a la suma de sus lados.
- El área de un trapecio es igual a la medida de la altura que multiplica a la suma de la base mayor y de la base menor todo

entre dos.

Simbólicamente tenemos:



Donde:

B = es la base mayor

b = es a la base menor

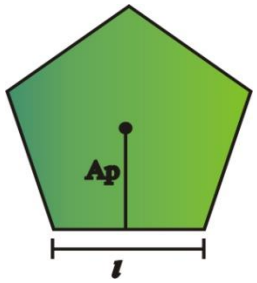
h = es la altura

simbólicamente el área de un trapecio es:

$$A = \frac{(B+b)h}{2}$$

7) Perímetro y área de un pentágono

- El perímetro de un pentágono regular es igual al producto de la medida de un lado por cinco. Si el pentágono es irregular, simplemente se suma la medida de todos sus lados.
- El área de un pentágono regular es igual al producto del perímetro y la apotema, todo entre dos.



Donde:

Ap = es apotema

l= es lado

p = es el perímetro

simbólicamente el área del pentágonos es:

$$A = \frac{p(apot)}{2}$$

8) Perímetro y área de una figura irregular

- Para hallar el perímetro de una figura irregular simplemente se suma la medida de todos sus lados.
- Cualquier polígono, por muy extraño que sea, podemos descomponer en triángulos o en figuras conocidas como: cuadrados, rectángulos, trapecios, etc. Luego podemos calcular el área de dicha figura mediante

la suma de las respectivas áreas de las figuras en las cuales hemos descompuesto la figura.

Para hallar el área del polígono, por muy extraño que sea, procedemos de la siguiente manera:

- Descomponemos al polígono en figuras conocidas de la forma más sencilla posible.
- Calculamos las áreas de las figuras en cuales hemos descompuesto el polígono.
- Finalmente para hallar el área del polígono irregular se suman las áreas de las figuras que componen el polígono.

Cierre: (30 min.)

- Se desarrollan los siguientes ejercicios:

1) El perímetro de un cuadrado es 104 cm. Calcula el área de dicho cuadrado.
2) Halla el área de un rectángulo si una de sus diagonales y una de sus dimensiones miden 26 cm y 24 cm, respectivamente.
3) En un rectángulo la base mide 105 cm y la altura es 4/7 de la base. Determina el perímetro.
4) Calcula el área de un triángulo cuya base mide 10 cm y su altura mide 4/5 de la base.
5) Calcula el área de un triángulo rectángulo isósceles de cateto 12 cm.
6) Calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor es 16 cm y la menor es 6 cm.
7) Calcula el perímetro de un rombo, cuyas diagonales miden 30 cm y 40 cm y la altura mide 48 cm.
8) Calcula el área de un trapecio sabiendo que la base menor mide 32 cm, la altura mide 24 cm y la base menor es 3/4 de la altura.
9) Calcula el área de un pentágono regular de 12 cm de lado y 12,47 cm de apotema.
10) Si el perímetro de un hexágono regular es 42 cm y su apotema mide 8,6 cm, calcula el área de dicho hexágono.
11) El perímetro de un octógono regular es 72 cm y la medida de su apotema es 10,863 cm. Calcula el área de dicho octógono.

12) Un pentágono está formado por un rectángulo y por un triángulo rectángulo cuya hipotenusa coincide con el lado mayor del rectángulo. El perímetro del rectángulo vale 32 cm y el lado mayor supera al menor de 4 cm; un cateto del triángulo es igual a la medida del menor lado del triángulo. Calcula el área del pentágono.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

El docente entrega una copia de ejercicios.

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Informe sobre la técnica decorativa "Los azulejos", imágenes, útiles de dibujo técnico, rotuladores, paleógrafos.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I. DATOS GENERALES:

1.1 UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
1.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA : "SANTA ROSA" Uchusquillo
1.3 ÁREA : MATEMÁTICA
1.4 GRADO Y SECCIÓN : 1º ÚNICA
1.7 FECHA :

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"APLICANDO LO APRENDIDO"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	▪ Reconoce la presencia de la geometría en la naturaleza y en el arte. ▪ Reconoce las formas geométricas presentes en su entorno ▪ Comprende la implicación de la geometría con múltiples aspectos de la vida real ▪ Reconoce y define polígonos usando diversos criterios ▪ Clasifica polígonos según el número de sus lados ▪ Reconoce la relación que existe entre la medida de la hipotenusa y la medida de los catetos en un triángulo rectángulo ▪ Identifica los elementos que determinen el área de un polígono
	Comunica y representa ideas matemáticas	▪ Describe las formas geométricas observadas ▪ Representa gráficamente líneas curvas, quebradas y rectas ▪ Representa y explica gráficamente el Teorema de Pitágoras ▪ Representa gráficamente las formas geométricas manteniendo sus características
	Elabora y usa estrategias	▪ Calcula el número de diagonales de un polígono ▪ Utiliza el método gráfico para explicar el teorema de Pitágoras ▪ Aplica las respectivas fórmulas para calcular el perímetro de cada figura geométrica

	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	▪ Deduce la fórmula de un polígono regular para calcular su área. ▪ Descompone las figuras desconocidas en conocidas para calcular su área

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 min.)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- A continuación el docente pide a los estudiantes de entregar los trabajos que han podido realizar.
- El docente invita a los estudiantes a comentar sus trabajos.

