



“DON BOSCO”
D.S. N° 24-89-ED
Chacas, Asunción, Ancash, Perú

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE PROFESOR DE
EDUCACIÓN SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE
MATEMÁTICA**

ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA “EL JOVEN ARQUITECTO”, BASADA EN EL ENFOQUE DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO, UTILIZANDO MATERIAL CONCRETO, PARA EL APRENDIZAJE DE LOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.E. SANTA ROSA DE UCHUSQUILLO, DISTRITO DE SAN LUÍS, PROVINCIA CARLOS FERMÍN FITZCARRALD, ANCASH, PERÚ, EN EL AÑO ACADÉMICO 2016.

Autores:

BARBARÁN RENGIFO, Jeen Karthi

DURAND LUNA, Ronal Prudencio

PRINCIPE MELGAREJO, Flavio

Asesor:

Mg. CUEVA HINOSTROZA César Gastón

Chacas 2017

DEDICATORIA

Dedico a mis queridos padres, familiares, profesores y amigos, que me han ayudado y acompañado en estos años de formación, este trabajo.

Ronal Durand

A mis queridos padres, amigos y a las personas que me han acompañado durante mi formación.

Flavio

A mis padres, hermanos y a todos los amigos que me han acompañado de cerca durante estos años de formación en la casa de Don Bosco.

Karthi

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a Dios por todo lo vivido dentro de la casa de Don Bosco. Seguidamente agradecemos a nuestro querido padre Hugo por habernos dado la oportunidad de formarnos en una de sus casas, bajo la protección de Don Bosco y María Auxiliadora y por habernos puesto al cuidado de la familia Casavecchia que nos ha brindado su apoyo durante estos cinco años.

RESUMEN

La presente investigación está orientada a determinar el nivel de influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo utilizando material concreto, sobre el aprendizaje de los conceptos geométricos del espacio en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria.

Este trabajo se justifica con la necesidad de responder a una situación problemática que caracteriza la realidad educativa de las áreas rurales de la cordillera andina y que demanda la búsqueda de herramientas pedagógicas nuevas y eficaces.

La experimentación de esta investigación tiene como base fundamental la elaboración y aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, que permite mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los sólidos geométricos, a partir de la observación de construcciones arquitectónicas y del mismo entorno, a través de prácticas de dibujo técnico y explorando las diferentes técnicas de representación gráfica. Así, el laboratorio matemático “el joven arquitecto” introduce y desarrolla los contenidos curriculares sobre los sólidos geométricos de forma motivadora, dinámica y participativa.

La hipótesis que se planteó fue que la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I. E. “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016.

El proceso experimental de la investigación se desarrolló en la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo, en los meses de setiembre y octubre del año académico 2016, teniendo como grupo experimental a los estudiantes de tercer grado.

La investigación se concluye aceptando la hipótesis planteada, ya que el balance entre el pre-test y el post-test muestra una mejora importante en el nivel del aprendizaje de los sólidos geométricos.

Palabras claves: “Joven arquitecto”, *“técnica de la observación y representación, aprendizaje significativo, material concreto, sólidos geométricos.*

ABSTRACT

The present research is oriented to determine the level of influence of the application of the pedagogical proposal "The young architect", based on the approach of the significant learning using concrete material, on the learning space geometric concepts in the students of the third degree of Secondary education.

This work is justified by the need to respond to a problematic situation that characterizes the educational reality of the rural areas of the Andean mountain range and which demands the search for new and effective pedagogical tools.

The experimentation of this research has as fundamental base the elaboration and application of the pedagogical proposal "The young architect", that allows to improve the teaching-learning process of the geometric solids, from the observation of architectural constructions and the same environment, Through technical drawing practices and exploring the different techniques of graphic representation. So, the mathematical laboratory "the young architect" introduces and develops the curricular contents on geometric solids in a motivating, dynamic and participative way.

The raised hypothesis was that the application of the pedagogical proposal "The young architect", based on the approach of meaningful learning, using concrete material, favoring the learning of the geometric solids in the students of the third of the E.I. "Santa Rosa" of Uchusquillo in the academic year 2016.

The experimental process of the research was developed in the Educational Institution "Santa Rosa" of Uchusquillo, in the months of September and October of the academic year 2016, having as experimental group the third grade students.

The research is concluded accepting the hypothesis raised, since the balance between the pre-test and the post-test shows a significant improvement in the level of learning of geometric solids.

Keywords: *"Young architect", technique of observation and representation, meaningful learning, concrete material, geometric solids.*

ÍNDICE

I.	INTRODUCCIÓN.....	9
1.1	Caracterización del problema.....	10
1.2	Enunciado del problema.....	13
1.3	Objetivos de la investigación	13
1.3.1	Objetivo general.....	13
1.3.2	Objetivos específicos	13
1.4	Justificación de la investigación.....	14
1.5	Hipótesis.....	15
II.	REVISIÓN DE LA LITERATURA.....	17
2.1	Antecedentes	17
2.2	La geometría.....	18
2.2.1	Historia de la geometría	18
2.2.2	La geometría en nuestra vida diaria.....	19
2.3	La geometría del espacio.....	22
2.4	Los sólidos geométricos	22
2.5	Los poliedros	23
2.6	Los sólidos de rotación.....	25
2.7	Geometría y arquitectura.....	26
2.8	Geometría y dibujo técnico	28
2.9	El aprendizaje de la geometría del espacio	32
2.9.1	El aprendizaje geométrico	32
2.10	El aprendizaje de los sólidos geométricos	34
2.11	Presencia de la geometría del espacio en el currículo.....	37
2.12	Dificultades y errores	43
2.13	Aprendizaje de los sólidos geométricos a través del dibujo técnico con el uso de las nuevas tecnologías.....	45
III.	PROPUESTA PEDAGÓGICA: “EL JOVEN ARQUITECTO”.....	48
3.1	Estrategias para el aprendizaje de los sólidos geométricos.....	48
3.1.1	Las calles de Colorinche	49

3.1.2	El joven arquitecto: ¡Aprendemos a trazar líneas!.....	50
3.1.3	Construcciones de madera	51
3.1.4	El joven arquitecto: ¡Aprendemos a dibujar!.....	52
3.1.5	El joven arquitecto: ¡Mi primer proyecto!	53
3.1.6	El Joven arquitecto: ¡Conociendo el espacio!.....	54
3.1.7	El joven arquitecto: ¡Miro a mi alrededor!	54
3.1.8	El joven arquitecto: ¡Mis proyecciones!.....	55
IV.	METODOLOGÍA.....	58
4.1	Tipo y metodología de la investigación	58
4.2	Diseño de la investigación	58
4.3	El Universo y la población.....	59
4.3.1	Universo de investigación.....	59
4.3.2	Población de investigación	59
4.3.3	Muestra de la investigación	59
4.4	Técnicas e instrumentos	59
4.4.1	Definición y operacionalización de las variables	59
4.4.2	Técnicas e instrumentos y matriz de evaluación	64
4.5	Plan de análisis.....	69
V.	RESULTADOS	70
5.1	Resultados	70
5.1.1	Nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos observado antes de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”	70
5.1.2	Nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos observado después de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”	73
5.1.3	Comparación de los resultados del pre-test y del post-test para determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” favorece el desarrollo de los sólidos geométricos	76
VI.	CONCLUSIONES	81
6.1	Conclusiones	81
6.2	Recomendaciones.....	82
VII.	BIBLIOGRAFÍA	84

ÍNDICE DE TABLAS

Tab. 1: Matriz de Capacidades, contenidos, materiales y temporalización de las actividades propuestas	57
Tab. 2: Composición del grupo experimental.....	59
Tab. 3: Operalización de la variable	63
Tab. 4: Lista de cotejo.....	67
Tab. 5: Escala de calificación de aprendizaje aplicada a la lista de cotejo	68
Tab. 6: Escala de calificación de los aprendizajes en la Educación Básica Regular Modificada de “Diseño curricular Nacional de Educación Básica Regular”, Ministerio de Educación 2009	69
Tab. 7: Prueba de confiabilidad	69
Tab. 8: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 16 de agosto 2016.....	71
Tab. 9: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de post-test del 04 de octubre de 2016.....	73
Tab. 10: Pruebas de normalidad.....	76
Tab. 11: Prueba t para muestras relacionadas	77

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1: Trazo de líneas paralelas y perpendiculares con el uso de las escuadras.....	30
Fig. 2: Trazo de ángulos de distintas medidas con el uso de las escuadras.....	31
Fig. 3: Construcción del cuadrado con el uso del compás y de la escuadra.....	31
Fig. 4: Tabla de dibujo técnico “El paralelepípedo”	32
Fig. 5: Modificada de “Rutas del aprendizaje”, Fascículo 1, Ministerio de Educación 2013	41
Fig. 6: Mapa del pueblo fantástico denominado Colorinche.....	49
Fig. 7: Representación gráfica del diseño de la investigación	58
Fig. 8: Representación gráfica de frecuencias relativas de los niveles de aprendizaje obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 16 de agosto 2016.	71
Fig. 9: Representación gráfica de frecuencias relativas de los niveles de aprendizaje obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pos-test.....	74
Fig. 10: Gráfico de caja para el rendimiento académico antes y después de la experimentación.....	79

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo del siguiente trabajo de investigación tiene como fin fundamental ayudar a los estudiantes del tercer grado de secundaria a desarrollar sus conocimientos en el campo de la geometría del espacio, teniendo como ente conductor la representación gráfica y el dibujo técnico. Para esto se propone el desarrollo de laboratorios matemáticos que, relacionando los contenidos curriculares relativos a la geometría del espacio con la actividad laboral del arquitecto, pretenden conducir el estudiante al análisis y representación gráfica de los cuerpos geométricos, al estudio de su forma y al cálculo de sus dimensiones. Por lo tanto este trabajo facilitar el aprendizaje y preparará a los estudiantes a comprender, analizar e interpretar los elementos principales de la geometría del espacio para que ellos adquieran capacidades de relacionar sus aprendizajes y habilidades de razonamiento y alcancen así un aprendizaje significativo.

Para alcanzar el desarrollo de las capacidades y habilidades que prevé el currículo nacional, respetando los estándares planteados por los estudiantes que terminan el tercer grado de Educación Secundaria, se ha desarrollado la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”. Esta corresponde a una unidad didáctica transversal, que tiene como base la geometría, para luego ampliarse y abarcar las áreas pedagógicas de Educación Artística, Comunicación, Ciencia Tecnología y Ambiente, proponiendo diferentes laboratorios matemáticos. La propuesta que se plantea tiene como eje fundamental el dibujo técnico, como herramienta fundamental del arquitecto, para construir y representar los cuerpos geométricos que constituyen nuestro entorno vivencial. En esta propuesta se abordan desde los conceptos básicos

de la geometría del espacio, como los cuerpos geométricos fundamentales, sus distintas representaciones gráficas, el cálculo de sus dimensiones, hasta las construcciones de sólidos compuestos relacionados con nuestro entorno arquitectónico.

El conjunto de laboratorios presentados en la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” quiere encaminar al estudiante al aprendizaje de la geometría del espacio de manera progresiva y así fomentar el razonamiento geométrico para la resolución de problemas.

El presente proyecto de investigación se ha planteado siguiendo un diseño cuantitativo de tipo pre-experimental y específicamente un diseño de pre-prueba y post-prueba con un solo grupo experimental.

1.1 Caracterización del problema

“Durante las últimas décadas se ha presenciado un vertiginoso proceso de desarrollo y cambios a nivel mundial, como consecuencia de la globalización en la economía y de sus mercados. Los cambios referidos inciden en los sistemas educativos y por ende requieren innovaciones” (Rainusso Yañez, 2002).

Lo descrito evidencia la necesidad de cambios en el sistema educativo en todo el mundo. Por otra parte, los países latinoamericanos fueron los que obtuvieron resultados debajo de la media en las pruebas censales, quedando el Perú en el último lugar en todas las diferentes áreas (Saavedra Chanduvi, 2013).

Como consecuencia el Perú necesita cambios urgentes en la educación; estos cambios ayudarán en particular a las escuelas de los Andes; al observar el acelerado procesos de cambio mundial y en nuestro Perú, vemos que todos los sistema de desarrollo van quedando obsoletos, también el sistema educativo; esto nos lo

evidencian las distintas pruebas de PISA, de cuyos resultados podemos observar que “en secundaria, el Perú ha mejorado significativamente en lectura, pero no en matemática” (Ganimian, 2015).

Concluyendo, el Perú necesita un cambio para el mejoramiento de la educación sobre todo en las matemáticas.

El Perú necesita estrategias que ayuden a los jóvenes y adolescentes a potenciar sus capacidades y habilidades, sobre todo en la región de Ancash. Los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes - ECE 2015 nos muestran que esta región tiene un bajo nivel académico sobre todo en las matemáticas, llegando a obtener el 6,7% en el nivel satisfactorio, el 10,2 % en proceso, el 37,1% en inicio y el 46% en el nivel previo al inicio. Estos resultados nos evidencian que el rendimiento de los estudiantes es precario y que necesitan estrategias y habilidades para mejorar su nivel educativo (UMC, 2016).

Entrando en las particularidades de la región, en las zonas rurales, observamos en los resultados de PISA que “el desempeño promedio de las escuelas rurales en el Perú fue menor que el de las escuelas rurales en cualquier otro país participante en PISA 2012”. Por lo tanto, las escuelas rurales peruanas se desempeñaron 89 puntos debajo de las escuelas urbanas, lo que equivale a más de dos años de aprendizaje (Ganimian, 2015).

Es así, que se quiere mejorar la educación sobre todo en estas zonas rurales y garantizar una educación de calidad, sobre todo en el área de las matemáticas.

Siguiendo con el análisis de los resultados de la prueba ECE 2015 podemos observar que las zonas rurales de la región Ancash obtuvieron en matemática el 73,9% el nivel previo al inicio, 23,3% en inicio, el 2% en proceso y el 0,7%

satisfactorio, mostrando así que las zonas rurales necesitan de mucho apoyo en la educación y dándonos a entender que la escuela es la única oportunidad que tienen las zonas rurales para educarse y lograr una mejor calidad de vida.

Estos resultados también nos muestran las diferencias que existen dentro de la educación en los colegios estatales y los no estatales, al mostrarnos sus respectivos porcentajes: en los primeros, el porcentaje es de un 5,7% en el nivel satisfactorio, el 10,6% en el nivel de proceso y el 40,9% en inicio y queda todavía un 42,8% de estudiantes en nivel previo al inicio, mientras que en los segundos tiene un 18,8% en el nivel satisfactorio, el 19,2% en proceso y el 39,0% en inicio. Por lo tanto, conviene destacar que los colegios no estatales siempre tienen un mayor rendimiento que los colegios estatales.

De igual manera pasa en las provincias del departamento de Ancash, en especial en la provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald; en la ECE 2015 esta provincia ha obtenido el 2% en el nivel satisfactorio, el 4,3% en proceso, el 25,9 % en inicio y el 67,8% (UMC, 2016).

Otro aspecto del problema es que existen profesores que no desempeñan bien su labor de docente, sobre todo en la matemática porque “se tienen profesores que no se capacitan, o decidieron ser docentes de la especialidad siendo de otra, por este motivo no tienen la capacidad suficiente para enseñar esta área” (Rojas Miranda, 2010).

Si miramos al campo de enseñanza de la geometría, otros aspectos importantes, en el análisis de las dificultades del proceso de su aprendizaje, son la falta de materiales didácticos que apoyen a los docentes en la enseñanza de este curso y la poca intensidad horaria que se le dedica a esta área dentro del aula. Como

consecuencia, la geometría es difícil para ellos porque el docente no emplea las estrategias necesarias para que los estudiantes reciban una educación de calidad, ocasionando el desinterés de los estudiantes y creando en ellos la idea de que la matemática sea difícil (Pérez. S., 2009).

Un último punto para considerar es lo que trata de la responsabilidad de los padres, porque existen padres que no dan el alimento adecuado a sus hijos o simplemente los matriculan y al final van sólo a recoger sus libretas, demostrando así el poco interés que muestran por sus hijos (Rengifo Porta, 2010).

1.2 Enunciado del problema

Ante la problemática descrita, se formula la siguiente pregunta:

¿De qué manera la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, ¿favorece el aprendizaje del concepto de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria.

1.3.2 Objetivos específicos

- Diseñar la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el

aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria.

- Determinar el nivel real de aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I. E. “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016 a través de un pre-test.

- Aplicar la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I. E. “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luís, Provincia Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

- Determinar el nivel real de aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I. E. “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016 a través de un post-test.

- Contrastar los resultados de las pruebas de pre-test y de post-test para determinar la influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, para el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria.

1.4 Justificación de la investigación

El presente trabajo de investigación se ha planificado con la finalidad de mejorar en los estudiantes un aspecto de la problemática de la Institución Educativa pública “Santa Rosa” de Uchusquillo aplicando la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material

concreto para la enseñanza de los sólidos geométricos. Ello repercutirá directamente en los estudiantes del grado en el cual se pretende realizar, además de establecer un hito en la institución educativa, a través del cual se priorizará el uso de material concreto para mejorar la calidad de los aprendizajes.

Se persigue que los estudiantes de la institución educativa pública inicien utilizando material concreto, para que de esta forma aprendan a relacionar la geometría del espacio con el entorno arquitectónico. Por lo tanto la aplicación de esta propuesta educativa “El joven arquitecto” es oportuna para mejorar la enseñanza de la geometría del espacio, relacionándola con el entorno arquitectónico.

La aplicación de esta propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, permitirá aplicar una estrategia para la mejora de la enseñanza de los sólidos geométricos y además posibilitará el aprendizaje significativo dentro de las concepciones educativas modernas. De este modo, se quiere lograr las metas establecidas: “promover el desarrollo de las capacidades de relacionar y diseñar los diferentes cuerpos sólidos tomando como modelo el medio arquitectónico.

Dicha capacidad intelectual involucrará la adaptación, la relación y la representación de parte del estudiante, del medio arquitectónico que lo rodea.

1.5 Hipótesis

H₁: La aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I. E. “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016.

H₀: La aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, no favorece el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I. E. “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016.

II. REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Antecedentes

No existen publicaciones que se ajusten perfectamente al presente proyecto de investigación aún si la relación que existe entre geometría y arquitectura y la que existe entre geometría y dibujo técnico son notas.

Se han publicado muchos informes de investigaciones que exploran estas relaciones a nivel teórico pero son muy pocos los casos en los cuales el enlace entre arquitectura, dibujo técnico y geometría se hayan puestos a servicio de la didáctica de la geometría.

Entre los pocos antecedentes que se orientan a este enfoque pedagógico se encuentra el trabajo presentado por Fritz María Soledad, González Mues Paula et al., titulado “Una propuesta didáctica que integra conceptos matemáticos en situaciones contextualizadas” Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo, Universidad Nacional del Litoral. En esta publicación los autores sustentan la idea que la matemática relacionada a la arquitectura debe contemplar métodos de investigación y razonamiento que permitan al estudiante adquirir confianza en su propio pensamiento matemático y, sin duda, la resolución de problemas es una excelente propuesta para lograrlo. Con este propósito y tratando de involucrar a los estudiantes en escenarios de investigación, se propone trabajar la matemática a partir de experiencias que permitan explorar situaciones realísticas que permitan conducir el estudiante a conceptos teóricos.

En el manual titulado “Dibujo técnico”: estudio de las formas geométricas”, publicado por el Departamento de Artes Plásticas y dibujo del I.E.S. Ibi Nou

Derramador, de Valencia en España, presenta el dibujo técnico como una parte importante de los lenguajes visuales. Este es el lenguaje que utilizan arquitectos para diseñar nuestras casas, edificios privados o públicos y es un vehículo para comprender y teorizar los conceptos geométricos.

2.2 La geometría

2.2.1 Historia de la geometría

Geometría (del griego *geo*, “tierra”; *metrein*, “medir”), es una ciencia antigua. Es la rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Desde siempre el hombre ha tenido que resolver problemas de geometría, medir el área de los terrenos, trazar ángulos rectos, medir distancias, construir casas, templos, palacios, calcular la capacidad de sus recipientes, etc. El origen del término geometría es una descripción precisa del trabajo de los primeros geómetras. La geometría se ha desarrollado desde la antigüedad. La primera aproximación a la geometría fue de forma empírica y floreció primeramente en el antiguo Egipto, con los sumerios y a Babilonia para ser refinada y sistematizada en la cultura helénica.

La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides, en su libro “Los elementos”. El texto de Euclides, a pesar de sus imperfecciones, ha servido como libro de texto básico de geometría hasta casi nuestros días.

En el campo de la geometría, el conocimiento humano, avanzó muy poco desde los descubrimientos de la época griega hasta la edad media. El primer paso

verdaderamente importante en esta ciencia lo dio el filósofo y matemático francés René Descartes con su tratado “El Discurso del Método”, publicado en 1637. En este trabajo se introducía una conexión entre la geometría y el álgebra.

La geometría moderna se divide en distintas ramas que estudian y se proponen explicar los diferentes aspectos de los problemas geométricos: la geometría descriptiva es la que trata la resolución de problemas en el espacio mediante el uso de diversas representaciones del mismo sobre un plano; la geometría analítica estudia los entes geométricos (puntos, rectas, planos, curvas, superficies, etc.), colocándolos en un sistema de referencias y coordenadas buscando las ecuaciones que los representan; la topología estudia las propiedades del espacio o de la continuidad y de las figuras geométricas, con independencia de su forma y tamaño; la geometría no euclídeanace a partir del quinto postulado de Euclides al afirmar que “por un punto exterior a una recta podían trazarse una única paralela a ella” (Espinoza Ramos, 2013).

2.2.2 La geometría en nuestra vida diaria

Diariamente en la calle vemos construcciones antiguas y modernas, plazas, parques, con formas poligonales. Vivimos en casas, estudiamos en aulas, utilizamos espacios que nos permiten experimentar la presencia de sólidos geométricos en nuestro entorno próximo.

La geometría tiene importantes aplicaciones en los problemas de la vida real por ejemplo, está relacionada con problemas de medidas que a diario nos ocupan, como son: calcular el volumen de un cuerpo; leer mapas y planos; dibujar o construir un techo con una determinada inclinación. La geometría da oportunidades para

observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir (Castellanos Espinal, 2010).

Pero lo más importante es la aplicación que damos hoy día a la geometría, presente sobre todo en muchos campos del diseño (arquitectura, mobiliario, decoración, moda, diseño gráfico, industrial...) y por ello también presente en objetos que usamos en nuestra vida cotidiana y que se pueden detectar a simple vista a nuestro alrededor (Domínguez Hernández & Gutiérrez Melero).

La Geometría es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Sin embargo, no le brindamos importancia a aquellos aspectos sintéticos o visuales que pueden ayudar a construir, entender o consolidar conceptos, ejercitar y reforzar procedimientos e incidir en las actitudes para mejorar el desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la geometría del espacio, en las diversas facetas de la vida (Cañadas Santiago, y otros, 2009).

El “lenguaje” geométrico tiene su origen en nuestra realidad, con la necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio. La actividad geométrica se ocupa de estructurar el mundo de entidades geométricas creadas y de deducir las consecuencias lógicas que encontramos en nuestro alrededor.

La Geometría estudia la forma de figuras y cuerpos geométricos ideales de que, en la vida cotidiana, encontramos modelos y ejemplificaciones físicas, siendo muchas y variadas las aplicaciones de esta parte de las matemáticas.

El ser humano refleja en su quehacer diario y en sus obras de arte esas imágenes ideales que obtiene de la observación de la naturaleza: realiza objetos de cerámica, dibujos, edificios y los más diversos utensilios proyectando en ellos las

figuras geométricas que ha perfeccionado en la mente. El entorno artístico y arquitectónico ha sido un importante factor de desarrollo de la geometría. Así, desde la construcción de viviendas o monumentos funerarios, hasta la de templos de los más diversos estilos han impulsado constantemente el descubrimiento de nuevas formas y propiedades geométricas.

También se encuentra la geometría en los juegos: billar, parchís, ajedrez, la rayuela, el juego de los barcos, así como multitud de juegos de ordenador. El mundo de los deportes está repleto de figuras geométricas: fútbol, baloncesto, tenis, rugby, béisbol, etc.

El arte de los recubrimientos, o teselaciones, del plano mediante figuras poligonales tiene una historia tan antigua como la propia civilización. Diversos e imaginativos patrones han decorado las construcciones y objetos más diversos (muros, alfombras, ventanales, etc.). En tiempos recientes el interés por las teselaciones ha ido más allá de su interés puramente decorativo, entrando en la disposición y composición que dan forma a las construcciones y a los objetos.

En arquitectura interesa conocer cómo se pueden combinar componentes estructurales simples para crear complejos constructivos más grandes, y los fabricantes de ordenadores esperan poder integrar los patrones de circuitos electrónicos simples para formar potentes procesadores, como son las redes neuronales. El análisis matemático de los patrones de recubrimientos es una respuesta a estas necesidades contemporáneas.

El espacio del que se ocupa la geometría debe ser distinguido del espacio de nuestras sensaciones y representaciones materiales para poder entender las diversas geometrías, su razón de ser y utilidad (Diaz Godino & Ruiz, 2004).

2.3 La geometría del espacio

El hombre movido por la necesidad de poder determinar cantidades, medidas, para poder negociar, para poder estudiar su entorno invento y aprendió a utilizar los números. Quiso hacer cálculos y fue ahí que originó las operaciones, descubrió las relaciones y las propiedades numéricas; observó la naturaleza y fue ideando los conceptos de formas, líneas, cuerpos, dando origen a aquella parte de las matemáticas que ahora llamamos geometría.

La vida real y cotidiana en la cual todos estamos inmersos exige el estudio y el conocimiento de los cuerpos tridimensionales que a diario utilizamos, en los cuales vivimos, nos desplazamos y realizamos nuestras actividades. Los edificios, los coches, una pelota, una caja de zapatos, una botella, ocupan un lugar en el espacio y a este le llamamos extensión. El hombre ha empezado a investigar las características, a describir y resolver los problemas de estos cuerpos, para responder a interrogantes como ¿qué posición ocupa en el espacio? ¿Qué porción de espacio ocupa? ¿Cómo se puede medir? Desarrollando así la geometría del espacio.

La geometría del espacio estudia las propiedades de las figuras cuyos puntos pertenecen a diferentes planos, es decir pertenecen al espacio tridimensional, y se basa en los conceptos expuestos en la geometría plana con las connotaciones que corresponden al espacio (MejíaTamayo, 2013).

2.4 Los sólidos geométricos

Del espacio que nos rodea, ilimitado en todas las direcciones, contienen todas las cosas que podemos ver, usar, estudiar, etc., abstraemos la idea de “espacio geométrico”. En este se pueden imaginar infinitos planos distintos, en cada plano infinitas rectas y en cada recta infinitos puntos (Roanes Macias, 1980).