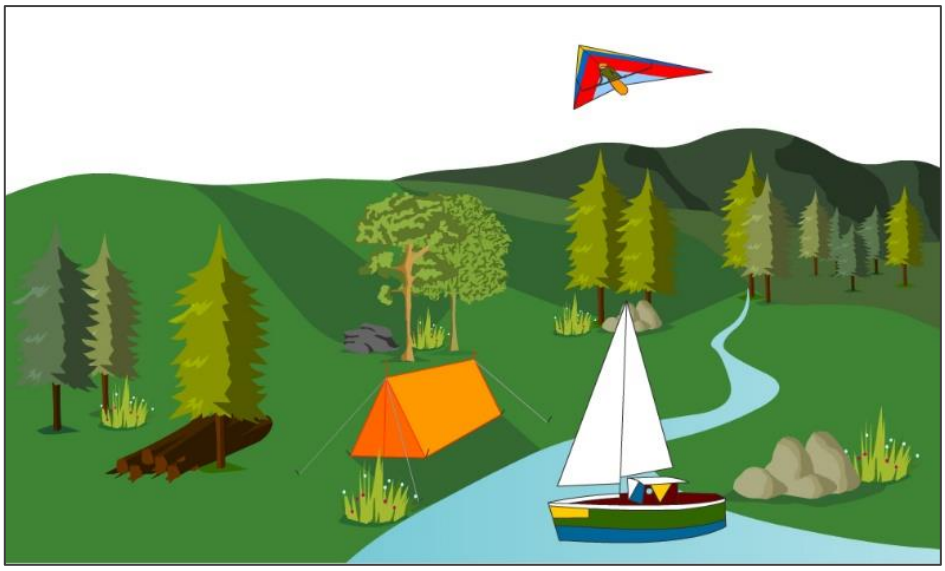
Desarrollo (70min.)

- Antes de realizar el examen el docente hace un repaso general de los temas tratados.
- Después de hacer un repaso el docente entrega a los estudiantes el examen.
- Los estudiantes realizan el examen.

EXAMEN DE POST-TEST

Alumno: ……

1. LAS FORMAS GEOMETRICAS EN NUESTRO ENTORNO



1.2. Observa la siguiente imagen y completa el cuadro.

LAS FORMAS GEOMETRICAS EN NUESTRO ENTORNO	
¿Qué elementos geométricos representan los bordes del rio?	…… ……
¿El dibujo de las piedras es un polígono?	…… ……

¿Cuántos polígonos puedes reconocer en la barca?	…… ……
¿Cuáles polígonos conforman la carpa anaranjada?	…… ……

2. LOS POLÍGONOS

Describe las características de los polígonos respondiendo a las siguientes preguntas:

2.1. ¿Cómo se define un polígono regular?

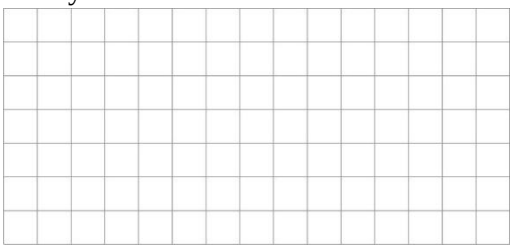
……
……

2.2. El perímetro de un polígono es igual a…… de las longitudes de todos sus…….. . Si el polígono es regular entonces tiene todos sus…… iguales y sus lados……..; por tal motivo podemos decir que su perímetro es el producto
de……
por……

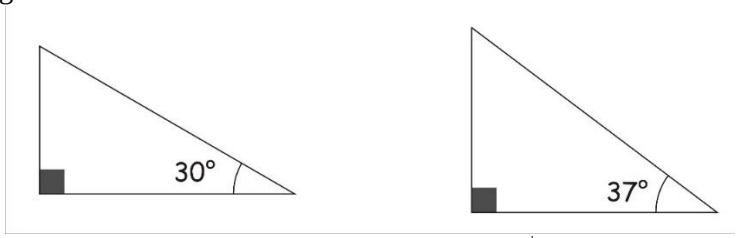
2.3. Un polígono se define como cóncavo cuando…

e) Todos sus ángulos internos son agudos
f) Tiene ángulos internos obtusos
g) Sus ángulos son todos diferentes
h) Uno de sus ángulos internos mide más de 180°

2.4. Representa en el espacio cuadriculado un trapecio isósceles cuyas bases miden respectivamente 5 y 9 cm y su altura mide 4 cm.