Todos los cuerpos que ocupan un espacio pueden medirse en tres diferentes direcciones ortogonales entre ellas que llamamos longitud, anchura y altura, estas constituyen las dimensiones (Íñiguez Estremiana & Blanco Rodríguez, 1998).

Los cuerpos geométricos son todos los objetos tridimensionales que ocupan una porción del espacio, delimitados por superficies que pueden ser planas o curvas.

La unión de todos los puntos de una superficie cerrada y todos los puntos que están en su interior forma parte de una figura espacial llamada “sólido”. Así que se pueden diferenciar una infinidad de cuerpos geométricos según sus características: el número y la forma de las superficies que los limitan. Una primera clasificación se puede efectuar en base a la forma de la superficie que los delimita: sólidos convexos y cóncavos. Un cuerpo geométrico se clasifica como convexo si está delimitado por una superficie convexa. Una superficie cerrada es convexa si el segmento que une cualquier par de puntos de la superficie está contenido en el interior de dicha superficie. Al contrario se clasifican como sólidos cóncavos aquellos que son limitados por superficies cóncavas. Una superficie es cóncava si existe un segmento que une dos de sus puntos que no está contenido en el espacio interno a la superficie (Díaz Godino & Ruiz, 2004).

2.5 Los poliedros

Otra gran distinción adentro de la familia de los sólidos, basada en la forma de la superficie que limita los sólidos, es entre los poliedros y los que no lo son.

Los poliedros son todos aquellos cuerpos geométricos que están limitados exclusivamente por polígonos. Sus caras son superficies planas que se unen en segmentos llamados aristas. El poliedro más sencillo es el tetraedro, un sólido delimitado por cuatro caras todas de forma triangular. Por la forma de sus caras y por

la disposición de las mismas clasificamos los poliedros en prismas y pirámides. Los prismas son poliedros que tienen dos caras poligonales congruentes y paralelas entre sí. Estos polígonos son llamados bases del prisma. Todas las demás superficies poligonales que limitan el prisma tienen forma de paralelogramos y se llaman caras laterales (MejíaTamayo, 2013).

Los elementos que caracterizan el prisma, a parte de las dos bases y de las caras laterales, son sus aristas, segmentos de unión entre dos caras, los vértices, que son los puntos de unión entre tres caras y la altura del prisma, que es la distancia entre las dos bases. En todo prisma el número de caras laterales es igual al número de lados del polígono que forma la base.

En base a la forma de las bases, al número y a la forma de sus caras laterales, los prismas son clasificados de distintas maneras. Si todas las aristas son perpendiculares a la base, entonces las caras laterales del poliedro serán todos rectángulos y el prisma se clasificará como prisma recto. De otro modo las caras laterales serán paralelogramos y el prisma se clasificará como prisma oblicuo. También se clasifican los prismas en base al polígono que forma las bases. Si la base es un pentágono, el poliedro se clasifica como prisma pentagonal, si la base es un hexágono entonces será prisma hexagonal, etc. (Coveña & Silva).

Si el prisma es recto y su base es cuadrada o rectangular entonces esto toma el nombre de paralelepípedo y sus caras son congruentes y paralelas de dos en dos.

Otra familia de poliedros importantes es la de las pirámides. Estas tienen por base un polígono cualquiera mientras sus caras laterales son todas de forma triangular y concurren todas en un punto común llamado vértice de la pirámide. Una pirámide regular es aquella cuya base es un polígono regular y cuyas aristas laterales

son iguales. La altura de una pirámide regular une el vértice con el centro de la base(Primo Martínez, y otros, 1995).

Los elementos que caracterizan a la pirámide, a parte de su base y de su vértice, son las caras laterales que son triángulos; la base puede ser cualquier polígono, el número de caras laterales es igual al número de lados de la base y la altura de la pirámide es la distancia entre la base y el vértice. Las pirámides pueden ser triangulares, cuadrangulares, pentagonales, el nombre depende del polígono de la base(Coveña & Silva).

Si cortamos la pirámide con un plano paralelo a la base, obtenemos un nuevo sólido cuyas caras laterales tienen forma de cuadriláteros, y sus bases, son polígonos semejantes. Este sólido se llama tronco de pirámide.

El tronco de pirámide es aquella parte que no contiene el vértice, en la que queda dividida una pirámide seccionada por un plano paralelo a la base y no pasante por el mismo. La base de la pirámide y el polígono que queda individuado por la sección se llama base del tronco de pirámide. Las caras laterales del tronco de pirámide son trapecios isósceles (Roanes Macias, 1980, pág. 513).

2.6 Los sólidos de rotación

Entre los cuerpos geométricos que no son poliedros resaltan los sólidos de rotación, los cuales se caracterizan por ser el resultado de la rotación de una figura plana entorno a un eje. Se denominan sólidos de rotación a los sólidos generados de una rotación completa de 360° de una figura plana alrededor de una recta. Los sólidos de rotación más comunes son: el cilindro, el cono y la esfera.

El cilindro se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados y es un sólido que tiene dos bases circulares, congruentes y paralelas mientras la superficie lateral es curva.

Otro de los sólidos que es fruto de una rotación es el cono. Este se obtiene al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. En el cono hay sólo una base, un círculo de radio igual al cateto que no representa el eje de rotación, y la generatriz no es congruente a la altura.

Un tronco de cono es la porción de cono comprendida entre la base y la sección transversal determinada por un plano paralelo a la base. El tronco de cono también se genera haciendo girar un trapecio rectángulo alrededor de su altura (MejíaTamayo, 2013).

La esfera es el sólido geométrico formado por la rotación de un círculo alrededor de su diámetro. También se considera como el cuerpo generado por un semicírculo al girar una revolución completa alrededor de su diámetro.

Si se traza el radio perpendicular a un círculo menor, este radio pasa por el centro de dicho círculo. La superficie esférica es el lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de un punto interior llamado centro; esta distancia se denomina radio (MejíaTamayo).

“Los puntos que distan del centro menos que el radio se llaman interiores a la superficie esférica, y los que distan más que el radio se llaman exteriores. Todos los puntos interiores de la superficie esférica forman el cuerpo llamado esfera. Toda recta que pasa por el centro de la esfera es un eje de revolución de la superficie esférica” (Frías Ruiz, Paz Fernández, Del Río García, & Vidal Silva, 1995, pág. 73).

2.7 Geometría y arquitectura

En las construcciones arquitectónicas existen muchas formas geométricas que nos hacen entender que la arquitectura está amarrada a la geometría, sin embargo, la geometría y la arquitectura son creaciones humanas distintas. La geometría, que es parte de las matemáticas, se ocupa en efecto del espacio abstracto, mientras que la arquitectura, que es técnica y arte, se ocupa del espacio concreto, del espacio en relación al hombre, a su presencia como observador, a su dimensión como beneficiario de ella. La arquitectura no puede expresarse ni comunicarse más que con medios gráficos y éstos tienen gran importancia porque, convenientemente elegidos y usados con destreza, pueden efectivamente representar y simular la deseada realidad.

La geometría es un medio para representar aquello que se está creando o diseñando, y que además está presente en el propio resultado, en la obra arquitectónica. Desde la planta de un edificio hasta su fachada tienen formas geométricas muy variadas. Por ejemplo en algunos edificios juegan un papel importante los elementos visibles en su fachada, como son las verticales u horizontales según sus formas y su agrupamiento (Domínguez Hernández & Gutiérrez Melero).

Así la geometría representa una herramienta de primordial importancia para la arquitectura. Los arquitectos utilizan muchas formas geométricas en la realización de diversas obras. Construyen nuevas formas, diseñan nuevos espacios combinando un sinnúmero de elementos geométricos bi y tridimensionales (Frías Ruiz, Paz Fernández, Del Río García, & Vidal Silva, 1995).

El arquitecto no se limitará a aceptar conceptos geométricos teóricos, por el contrario realizará una labor experimentadora combinando y fusionando formas y cuerpos que le ofrecerá el desarrollo de posibilidades creativas y le permitirá obtener

estructuras armoniosas, funcionales y hasta formas nuevas y atrevidas (Alsina i Català, 2005).

A través de los siglos, la arquitectura ha ido evolucionando y transformándose gracias al apoyo de diversas ramas de la tecnología y el desarrollo de materiales que permiten crear formas cada vez más fantásticas. La arquitectura clásica se basaba en cuerpos geométricos simples como la pirámide, el paralelepípedo y el cilindro; todos al aproximarnos a la definición de pirámide pensamos a las majestuosas pirámides de Egipto; de igual manera, al definir un paralelepípedo hacemos uso del aula en la cual estamos llevando a cabo la explicación. Estos son ejemplos evidentes de como la visualización de elementos arquitectónicos puedan ser herramientas para la comprensión y el aprendizaje de conceptos geométricos (MejíaTamayo, 2013, pág. 386).

El arquitecto para comunicar sus ideas y para representar las formas que diseña se sirve de una herramienta importante que es el dibujo. Las diferentes representaciones gráficas de cuerpos geométricos, por medio de las diferentes técnicas, resultan ser un instrumento útil para la comprensión y la concreción de los conceptos geométricos.

2.8 Geometría y dibujo técnico

La geometría del espacio es una rama fundamental de las matemáticas cuyo objetivo primordial es el conocimiento y la representación de los cuerpos geométricos en el espacio tridimensional. Por ello, la geometría está estrictamente relacionada con el diseño y la arquitectura y estos a la vez son vehículos de su aprendizaje. La geometría es un instrumento necesario para el diseño de las figuras geométricas en el plano y en el espacio. Las vistas, las medidas y proporciones, las

simetrías y modularidades, los movimientos y transformaciones son contenidos propios de la geometría e instrumentos necesarios para el dibujo técnico (Alsina i Català, 2005).

Para Asiain Azcona, el dibujo técnico es una parte del arte que permite al hombre ver y expresar el mundo a través de las formas. Gracias a esta función comunicativa podemos transmitir, interpretar y comprender ideas o proyectos de manera objetiva y unívoca. Por tanto, se hace indispensable como medio de comunicación en cualquier proceso de investigación o proyecto tecnológico.

Esta parte del arte surge como un medio de expresión y comunicación indispensable, tanto para el desarrollo de los procesos de investigación sobre las formas y diseños, como para la comprensión gráfica de bocetos y proyectos tecnológicos, cuyo último fin es la creación de productos que pueden tener un valor utilitario y la comprensión e interpretación de aplicaciones técnico-prácticas (Asiain Azcona, 2012).

El dibujo técnico forma parte del lenguaje que utilizan los arquitectos al diseñar casas, edificios privados o públicos; del lenguaje de los ingenieros, para diseñar las autovías, puentes, túneles por los que circulamos y nos desplazamos más rápidamente; del lenguaje los que diseñan teléfonos móviles, calculadoras, cámaras digitales, que utilizamos todos los días sin fijarnos lo complejos que son, ni las horas de trabajo, esfuerzos e inteligencia que han costado diseñarlos.

Por lo tanto, el dibujo técnico como medio de expresión y comunicación resulta ser una herramienta particularmente útil para los estudiantes de hoy, para que todos y todas logren adquirir habilidades expresivas, en el arte, la ciencia, la tecnología y la productividad.

El dibujo técnico permite el desarrollo y la práctica de los conceptos geométricos a partir de las primeras construcciones: las líneas paralelas y perpendiculares, los ángulos, las figuras bidimensionales hasta las más complejas representaciones de las formas geométricas tridimensionales.

Los laboratorios matemáticos que incluyen el dibujo técnico como vehículo para el aprendizaje geométrico, producen escenarios de aprendizaje experimental, en los cuales el estudiante es protagonista de su aprendizaje.

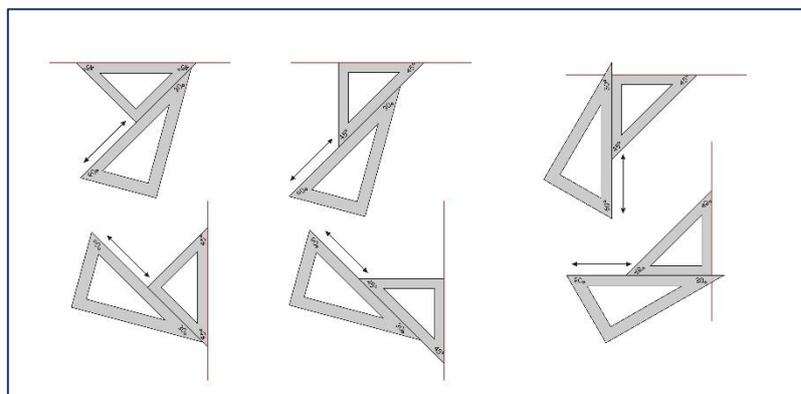


Fig. 1: Trazo de líneas paralelas y perpendiculares con el uso de las escuadras

Con el uso de las escuadras, por ejemplo, el estudiante aplica las definiciones de paralelismo y perpendicularidad al trazar en cartabón las primeras líneas. Esta experimentación le permite concretar un concepto abstracto y aplicar las propiedades de los ángulos formados por un haz de rectas paralelas cortado por una secante. Las ideas geométricas de esta manera serán manipuladas y asimiladas por los estudiantes en un proceso que las llevará a un aprendizaje significativo.

Otro ejemplo significativo de un escenario de aprendizaje generado a través del dibujo técnico es la representación gráfica de un ángulo. Siempre con el uso de un juego de escuadras el estudiante aprende a componer y descomponer ángulos de distintas medidas. De esta forma el estudiante experimenta la adición y la sustracción de ángulos, la idea de ángulos adyacentes etc.

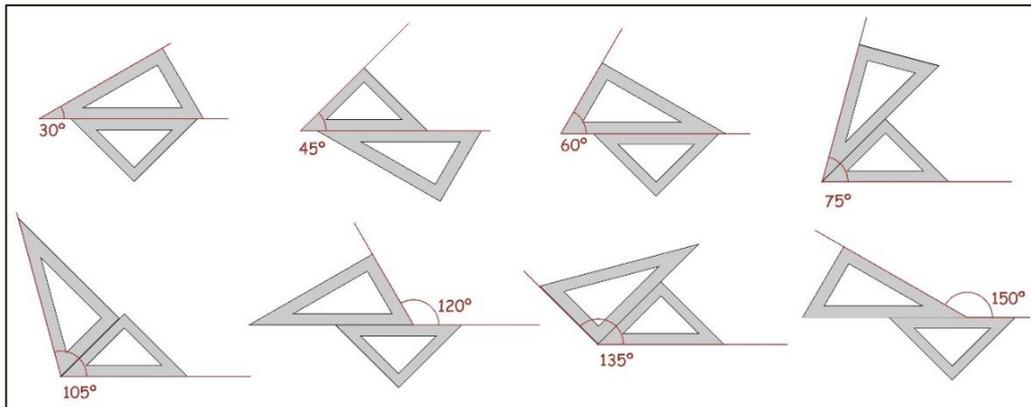


Fig. 2: Trazo de ángulos de distintas medidas con el uso de las escuadras

Por medio del uso del compás, construyendo gráficamente los polígonos regulares, el estudiante, explora y pone en prácticas las características y propiedades de estas figuras geométricas, la igualdad de sus lados, los ejes de simetría, las medidas de sus ángulos etc.

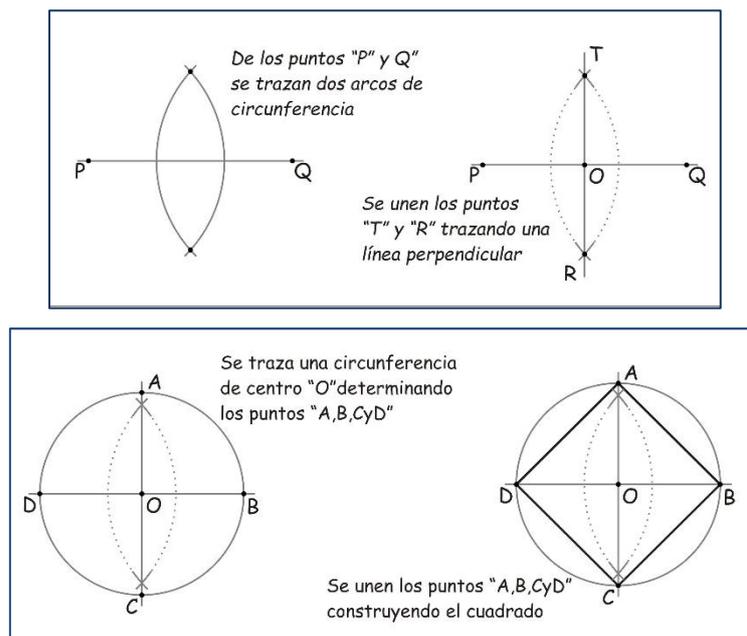


Fig. 3: Construcción del cuadrado con el uso del compás y de la escuadra.

Con las diferentes representaciones gráficas, axonometrías, proyecciones el estudiante experimenta, describe las propiedades de los sólidos geométricos, su desarrollo, las superficies que los delimitan y el espacio que estos ocupan.

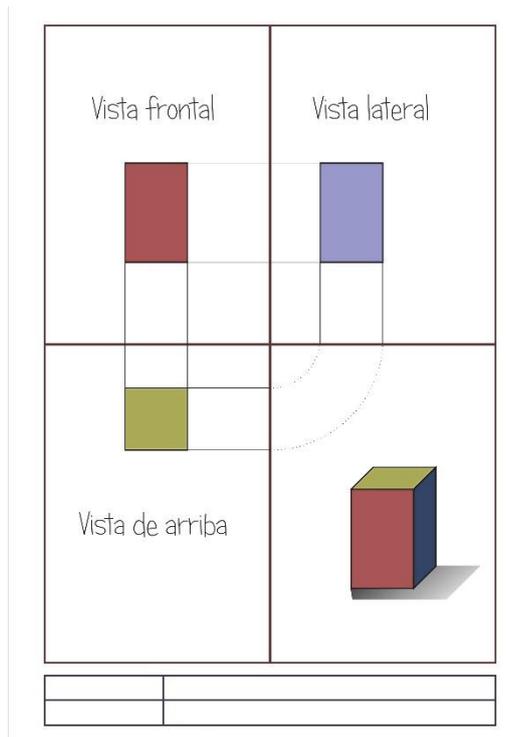


Fig. 4: *Tabla de dibujo técnico “El paralelepípedo”*

Así el dibujo técnico realizado con escuadra, cartabón, compas y otros instrumentos semejantes permite desarrollar escenarios de aprendizajes importantes que favorecen la habilidad imaginativa del estudiante frente a su entorno y a la naturaleza, su capacidad de representar y comunicar sus ideas y por fin favorecen un aprendizaje significativo de los conceptos de la geometría del espacio (Sánchez Cerezo, 1996).

2.9 El aprendizaje de la geometría del espacio

2.9.1 El aprendizaje geométrico

La principal finalidad de la enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio es conectar a los estudiantes con el mundo en el que se mueven, pues el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan muy útiles en el desarrollo de la vida cotidiana. El estudiante necesita seguir verificando mediante la manipulación de objetos reales, pues esto influye en el desarrollo posterior de las

capacidades matemáticas necesarias como la abstracción; que le permitirá desarrollar su adaptación al medio ambiente, es decir, dar oportunidades para que el estudiante explore el espacio tridimensional y por otra parte, la de preparar al estudiante para el aprendizaje en niveles posteriores.

En la enseñanza-aprendizaje de la geometría de tendencia tradicional, en la que ya hemos dicho no se suele emplear materiales o recursos distintos al libro de texto, las imágenes juegan un papel muy importante en su enseñanza.

La enseñanza de la geometría tiene que ser desarrollada mediante una metodología dinámica, para que, en los estudiantes, se manifieste un interés hacia esta materia, sus contenidos y su utilidad, finalmente, para que la geometría les resulte una materia atrayente y motivadora.

Esta dinámica se puede registrar en el lema “aprender haciendo”; es decir, el estudiante participa activamente en la construcción de su propio conocimiento. Las tareas se proponen de forma que los estudiantes aprendan mediante los sentidos de la vista y el tacto, la interrelación entre ellos y la interiorización.

En el proceso de aprendizaje geométrico destaca por su importancia la resolución de problemas, sobre todo de aquellos problemas que pueden ser relacionados con situaciones reales, experiencias próximas a la vida de los estudiantes y que pueden favorecer una contextualización de los saberes geométricos. La resolución de problemas además impulsa al estudiante a buscar estrategias para resolverlos, relacionando todos sus conocimientos, motivan a los estudiantes a buscar soluciones y le dan la posibilidad de juzgar si estas son realísticas o no a través de sus experiencias y conocimientos. Esto es coherente con un aprendizaje significativo.

Para los autores Fernández y Balletbo, existen tres etapas fundamentales para la resolución de problemas geométricos:

- Relacionar el problema con el entorno real. La primera, etapa motivadora de experimentación, se realiza después de hacer una lectura atenta del enunciado para saber que tenemos que hacer. En esta el estudiante debe realizar diferentes pruebas o ensayos relacionando el problema con el entorno real para una mejor comprensión del problema.

- Buscar estrategias. Esta es la etapa en que propiamente el estudiante resuelve el problema después de haberlo comprendido y contextualizado; el estudiante conoce cuál es el problema que se plantea, busca y aplica estrategias para resolverlo. Esta segunda etapa se concluye cuando el estudiante realiza varias reflexiones para comprobar que la solución hallada es acorde con los datos del problema. Esta etapa se caracteriza por ser de comprensión, el estudiante reflexiona e interioriza para lograr que los aprendizajes sean lo más significativos posibles. En esta etapa es necesaria la capacidad de relacionar el problema con otros conocidos y resueltos, poder comparar los datos conocidos y las incógnitas y sobre todo es necesario desarrollar la capacidad de representar gráficamente el problema.

- Profundizar y comprobar los conocimientos. Resuelto el problema hay que profundizar y comprobar los conocimientos aprendidos, realizando otros ejercicios y problemas del entorno real como refuerzos y en los que también puedan surgir nuevos conceptos (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014).

2.10 El aprendizaje de los sólidos geométricos

La enseñanza de los sólidos geométricos se desarrolla de dos maneras: lógica-racional, la cual define a la geometría como una teoría axiomática que se desarrolla bajo leyes rigurosas de razonamiento deductivo; o la más intuitiva y experimental, basada en la búsqueda, descubrimiento y comprensión por parte del sujeto que aprende de los conceptos y propiedades geométricas en función de explicarse aspectos del mundo en que vive. La más cercana a las posibilidades y necesidades cognitivas de los estudiantes de la Educación Secundaria es la segunda.

Asimismo el docente debe saber que su meta en este nivel es crear las condiciones para que el estudiante pueda avanzar, en los estudios (Sgreccia & Villarroel, 2011).

Para Méndez Valentín, existen cinco niveles de Van Hiele que son fundamentales para el aprendizaje de los sólidos geométricos:

- Reconocimiento o visualización: el estudiante reconoce las figuras geométricas y opera con ellas basándose en su forma global, sin distinguir sus partes y componentes. Para identificar las figuras hace referencia a prototipos visuales, de hecho utiliza expresiones del tipo "se parece a", "tiene la forma de", "es cómo", etc. Para describir una figura se vale de propiedades imprecisas que son más bien atributos físicos o visuales insignificantes, por lo que no puede hacer generalizaciones sobre sus formas. Es capaz de reproducir una figura geométrica a partir de un modelo y de aprender un vocabulario geométrico, aunque no a usarlo apropiadamente.
- Análisis; el estudiante distingue las partes y componentes de las figuras, así como sus propiedades particulares, que es capaz de enunciar utilizando un vocabulario apropiado. Sin embargo solo las percibe de forma aislada, no siendo

capaz aún de deducir una propiedad de otra ni de establecer relaciones entre ellas, por lo que no llega a hacer clasificaciones lógicas de figuras, ni a admitir la inclusión de clases entre diversas familias de figuras. Para definir una figura y compararla con otra lo hace a partir de las propiedades que la identifican, rechazando las definiciones formalmente establecidas, pues no comprende todavía la misión ni la necesidad de las mismas. Tampoco puede llegar a comprender en este nivel el significado de una demostración matemática.

- Clasificación o nivel de ordenación o de deducción informal; el estudiante sabe razonar siguiendo un sistema lógico deductivo, comprende los pasos de un razonamiento formal pero no entiende su estructura, no siendo capaz de hacer por sí mismo una demostración distinta de la que ha visto; de hecho utiliza las figuras no como medio sino como forma de demostración o de comprobación de una propiedad. Aunque ya es capaz de reconocer como se llegan a deducir unas propiedades de otras y a seguir tales deducciones, no comprende el significado de las mismas ni de los axiomas. Sin embargo utiliza tales propiedades para determinar las figuras y clasificarlas en familias y clases. Puede dar definiciones concretas de las figuras, comprendiendo el sentido de una definición y su necesidad, y aceptando formas equivalentes de la misma.

- Deducción formal: el estudiante ya entiende las estructuras de las demostraciones y puede desarrollarlas de distintas maneras y contrastarlas, e incluso demostrar la equivalencia de definiciones distintas de un mismo concepto, pero aún no llega a reconocer la necesidad del rigor en los razonamientos. Es capaz de comprender las estructuras axiomáticas, aunque no

profundiza el estudio de los distintos sistemas de axiomas ni los compara entre sí.

- **Rigor:** el estudiante es capaz de razonar formalmente y analizar el grado de rigor de distintos sistemas deductivos. Llega a aceptar la existencia de diferentes sistemas axiomáticos, profundizando su análisis y comparándolos entre sí. Es el máximo nivel de rigor matemático, cuyo alto grado de abstracción permite estudiar geometría sin utilizar modelos de referencia.

Estos cinco niveles, en su conjunto, tienen la cualidad de estar organizados jerárquicamente, de forma tal que sin ser compatibles tampoco son independientes, y consecuentemente cada uno de ellos se apoya en el anterior. Así pues, para adquirir un nivel de razonamiento es necesario haber conseguido antes el nivel precedente (Méndez Valentín, 1996).

2.11 Presencia de la geometría del espacio en el currículo

Los principales propósitos que define el Diseño Curricular Nacional, en el campo matemático es el desarrollo del pensamiento y de la cultura científica para comprender y actuar en el mundo que nos rodea. Una de las finalidades de la educación, quizás la más evidente, es la de lograr que los estudiantes desarrollen la capacidad de saber actuar en un contexto particular, en función de un objetivo, y desarrollen la capacidad de dar solución a un problema que se les presente. Es decir que entre los fines de la educación resalta el reto que los adolescentes puedan realizar sus potencialidades como personas y aportar al desarrollo social. Es en este marco el Ministerio de Educación, como una de sus políticas priorizadas, busca asegurar que todos y todas logren aprendizajes de calidad con énfasis en comunicación, matemática, ciudadanía, ciencia, tecnología y productividad.