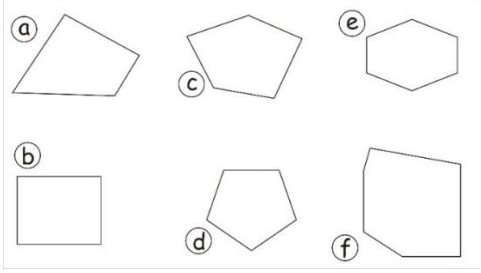


2.5. ¿Cuál es la relación entre hipotenusa y cateto menor en los siguientes triángulos rectángulos?



II. 2 a 1; 5 a 3
III. 1 a √2 ; 3 a 5
IV. 2 a 1 ; 3 a 5
V. √2 a 2; 5 a 4

2.6. Traza las diagonales de los siguientes polígonos luego deduce la generalización sobre el número de diagonales de un polígono

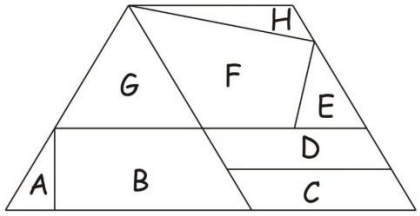


	Número de lados s	Número de vértices	Número de diagonales
a			
b			
c			
d			
e			
f			

El número de diagonales de un polígono depende del …… que conforman el polígono según la relación ……...

3. LOS POLÍGONOS Y SUS CARACTERISTICAS

3.1. Observa la imagen y describe los polígonos que observas según sus características:



¿Qué clase de polígono es el indicado por la letra H?

……

¿Cuántos triángulos rectángulos observas?

……

¿Cuántos son los trapecios isósceles?

……¿C

uántos son los trapecios rectángulos?

……

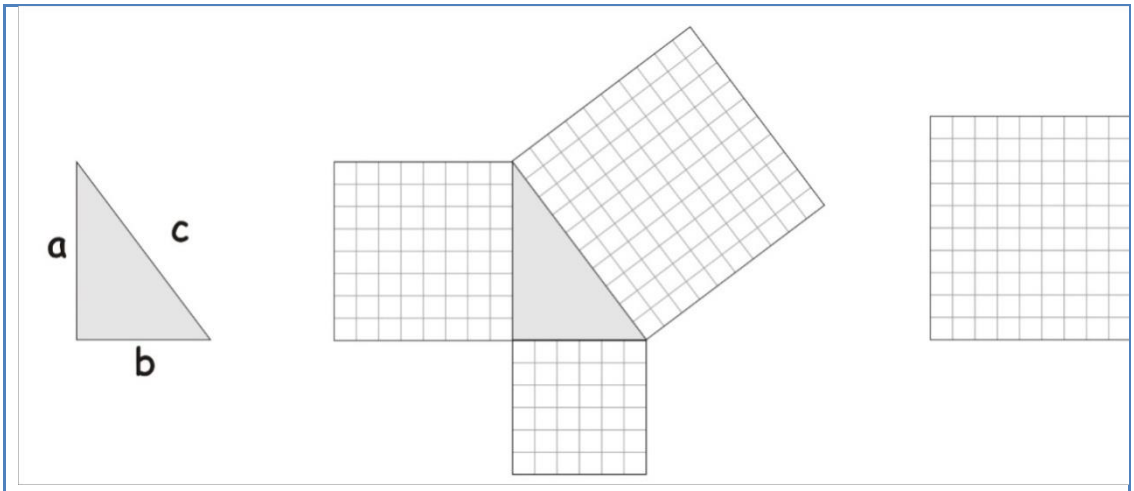
¿Qué clase de polígono es el F?

……

4. EL TEOREMA DE PITÁGORAS

Utilizando el método gráfico explica el teorema de Pitágoras luego calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 cm y 20 cm:

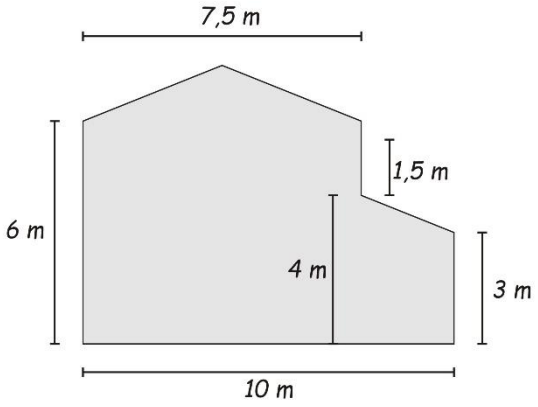
"El cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construidos en los catetos"



……

5. CALCULAMOS ÁREAS Y PERIMETROS

5.1. Se quiere pintar la fachada de un edificio que tiene la forma representada en la figura siguiente. Si el pintor cobra por su trabajo y por la pintura 30 soles al m^2, ¿Cuánto costará el trabajo?



Cierre (10 min.)

- El docente recoge los exámenes de los estudiantes.
- El docente invita los estudiantes a compartir cuales han sido las dificultades encontradas en resolver el examen.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

Estudiar las paginas 168 – 178 del libro de texto "Matemática 1"

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Matemática, primero. Grupo Editorial NORMA
- Pizarra.
- Plumones