En este sentido observamos que el Diseño Curricular Nacional en el área de las matemáticas se orienta hacia el razonamiento lógico del estudiante que se va edificando en cada nivel o escala educativa, con la finalidad de que pueda razonar y resolver problemas de su contexto. El Proyecto Educativo Nacional establece la necesidad de transformar las instituciones de Educación Básica de manera tal que asegure una educación pertinente y de calidad; los especialistas del Ministerio de Educación producen cada año nuevos documentos y nuevas herramientas para los docentes. Estos nuevos documentos, como las “Rutas del aprendizaje” seleccionan y ponen en acción las diversas capacidades y recursos del entorno vivencial de los estudiantes (Chang Escobedo, 2009).

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades en su relación con la vida cotidiana, es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas.

En las “Rutas del aprendizaje” se formulan cuatro competencias matemáticas a partir de distintas situaciones que provienen del entorno inmediato o de experiencias cercanas y cotidianas a la vida de los estudiantes:

- **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.** Esta primera competencia implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a resolver problemas sobre números enteros, múltiplos y divisores, proporcionalidad directa e indirecta, fracciones y decimales en diferentes contextos, máximo común múltiplo y mínimo común divisor. Implica también que los estudiantes expresen formas de razonamiento

basadas en argumentar sobre experiencias con las variaciones porcentuales, los incrementos bajo condiciones de razón proporcional, regularidades relacionadas a exponentes positivos, así como las propiedades de las cuatro operaciones con fracciones y decimales.

- **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.** Esta competencia implica explorar el entorno y reconocer en él problemas referidos a situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en los diferentes campos del arte, de la economía, de la física y de la biología. Estos campos permiten abordar la matemática mediante las transformaciones geométricas, las progresiones aritméticas y geométricas, las ecuaciones e inecuaciones lineales con una incógnita, y funciones lineales. Implica también que los estudiantes expresen formas de razonamiento basados en argumentar experiencias para generalizar expresiones basadas en la progresión aritmética y geométrica, la igualdad y desigualdad, así como en las funciones.

- **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma y movimiento.** Esta competencia implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a resolver problemas referidos a prismas, cilindros, polígonos, triángulos y cuadriláteros, así como la ubicación y medida de cuerpos en el plano. Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos de tal forma que caracteriza los atributos de forma, localización y medida de formas bi y tridimensionales.

- **Actúa y piensa matemáticamente en situaciones que requieren gestionar datos.** Esta implica que los estudiantes tengan la oportunidad de cuestionar su entorno, plantearse preguntas sobre su escuela, localidad y comunidad, de tal forma que puedan recoger, organizar y presentar datos relevantes que faciliten reconocer diferentes clases de estudio estadístico, así como, reconocer los tipos de inferencias incluyendo el papel que desempeña la población y muestra, lo muestral y lo aleatorio en encuestas y experimentos, comprendiendo el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, interpretando gráficos estadísticos basados en tablas de frecuencia para datos agrupados y no agrupados.

Por cada una de las competencias así planteadas, las “Rutas del aprendizaje” consideran seis capacidades matemáticas que permiten hacer más visible el desarrollo de la competencia matemática y trabajarla de forma integral:

- Matematiza situaciones
- Comunica
- Representa
- Elabora diversas estrategias para resolver problemas
- Utiliza expresiones simbólicas técnicas y formales
- Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Para poder trabajar más fácilmente estas seis capacidades se han agrupado en cuatro bloques.



Fig. 5: *Modificada de “Rutas del aprendizaje”, Fascículo 1, Ministerio de Educación 2013*

Uno de los principales cambios en los currículos actuales de las Matemáticas ha sido precisamente la recuperación de la geometría, no en el sentido tradicional como materia de contenidos, sino como disciplina mediante la que podemos conseguir un mejor conocimiento del espacio, a través de modelos y situaciones problemáticas, útiles en otros contextos o contenidos matemáticos. Con este nuevo enfoque de la enseñanza de la geometría se podrá conseguir que se contextualicen los contenidos curriculares con modelos, situaciones significativas y problemas cotidianos, y se apliquen los conocimientos adquiridos en esta asignatura para su solución (Barrantes López, Balletbo Fernández, & Fernández Leno, 2014).

Analizando en específico la presencia de la geometría del espacio en el currículo, este contenido se encuentra como componente importante de la tercera competencia matemática “Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma y movimiento”.

Las Rutas del aprendizaje, fascículo 1 “¿Qué y cómo aprenden nuestros adolescentes?”, correspondiente al ciclo VII tercero, cuarto y quinto grado de Educación Secundaria, prevé un estándar de aprendizaje que los alumnos deben lograr al concluir esta etapa de la EBR.

“Desarrollar esta competencia en situaciones de forma, movimiento y localización en el VII ciclo implica que los estudiantes desarrollen y tengan experiencias matemáticas mediante la exploración de su entorno y el uso de propiedades geométricas ya conocidas; esto le permitirá reconocer y vincular más propiedades de los objetos geométricos, descubrir las relaciones trigonométricas, líneas y puntos notables en figuras conocidas, lo que proporcionará recursos adicionales para resolver problemas.

Elaborar y analizar mapas y planos a escala, pensar en cómo se forman los puntos de referencia, las líneas o ángulos sobre una superficie y trabajar sobre la orientación en un sistema rectangular de coordenadas proporciona oportunidades para pensar y razonar acerca del espacio tridimensional en la representación bidimensional. En ese sentido se promueven contextos de visualización y se desarrollan formas de actuación respecto a modelos físicos, dibujos y tramas” (Collanqui Díaz, Zelarayan Aduato, Díaz Mguiña, Monteza Ahumada, & Rodríguez Cabezudo, 2015, pág. 50).

Estos estándares, para la geometría del espacio, se concretizan en las siguientes habilidades:

- Relacionar elementos y propiedades de cuerpos geométricos a partir de una fuente de información, y los expresarlos en modelos basados en prismas y cuerpos de revolución.
- Organizar datos de medidas en situaciones y los expresarlos por medio de un plano, mapa o dibujo en escala.
- Selecciona información para organizar y propiedades geométricas al expresar modelos que combinan transformaciones geométricas.
- Describir y relacionar variados desarrollos de un mismo prisma o cuerpo de revolución.
- Expresar de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución.

- Hallar el área y volumen de prismas y cuerpos de revolución empleando unidades convencionales o descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.
- Plantea conjeturas respecto a la variación del área y volumen en prismas y cuerpos de revolución.
- Justificar las propiedades y clasificación de prismas y pirámides según sus atributos de forma.

2.12 Dificultades y errores

Los errores más comunes que se cometen dentro del aprendizaje de la geometría es la falta de materiales didácticos para apoyar a los docentes en la enseñanza de dicha materia.

Los errores que cometen los docentes son varios. El *primer* problema importante que debemos tener en cuenta en la enseñanza-aprendizaje de la geometría del espacio son las definiciones de los conceptos, porque los docentes siguen utilizando la enseñanza de la memorización con los estudiantes; a consecuencia de esto se forman estudiantes que conocen los conceptos geométricos de forma teórica pero no en la práctica, incapaces de afrontar los problemas geométricos que se les plantean en la vida cotidiana. El *segundo* problema es que no se imparte toda la geometría porque se priorizan otros contenidos y no queda tiempo; otros docentes admiten no impartirla por no dominarla, o no disponer de materiales. El *tercer* error que se ve sobre la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas es la utilización exclusiva de los libros de texto y la no utilización de otros recursos o materiales que amplíen el esquema conceptual del estudiante.

Un *cuarto* error, y el más frecuente que comete el docente al explicar sobre los cuerpos sólidos, es considerar solamente aquellos que tienen un nombre común y dejar de lado la nomenclatura de los sólidos que tienen más de diez lados.

Otro de los obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje sobre los razonamientos geométricos es que los docentes no desarrollan bien este concepto, esto hace que los estudiantes desarrollen esquemas conceptuales incompletos o mal contruidos sobre los conceptos, propiedades y clasificación de las figuras geométricas tanto planas como espaciales (Soto Varela).

Los errores que se ven en los estudiantes son también importantes para analizarse.

En un primer plano se evidencia la falta de criterios claros sobre la clasificación de las figuras planas, esto hace que los estudiantes manifiesten serias dificultades en la clasificación de los sólidos.

El *segundo* problema que se plantea desde la Primaria y que los estudiantes arrastran hasta la universidad, en particular los estudiantes para maestros, es la clasificación de las formas planas, tanto de triángulos como de cuadriláteros.

Seguidamente, el *tercer* problema que se ve en los estudiantes, es que sus errores no evolucionan ni son corregidos durante los distintos niveles educativos. Estos errores suelen perdurar durante toda su formación académica.

El cuarto error común en los estudiantes, es que suelen considerar que la base es la cara en la que apoyan los objetos o que la base no es una cara, sobre todo en figuras como los prismas y las pirámides donde sólo consideran las laterales como caras de las figuras.

Así mismo existen un último error que se pone en evidencia en los docentes, es que tienen que preocuparse por comprender y reflexionar sobre las necesidades y carencias de los estudiantes, para que no exista tanta falta de materiales didácticos, falta de uso de un lenguaje claro, de las definiciones de los elementos y de la clasificación de la geometría del espacio.

El maestro debe tomar conciencia de su actividad docente e ir más allá de una simple transmisión de conocimientos para buscar o diseñar situaciones que propicien el aprendizaje de la geometría, despertar el interés y necesidades en el estudiante.

2.13 Aprendizaje de los sólidos geométricos a través del dibujo técnico con el uso de las nuevas tecnologías

El dibujo técnico y el uso de recursos de la geometría interactiva favorecen, a través de la visualización y de la posibilidad de realizar transformaciones y movimientos a los cuerpos geométricos, la adquisición de orientación y visualización espacial de los objetos, capacidad que, además de ser incluida en los currículos, es también una herramienta necesaria en una multitud de situaciones reales.

Por ejemplo, en los principios y estándares del “*National Council of Teachers of Mathematics*” se indican entre los objetivos el desarrollo del sentido espacial y el reconocimiento de la geometría como un medio para describir y modelizar el mundo físico (N.C.T.M., 2000).

De forma general consideramos la visualización y la orientación espacial como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial. Visualizar y orientar un objeto, un sujeto o un espacio, no incluye únicamente la habilidad de “ver” los objetos y los espacios, sino también la habilidad de reflexionar

sobre ellos, sus características y propiedades, las relaciones entre sus partes, su estructura y sus posibles representaciones. Observamos que la interpretación y la comunicación de la información de manera figural con descripciones gráficas es una herramienta importante para la exploración de la geometría tridimensional (Gonzato, Fernández Blanco, & Díaz Godino, 2011).

A partir de las distintas formas de representación gráfica de los objetos tridimensionales disciplinados en las reglas del dibujo técnico, se pueden enfrentar muchas tareas didácticas para explorar las relaciones y características de los sólidos geométricos. Por ejemplo se pueden relacionar los tres niveles de concepción de los cuerpos geométricos, el objeto real o su modelo físico o virtual, la representación gráfica en dos dimensiones y la idea abstracta de cuerpo con sus características y propiedades. A partir del modelo físico, o presentado en perspectiva en el ordenador con la posibilidad de girarlo libremente, puede dibujar diferentes tipos de sus representaciones planas, ya sea la representación por plantas, las vistas ortogonales o la proyección isométrica. Al contrario, a partir de una representación en dos dimensiones de un cuerpo geométrico el estudiante tiene la posibilidad de construir el respectivo módulo físico.

El estudiante también puede relacionar dos o más tipos de representaciones planas del sólido, sin construirlo físicamente, y reconocer sus características, describirlas y comprenderlas, poniéndolas en relación con la realidad.

Otro aspecto del uso de estos tipos de recurso es la posibilidad de reconocer y relacionar las figuras sólidas con su respectivo desarrollo, la de dibujar la imagen obtenida desarrollando un cuerpo geométrico; identificar el cuerpo geométrico obtenido a partir de un desarrollo plano; reconocer como los elementos

del desarrollo se relacionan en el sólido, como indicar en el desarrollo las aristas que se hacen corresponder cuando el objeto tridimensional sea reconstruido.

También gracias a las múltiples utilidades del dibujo y de los nuevos softwares de geometría dinámica es posible realizar composiciones y descomposiciones de figuras geométricas tridimensionales, transformaciones, movimientos y rotaciones; es posible contar elementos de dado un sólido como unidades de volumen, caras, aristas, vértices, etc. Esto permite desarrollar la visualización espacial y la intuición geométrica (Gonzato, Fernández Blanco, & Díaz Godino, 2011).

A través del dibujo técnico y del uso de software de geometría dinámica, los estudiantes representan los cuerpos geométricos que van conociendo, alcanzando un aprendizaje significativo que, además de dar nociones, pueda dar relaciones entre la realidad y los conocimientos adquiridos, y la posibilidad de usarlos y comunicarlos tanto verbalmente como gráficamente. Por eso se proponen unas actividades, miradas al descubrimiento, descripción y comunicación de las propiedades, características y relaciones de los sólidos geométricos. Estas han sido diseñadas bajo un enfoque proyectual, usando como línea guía y motivadora el trabajo del arquitecto, quien a diario elabora representaciones, combina cuerpos para construir, proyecta los objetos que usamos cotidianamente, los edificios en los cuales vivimos, estudiamos, las plazas en las cuales nos reunimos, etc.

III. PROPUESTA PEDAGÓGICA: “EL JOVEN ARQUITECTO”

El presente estudio de investigación, tiene como objetivo promover el desarrollo de los contenidos de la geometría del espacio, como recurso estratégico que favorece las habilidades y las capacidades en la construcción significativa de los conocimientos matemáticos.

En este contexto se ha diseñado una propuesta pedagógica que ha sido aplicada y experimentada en la Institución Educativa N° 86378 “Santa Rosa” en el centro poblado de Uchusquillo, distrito de San Luis, Provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash en el año académico 2016.

El objetivo de esta propuesta pedagógica, ha sido diseñar unas estrategias didácticas que puedan ser aplicadas a las Instituciones Educativas operantes en las áreas rurales del país y que puedan facilitar el alcance de un aprendizaje significativo en el área de matemática, sobre todo en el dominio de los contenidos relacionados a los sólidos geométricos.

3.1 Estrategias para el aprendizaje de los sólidos geométricos

El estudiante durante la aplicación de las distintas estrategias, que a continuación se presentan, ha sido acompañado a descubrir el proceso descriptivo y práctico de la geometría, por distintas vías: desde la observación de láminas, hasta la descripción de los sólidos a través de maquetas, pasando por el análisis de distintos ambientes naturales; todo para que el estudiante aprenda a extraer las características más importantes del objeto de su observación y aprenda a plasmarlas por escrito. Así, el presente trabajo ha alcanzado en los estudiantes una actitud de potencial desarrollo

hacia la productividad del aprendizaje de los sólidos, a través de un canal de mucha importancia para el desarrollo integral del estudiante, la descripción, la cual como hemos visto se encuentra ligada a todas las actividades a desarrollar, tanto en el eje de la expresión oral como en el eje de la resolución de los problemas.

A continuación se da una descripción específica de las actividades que se han concretizado con los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa N° 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo.

Los procedimientos que se han seguido, han sido desarrollados partiendo de los conceptos básicos de la geometría plana, para luego llegar al análisis y el estudio de la geometría del espacio.

3.1.1 Las calles de Colorinche

Esta actividad ha tenido como finalidad desarrollar la capacidad de visualizar e interpretar las imágenes; se procede desde lo general hasta los detalles en particular, para desarrollar la descripción de la ubicación espacial, de las posiciones de las calles de un pueblo fantástico denominado Colorinche.

La secuencia metodológica a seguir es la siguiente:

- El docente presenta la lámina.



Fig. 6: Mapa del pueblo fantástico denominado Colorinche

- Los estudiantes interpretan los lugares, las relaciones espaciales y los detalles de la lámina y contestan por escrito a las preguntas que el profesor les propone.

- El docente pide a los estudiantes que rediseñen el mapa de las calles del pueblo de Colorinche, utilizando distintos colores para señalar el tipo de relación que existe entre las rectas y signos gráficos para los ángulos. Al mismo tiempo responden a las preguntas que el profesor propone al final de rediseñar el mapa.

- Los estudiantes responden a las preguntas por escrito interpretando y relacionando cada calle con las otras.

- Al finalizar el profesor propone diseñar el mapa de las calles de su pueblo y ver si existen algunas relaciones de perpendicularidad, si son secantes o paralelas entre ellas.

3.1.2 El joven arquitecto: ¡Aprendemos a trazar líneas!

El objetivo de esta actividad es desarrollar la capacidad de observación y la construcción de figuras, utilizando dos escuadras con las cuales se pueden formar ángulos de distintas dimensiones. En esta actividad se presenta al estudiante una lámina en la que se desarrolla la representación de imágenes, a través de líneas y siguiendo las indicaciones que brinda el docente, para la correcta ubicación de cada escuadra (Dibujo Técnico).

Los pasos a seguir son los siguientes:

- El docente hace entrega de una lámina y de escuadras, una de 45° y otra de 60° - 30° a cada estudiante, para que puedan interpretar el dibujo y los realicen con los ejemplos mostrados en las láminas.

- El docente realiza un ejemplo para que los estudiantes entiendan cómo se debe utilizar las escuadras, sea para formar rectas paralelas, horizontales y verticales.

- Los estudiantes siguiendo la demostración del profesor realizan las rectas que él les indique.

- El profesor entrega una lámina mostrando los distintos tipos de ángulos que se pueden realizar con las escuadras y pide a los estudiantes que los reelaboren utilizando las escuadras y colocando la medida de sus ángulos.

3.1.3 Construcciones de madera

En esta actividad el estudiante notará que la madera es un material de construcción que se caracteriza por su resistencia, dureza, rigidez y densidad. Con este material pueden construirse cabañas, casas pre-fabricadas y demás obras. Con esta actividad los estudiantes desarrollarán la atención y la capacidad de visualización, en la que podrán reconocer estructuras simétricas de la cara lateral de la casita de madera y diferentes formas y objetos geométricos que hay en ella.

La metodología a seguir es la siguiente:

- El docente entrega una lámina con la finalidad de que los estudiantes puedan notar las distintas formas geométricas que forman los listones de madera en la parte lateral de la casita.

- El docente junto, con los estudiantes, dialoga sobre las distintas formas geométricas que los estudiantes pudieron observar en la casita.

- El docente les muestra la nueva lámina de la parte lateral de la casita diseñada con madera con la finalidad de que puedan reconocer las distintas formas geométricas.

- El profesor les aclara las dudas sobre algunas figuras geométricas que los estudiantes no lograron reconocer en la lámina.

- El profesor les reparte otra lámina para identificar el tipo de figura geométrica que forman los distintos puntos de la lámina anterior.

3.1.4 *El joven arquitecto: ¡Aprendemos a dibujar!*

En esta actividad los estudiantes sabrán que solamente se pueden construir polígonos regulares utilizando escuadras de 45°; 30° - 60° el compás y aplicando sus propiedades.

Los estudiantes observarán y razonarán sobre las medidas de los polígonos.

Los pasos a seguir son los siguientes:

- El profesor da las indicaciones y las características del triángulo equilátero y dibuja un ejemplo junto con los estudiantes.

- Los estudiantes usarán la capacidad de la percepción y se darán cuenta que para su construcción es suficiente trazar una línea recta en la cual se fijarán puntos (P, Q y T) en la circunferencia para obtener el triángulo equilátero y los polígonos regulares.

- El profesor entregará dos láminas para que los estudiantes reelaboren el diseño paso a paso para llegar al polígono deseado y así puedan identificar las características que tiene el polígono.

- El profesor entregará a cada estudiante distintos tipos de láminas para que puedan realizar cualquier polígono regular y propone que los estudiantes observen detenidamente y describan cada una de las características que tienen estos polígonos.

- Los estudiantes se darán cuenta que al desarrollar trazos haciendo combinaciones con las reglas, el compás y el cartabón se pueden representar algunos ángulos (Dibujo Técnico).

3.1.5 *El joven arquitecto: ¡Mi primer proyecto!*

Con esta actividad aprenderemos y conoceremos a los verdaderos arquitectos y sabremos como ellos enfrentan día a día el reto de optimizar los espacios, las superficies y mantener armonía y forma en sus creaciones.

Uno de los trabajos más comunes que un arquitecto se encuentra a desempeñar es el de diseñar planos para nuevas construcciones civiles o para remodelar y readaptar construcciones que ya existen. Para realizar esta tarea debe tener en consideración una multitud de factores, entre todos, la limitación de la superficie disponible y su forma, la posibilidad de iluminación y los puntos de acceso.

El trabajo del arquitecto así resulta ser una labor rodeada de retos y pruebas para superar.

Los pasos a seguir son los siguientes:

- El docente entrega una lámina para que los estudiantes desarrollen la capacidad de la percepción y puedan ubicar los locales dentro del terreno con la ubicación exacta de cada lugar, siguiendo las indicaciones propuestas por el profesor:
 - El acceso principal de la casa está ubicado en la calle Arcoíris.
 - De la calle Arcoíris se accede a la sala.
 - Todos los locales tienen acceso por el interior del departamento a través de puertas.

- Pueden considerar pasadizos (ancho mínimo 100 cm).
- Todos los locales de la casa deben tener por lo menos una ventana hacia la calle. (Puede hacer excepción el local destinado a dispensa)
- Usando la capacidad de percepción los estudiantes ubican los locales con las indicaciones dadas por el profesor.
- Después de que los estudiantes desarrollen el ejercicio el profesor pide de calcular el área de cada una de las habitaciones y el área total de todo el terreno.

3.1.6 El Joven arquitecto: ¡Conociendo el espacio!

Con esta actividad los estudiantes desarrollarán la noción básica del trabajo arquitectónico en el que ellos puedan apreciar y conocer las figuras geométricas.

Los estudiantes desarrollarán la capacidad de observación, para que puedan identificar el punto, las rectas, los planos y muchas otras figuras que se encuentran en nuestro alrededor el cual nos dan la idea de estos elementos geométricos (Aburto Cotrina, 2014).

Los pasos a seguir son los siguientes:

- El profesor entrega la lámina a los estudiantes mostrando dos edificios uno construido y otro en construcción, para que ellos usen la capacidad de observación y puedan reconocer y señalar algunos elementos geométricos del espacio.

3.1.7 El joven arquitecto: ¡Miro a mi alrededor!

En esta actividad los estudiantes reconocerán los elementos de la geometría del espacio en las construcciones arquitectónicas.

Las construcciones como la iglesia, el municipio, la escuela, las casas son el resultado de combinaciones de elementos geométricos tridimensionales, son el resultado de la combinación de los diferentes poliedros.

Los estudiantes utilizarán la observación y clasificarán los poliedros en las construcciones arquitectónicas.

Los pasos a seguir son los siguientes:

- El profesor entrega una lámina de una casa descompuesta en poliedros con la intención de que los estudiantes busquen y reconozcan los cuerpos geométricos que nos rodean.
- Los estudiantes reconocen los cuerpos geométricos que componen la casa.
- El docente entrega una lámina de cuadros para que los estudiantes lo rellenen según las indicaciones propuestas, observando los edificios y casas de nuestro pueblo, en el que buscarán y reconocerán los cuerpos geométricos que nos rodean.

3.1.8 El joven arquitecto: ¡Mis proyecciones!

En esta actividad el estudiante aprenderá a tener nociones representativas de un objeto proyectado en planos desde distintas posiciones: vista superior, vista frontal y vista lateral.

Los estudiantes desarrollarán la noción de interpretación y representación de los planos de cualquier obra, ya sea de obras arquitectónicas como de obras simples, como el de los muebles que son un documento fundamental del que se desprenderá el presupuesto de la obra y todos los detalles necesarios para la realización de la misma. Cualquier construcción debe comenzar por la elaboración de un plano (Mejía Tamayo, 2010).

El diseño de una obra siempre debe hacerse en función a un dibujo arquitectural avalado por un profesional. Los planos de los muebles deben estar desarrollados de manera que incluyan todos los aspectos de la obra. Tomaremos como ejemplo el modelo de una cama muy simple y haremos el plano de su planta, alzado y de perfil.

Los pasos a seguir son los siguientes:

- El profesor entrega una lámina para que los estudiantes representen la vista frontal, lateral y superior de la imagen.
- Los estudiantes representan el plano de las tres vistas de la imagen.

TABLA N°1

CAPACIDADES	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	MATERIALES	TEMPORALIZACIÓN
Comunica y representa ideas matemáticas	Las calles de Colorinche	El punto, la recta, el plano	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lámina del pueblo de colorinche ▪ Pizarra, plumón, otros. 	90 minutos
Elabora y usa estrategias				
Comunica y representa ideas matemáticas	¡Aprendemos a trazar líneas!	Líneas paralelas y perpendiculares	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Láminas, El cartabón ▪ Escuadras, Lápiz ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Elabora y usa estrategias				
Comunica y representa ideas matemáticas	Construcciones de madera	Figuras planas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Copias sobre la construcción de una casa en madera ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Elabora y usa estrategias				
Comunica y representa ideas matemáticas	¡Aprendemos a dibujar!	La circunferencia y los polígonos equiláteros	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Láminas, Compás, Lápiz, Regla ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Elabora y usa estrategias				
Comunica y representa ideas matemáticas	¡Mi primer proyecto!	Los polígonos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Láminas, Lápiz ▪ Borrador, Regla ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Elabora y usa estrategias				
Matematiza situaciones	Conociendo el espacio	Los elementos básicos de la geometría del espacio	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lámina. Lápiz, borrador, Reglas ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Comunica y representa ideas matemáticas				
Elabora y usa estrategias				
Elabora y usa estrategias	¡Miro a mí alrededor!	Los poliedros	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Lápiz, Regla. ▪ Lámina, Copias ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Comunica y representa ideas matemáticas				
Elabora y usa estrategias				
Matematiza situaciones	¡Mis proyecciones!	Prismas. Área y volumen del prisma	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Láminas, Lápiz ▪ Borrador, Reglas ▪ Copia ▪ Pizarra, plumón, otros 	90 minutos
Comunica y representa ideas matemáticas				
Elabora y usa estrategias				
Razona y argumenta generando ideas matemáticas				

Tab. 1: Matriz de Capacidades, contenidos, materiales y temporalización de las actividades propuestas

IV. METODOLOGÍA

4.1 Tipo y metodología de la investigación

El presente trabajo de investigación es de tipo cuantitativo, de alcance correlacionar y explicativo.

4.2 Diseño de la investigación

El diseño de este trabajo de investigación es experimental, de tipo pre-experimental y se diagrama de la siguiente manera:

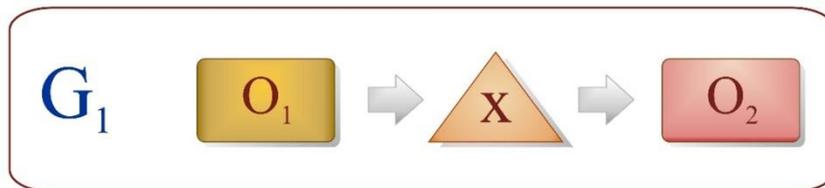


Fig. 7: Representación gráfica del diseño de la investigación

- G: Estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo.
- O₁: Aplicación del pre-test para evaluar el nivel de conocimientos inicial de los componentes del grupo experimental.
- X: Aplicación del proyecto “El Joven Arquitecto” utilizando material concreto, para la enseñanza de los sólidos geométricos.
- O₂: Aplicación del post-test para evaluar los efectos del tratamiento y relacionar las variables.

4.3 El Universo y la población

4.3.1 Universo de investigación

El universo son los estudiantes y docentes de las Instituciones Educativas del distrito San Luis provincia de Carlos Fermín Fízcarrald del nivel de Educación Secundaria.

4.3.2 Población de investigación

La población de la presente investigación está formada por los docentes y estudiantes de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo.

4.3.3 Muestra de la investigación

El grupo experimental o muestra de la investigación está formado por los 17 estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo.

TABLA N° 2

GRADO	SECCIÓN	N° DE ALUMNOS	
TERCERO	“ÚNICA”	VARONES	MUJERES
		10	7
		PORCENTAJE	
		58.82%	41.18%

Tab. 2: Composición del grupo experimental

4.4 Técnicas e instrumentos

4.4.1 Definición y operacionalización de las variables

Las variables estudiadas en la presente investigación se diversifican de la siguiente manera:

- Variable independiente: Aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”
- Variable dependiente: Aprendizaje significativo de los sólidos geométricos

En la tabla 2 se presentan las dimensiones, sub-dimensiones y los indicadores de la variable dependiente utilizados para la evaluación.

Las dimensiones de esta tabla están basadas en la geometría del espacio que abarca desde las nociones básicas de la geometría como son el punto, la recta y los planos en el espacio hasta los contenidos específicos como son: el espacio, los poliedros y los cuerpos de revolución.

Las sub-dimensiones que desarrolla este cuadro son capacidades que otorgan las Rutas de Aprendizaje en el año 2015. Estas capacidades son las que ayudan a controlar las dimensiones y hacer que la evaluación desarrollada sea más eficaz por medio de sus indicadores.

TABLA N° 3

VARIABLE	DIMENSIONES	SUB-DIMENSIONES	INDICADORES
GEOMETRIA DEL ESPACIO	El espacio	Matematiza situaciones	<i>Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio</i>
			<i>Analiza un gráfico para determinar las posiciones de dos rectas en el espacio</i>
			<i>Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>
			<i>Analiza un gráfico para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>
			<i>Identifica un ángulo diedro</i>
			<i>Discrimina ángulos diedros y ángulos poliedros</i>
		Comunica y representa ideas matemáticas	<i>Representa gráficamente las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>
			<i>Representa gráficamente los ángulos diedros y poliedros para expresar y complementar datos</i>
			Elabora y usa estrategias
	<i>Calcula la medida de ángulos diedros y poliedros</i>		
	Los poliedros	Matematiza situaciones	<i>Identifica los elementos de un poliedro</i>
			<i>Distingue los tipos de poliedros y comprueba la fórmula de Euler.</i>
			<i>Identifica los elementos de un prisma</i>
			<i>Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide</i>
			<i>Reconoce y expresa las diferencias entre poliedros convexos y cóncavos</i>
			<i>Analiza las características de los prismas y los clasifica según la forma de sus bases</i>
			<i>Relaciona un poliedro con el desarrollo correspondiente</i>

VARIABLE	DIMENSIONES	SUB-DIMENSIONES	INDICADORES
GEOMETRIA DEL ESPACIO	Los poliedros	Comunica y representa ideas matemáticas	<i>Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución</i>
			<i>Representa formas bidimensionales considerando propiedades y relaciones métricas</i>
			<i>Representa gráficamente un poliedro usando el desarrollo correspondiente</i>
			<i>Representa gráficamente las pirámides</i>
		Elabora y usa estrategias	<i>Aplica la fórmula de Euler para determinar el número de elementos de un poliedro</i>
			<i>Halla el área y volumen de un prisma</i>
			<i>Halla el área y volumen de una pirámide</i>
			<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma</i>
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, total y el volumen de un tronco de pirámide.</i>
			<i>Justifica la clasificación de poliedros con la representación gráfica de su desarrollo</i>
			<i>Justifica las propiedades de prismas y pirámides</i>

VARIABLE	DIMENSIONES	SUB-DIMENSIONES	INDICADORES
	Los sólidos de revolución	Matematiza situaciones	<i>Identifica cuerpos de revolución y reconoce las diferencias y semejanzas entre ellos</i>
			<i>Discrimina entre cilindro cono y esfera</i>
			<i>Relaciona un sólido de revolución con su generatriz</i>
		Comunica y representa ideas matemáticas	<i>Explica cómo se generan los cuerpos de revolución</i>
			<i>Representa gráficamente los sólidos de revolución</i>
		Elabora y usa estrategias	<i>Formula estrategias de solución de problemas sobre conos</i>
			<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro</i>
			<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono</i>
			<i>Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución</i>
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<i>Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz</i>

Tab. 3: Operalización de la variable

4.4.2 Técnicas e instrumentos y matriz de evaluación

La técnica que se ha empleado es la “observación”, por considerarse idónea para prestar atención a los efectos de la aplicación de la estrategia “El joven arquitecto”.

El instrumento que se utilizó ha sido una lista de cotejo, presentada en la tabla 3, organizada en base a los indicadores en cada una de las dimensiones a evaluar con respecto a la variable dependiente. Por medio de este instrumento, y a partir de una evaluación de pre-test, aplicada al empezar la experimentación, y otra de post-test, aplicada después de aplicar nuestra propuesta pedagógica, se ha podido verificar que los estudiantes, gracias a la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, han mejorado en el aprendizaje de los sólidos geométricos. La prueba que se aplicó al iniciar la experimentación fue la misma que se volvió a utilizar después de la aplicación de las estrategias propuestas en este estudio.

Este instrumento se conforma de siete ítems con 39 indicadores que analizan tres dimensiones; el espacio, los poliedros y los sólidos de revolución. Estas dimensiones han sido consideradas en la operacionalización de las variables.

Los ítems que desarrolla este cuadro nos ayudan a controlar el aprendizaje significativo de los estudiantes para buscar de mejorar su desarrollo evolutivo

El primero, “Completa el cuadro describiendo las posiciones de las rectas y de los planos representados en las imágenes”, tiene como finalidad la de identificar y analizar las posiciones de dos rectas en el espacio, como también las definiciones y posiciones de rectas y planos en el espacio. En el segundo ítem: “Observa los ángulos en el espacio representado en el cuadro y completa su descripción”, se

identificarán y se discriminarán los ángulos diedros y los ángulos poliedros y se representará gráficamente y se calcularán las medidas de estos mismos. El tercer ítem que está compuesto por: “Observa las imágenes y completa el cuadro”; con este ítem se identificarán los elementos de un poliedro y al mismo tiempo se distinguirán los tipos de poliedros para comprobar la fórmula de Euler. También enfrentará la representación gráfica de los cuerpos geométricos como los prismas y los cuerpos de revolución y la representación gráfica de las formas bidimensionales usando sus propiedades y relaciones métricas para aplicar la fórmula de Euler y poder determinar el número de elementos de un poliedro. En el cuarto ítems “Observa el desarrollo y determina cuales cuerpos geométricos representa”, se buscará de identificar los elementos básicos de un prisma y de una pirámide que son las caras, las aristas y los vértices, de reconocer y expresar las diferencias entre poliedros cóncavos y convexos mediante su desarrollo; se hará también la canalización de las características de los prismas y su clasificación según la forma de la base. El quinto ítems se conforma por: “Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras”; con este ítem se hallará el área lateral, el área total y el volumen de un prisma, de una pirámide y de un tronco de pirámide aplicando la fórmula respectiva. Justifica las propiedades de un prisma y de una pirámide para poder encontrar el área y volumen de un poliedro, descomponiéndolo en formas geométricas cuyas medidas son conocidas. Mientras tanto que el sexto ítems está compuesto por: “Observa la figura generatriz y determina el sólido de rotación que se obtiene”, identificando así los cuerpos de revolución y discriminando entre el cilindro, el cono y la esfera relacionando el sólido de revolución con su generatriz. Acá el alumno representa gráficamente y explica cómo se generan los cuerpos de revolución y los relaciona

según sus elementos y propiedades de su generatriz. En el último ítem: “Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras”, se formularán estrategias de solución de problemas sobre conos y se hallará el área y el volumen de un cuerpo de revolución. Se aplicarán fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro y de un cono.

TABLA N° 4

Dimensión	Ítems	INDICADORES	SI	NO
<i>El espacio</i>	Completa el cuadro describiendo las posiciones de las rectas y de los planos representados en las imágenes	<i>Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio</i>	1	0
		<i>Analiza un gráfico para determinar las posiciones de dos rectas en el espacio</i>	1	0
		<i>Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>	1	0
		<i>Analiza un gráfico para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>	1	0
		<i>Representa gráficamente las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>	1	0
		<i>Aplica las definiciones para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio</i>	1	0
	Observa los ángulos en el espacio representados en el cuadro y completa su descripción	<i>Identifica un ángulo diedro</i>	1	0
		<i>Discrimina ángulos diedros y ángulos poliedros</i>	1	0
		<i>Representa gráficamente los ángulos diedros y poliedros para expresar y complementar datos</i>	1	0
		<i>Calcula la medida de ángulos diedros y poliedros</i>	1	0
<i>Los poliedros</i>	Observa las imágenes y completa el cuadro	<i>Identifica los elementos de un poliedro</i>	1	0
		<i>Distingue los tipos de poliedros y comprueba la fórmula de Euler</i>	1	0
		<i>Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución</i>	1	0
		<i>Representa formas bidimensionales considerando propiedades y relaciones métricas</i>	1	0
		<i>Aplica la fórmula de Euler para determinar el número de elementos de un poliedro</i>	1	0

Dimensión	Ítems	INDICADORES	SI	NO
<i>Los poliedros</i>	Observa el desarrollo y determina cuales cuerpos geométricos representa	<i>Identifica los elementos de un prisma</i>	1	0
		<i>Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide</i>	1	0
		<i>Reconoce y expresa las diferencias entre poliedros convexos y cóncavos</i>	1	0
		<i>Analiza las características de los prismas y los clasifica según la forma de sus bases</i>	1	0
		<i>Relaciona un poliedro con el desarrollo correspondiente.</i>	1	0
		<i>Representa gráficamente un poliedro usando el desarrollo correspondiente</i>	1	0
		<i>Representa gráficamente las pirámides</i>	1	0
		<i>Justifica la clasificación de poliedros con la representación gráfica de su desarrollo</i>	1	0
	Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras	<i>Halla el área y volumen de un prisma</i>	1	0
		<i>Halla el área y volumen de una pirámide</i>	1	0
		<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma</i>	1	0
		<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, total y el volumen de un tronco de pirámide</i>	1	0
		<i>Justifica las propiedades de prismas y pirámides</i>	1	0
		<i>Halla el área y volumen de un poliedro descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros</i>	1	0
<i>Los sólidos de revolución</i>	Observa la figura generatriz y determina el sólido de rotación que se obtiene	<i>Identifica cuerpos de revolución y reconoce las diferencias y semejanzas entre ellos</i>	1	0
		<i>Discrimina entre cilindro, cono y esfera</i>	1	0
		<i>Relaciona un sólido de revolución con su generatriz.</i>	1	0
		<i>Explica cómo se generan los cuerpos de revolución</i>	1	0
		<i>Representa gráficamente los sólidos de revolución</i>	1	0
		<i>Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz.</i>	1	0
	Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras	<i>Formula estrategias de solución de problemas sobre conos</i>	1	0
		<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro</i>	1	0
		<i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono</i>	1	0
		<i>Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución</i>	1	0

Tab. 4: Lista de cotejo

Para poder determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes se han dividido los indicadores analizados en siete bloques, cada uno correspondiente a una de las sub-dimensiones consideradas en el estudio de las variables. A cada indicador se le ha asignado un mismo puntaje para así dar peso a cada sub-dimensión. En base a esto se han individuado cuatro niveles de aprendizaje; por cada nivel se asigna un rango de puntuación correspondiente.

TABLA N° 5

RENDIMIENTO ACADÉMICO	DEFINICIÓN DE APRENDIZAJE	NIVEL DE APRENDIZAJE
0 – 10	APRENDIZAJE EN INICIO	0 - 20
11 – 13	APRENDIZAJE EN PROCESO	21 - 26
14 – 17	APRENDIZAJE LOGRADO	27 - 34
18 – 20	APRENDIZAJE DESTACADO	35 - 39

Tab. 5: Escala de calificación de aprendizaje aplicada a la lista de cotejo

Esta escala literal representa el juicio más honesto respecto al logro de aprendizaje del estudiante en cuanto a los sólidos geométricos.

La siguiente tabla facilita una interpretación lógica y significativa de los puntajes estándares que presenta el DCN en base a los aprendizajes significativos en la Educación Básica Regular.

TABLA N° 6

RENDIMIENTO ACADÉMICO	NIVEL DE APRENDIZAJE	DEFINICIÓN
10 – 00	En inicio	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje
13 – 11	En proceso	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo
17 – 14	Logro previsto	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado
20 -18	Logro destacado	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas

Tab. 6: Escala de calificación de los aprendizajes en la Educación Básica Regular Modificada de “Diseño curricular Nacional de Educación Básica Regular”, Ministerio de Educación 2009

TABLA N° 7

<i>Pre-test</i>	<i>KR20 = 0, 58</i>
<i>Post-test</i>	<i>KR20 = 0,80</i>

Tab. 7: Prueba de confiabilidad

4.5 Plan de análisis

Para el análisis de los datos, se asignará un puntaje a cada lista de cotejo por estudiante; posteriormente, se obtiene un promedio tanto de la prueba del pre-test como del post-test y se compara la variante del puntaje para establecer si es una variación significativa.

Para contrastar las hipótesis de la investigación se empleará la prueba T para muestras relacionadas, con un nivel de significancia del 5 %.

El procesamiento y análisis de los datos se realizará con el programa estadístico SPSS (StaticProgram) versión 20.

V. RESULTADOS

5.1 Resultados

Esta investigación ha tenido como objetivo general determinar la influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo para la enseñanza de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria. Para lograr esto se ha realizado una experimentación de 7 semanas en la I.E. N° 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luís, provincia Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, durante el año académico 2016, cuyos resultados han sido organizados y analizados considerando los siguientes objetivos específicos:

- Determinar el nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria de la I.E. 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo a través del pre-test.
- Determinar el nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria de la I.E. 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo a través del post-test.
- Determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando material concreto, favorece el desarrollo de los sólidos geométricos.

5.1.1 Nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos observado antes de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”

En relación con el primer objetivo específico, determinar el nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de

Educación Secundaria de la I.E. 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo a través del pre-test, se presentan los resultados de la preprueba aplicada el 16 de agosto del año 2016.

TABLA N° 8

Nota	Puntaje	DEFINICIÓN DE APRENDIZAJE	PRE-TEST	
			fi	hi%
0-10	0 - 20	APRENDIZAJE EN INICIO	17	100 %
11- 13	21 - 26	APRENDIZAJE EN PROCESO	0	0%
14 - 17	27 - 34	APRENDIZAJE LOGRADO	0	0%
18 - 20	35 - 39	APRENDIZAJE DESTACADO	0	0%
TOTAL			17	100%

Tab. 8: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 16 de agosto 2016.

Gráfico N° 1

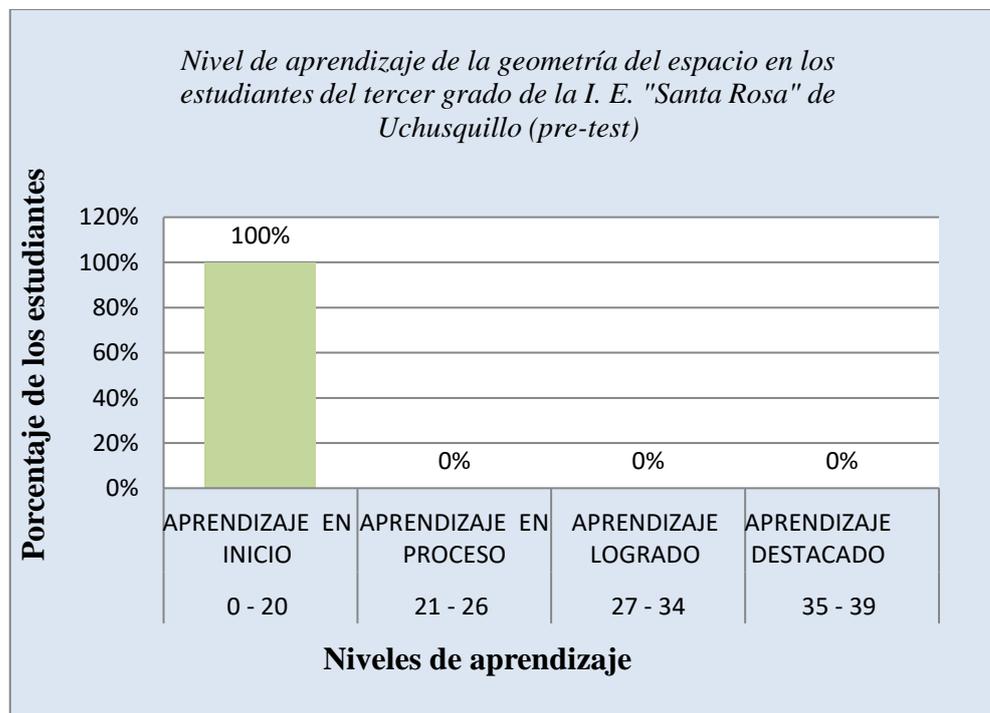


Fig. 8: Representación gráfica de frecuencias relativas de los niveles de aprendizaje obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 16 de agosto 2016.

Observando los resultados presentados en la tabla 6 y en el gráfico 1, se evidencia que la totalidad de los estudiantes se encuentra en un nivel de “aprendizaje en inicio” evidenciando claramente una dificultad en el aprendizaje del contenido de los sólidos geométricos. La observación de la lista de cotejo, aplicada al pre-test, da resultados que indican una situación preocupante y un nivel de aprendizaje muy por debajo de los estándares esperados. El promedio de las calificaciones de los estudiantes del grupo experimental es de 1.06 puntos y esto corresponde a una nota vigesimal de 01.

Como se observa en los resultados del pre-test, a través de la tabla 6 y el gráfico 1, la totalidad de los estudiantes del grupo experimental no desarrolló los contenidos de los sólidos geométricos, evidenciando así que sólo 3 indicadores, de los 39 que tiene la lista de cotejo, fueron alcanzados por algunos de los estudiantes. Estos indicadores son:

- Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio.
- Identifica los elementos de un poliedro.
- Identifica los elementos de un prisma.

En el primer y segundo indicador mencionado, sólo 3 de 17 estudiantes lograron acertar en la prueba de pre-test, mientras 12 de 17 estudiantes superaron el tercero de los mencionados indicadores. Los demás 36 indicadores, que exploran los conocimientos de los sólidos geométricos, no fueron logrados por la totalidad de los estudiantes, evidenciando de esta manera una fuerte deficiencia en el aprendizaje de los sólidos geométricos. En dicha prueba, el 100% de los estudiantes obtuvo un resultado correspondiente a un nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos en inicio. Este resultado es el producto de la falta de uso de estrategias y técnicas

matemáticas y el desinterés de los mismos estudiantes para desarrollar las capacidades de comunicación, razonamiento, operación y resolución de problemas en un proceso espontáneo.

Otra causa del bajo nivel de aprendizaje de las nociones de los sólidos geométricos puede encontrarse en una práctica docente que no promueve un aprendizaje a través de los materiales concretos, para confrontar las dificultades en el área de matemática y que persiste utilizando la didáctica tradicional en que no se emplean materiales concretos ni estrategias adecuadas para la enseñanza.

5.1.2 Nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos observado después de la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”

En relación con el segundo objetivo específico se presentan los resultados de la prueba de post-test aplicada el 4 de octubre del año 2016:

TABLA N° 9

Nota	Puntaje	DEFINICIÓN DE APRENDIZAJE	POST-TEST	
			fi	hi%
0-10	0 - 20	APRENDIZAJE EN INICIO	3	18 %
11- 13	21 - 26	APRENDIZAJE EN PROCESO	11	65%
14 - 17	27 - 34	APRENDIZAJE LOGRADO	3	18 %
18 - 20	35 - 39	APRENDIZAJE DESTACADO	0	0, 00%
TOTAL			17	100%

Tab. 9: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de post-test del 04 de octubre de 2016

Gráfico N° 2

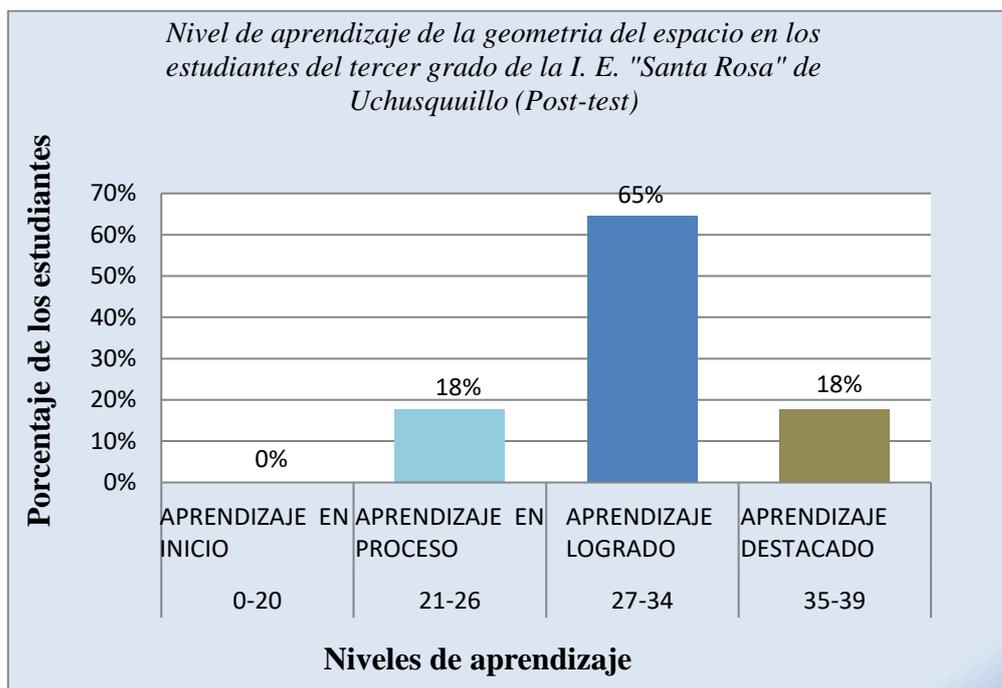


Fig. 9: Representación gráfica de frecuencias relativas de los niveles de aprendizaje obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pos-test.

En la tabla 7 y en el gráfico 2 se observa que la totalidad de los estudiantes, integrantes el grupo experimental, superaron las dificultades iniciales. Como se puede observar ningún estudiante se calificó en un nivel de “aprendizaje en inicio”.

Solo el 18% de los estudiantes muestra todavía dificultades en el aprendizaje calificándose en un nivel de “aprendizaje en proceso”. El dato más resaltante de esta prueba es que más del 82% de los estudiantes alcanzaron un aprendizaje conforme a los estándares planificados, demostrando una calificación superior a la nota 13. Se puede también observar que 3 estudiantes sobre 17 demuestran superar el nivel de aprendizaje esperado por los contenidos curriculares referidos a la geometría del espacio, demostrando un nivel de aprendizaje destacado.

En la prueba del post-test los estudiantes alcanzaron una puntuación que varía de un mínimo de 23 puntos a un máximo de 36 puntos, correspondientes a una nota

mínima de 12 y una máxima de 18, con una media de 16, correspondiente a una puntuación de 32. La observación de los resultados presentados evidencia una marcada mejora en la capacidad del aprendizaje del concepto de los sólidos geométricos en la totalidad de los estudiantes, mostrando una influencia positiva de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” en el nivel de aprendizaje de los estudiantes del grupo experimental.

En la tabla 7 y en el gráfico 2 se evidencia los siguientes resultados obtenidos con de la aplicación del post-test. El 18% de los estudiantes obtuvieron un nivel de aprendizaje destacado en el desarrollo de los contenidos de los sólidos geométricos; el 65% de los estudiantes alcanzaron un aprendizaje logrado mientras que el 18% de los estudiantes obtuvieron el nivel de aprendizaje en proceso. Estos resultados indican una mejora considerable en el dominio de los conceptos y la resolución de problemas sobre los sólidos geométricos, utilizando materiales concretos.

Pasando a un análisis más detallado del post-test, podemos afirmar que lejos del puntaje óptimo obtenido por la mayoría de los estudiantes, se observó que un pequeño porcentaje de ellos no lograron alcanzar los siguientes indicadores:

- halla el área y volumen de una pirámide.
- aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma.
- justifica las propiedades de prismas y pirámides.
- halla el área y volumen de un poliedro descomponiendo en formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.
- formula estrategias de solución de problemas sobre conos.

- aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro.
- aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono.
- halla el área y volumen de un cuerpo de revolución.

En conclusión el nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria de la I.E. N° 86378“Santa Rosa” de Uchusquillo mejoró significativamente.

5.1.3 Comparación de los resultados del pre-test y del post-test para determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” favorece el desarrollo de los sólidos geométricos

Para comparar los resultados de la prueba de pre-test y los de la prueba de post-test a fin de verificar las hipótesis, se ha aplicado, como prueba preliminar, el test de normalidad. Por ser una muestra conformada de 17 casos se ha aplicado la prueba de Shapiro-Wilk. Esta prueba, como se presenta a continuación, evidencia que la distribución de los datos registrados en el pre test no cumple con el supuesto de normalidad presentando una asimetría positiva, siendo la moda coincidente al valor mínimo registrado e inferior a la media aritmética.

TABLA N° 10

	SHAPIRO-WILK		
	Estadístico	gl	Sig.
pre-test	,888	17	,043
post-test	,950	17	,463

Tab. 10: Pruebas de normalidad

También se puede observar, de los resultados de la prueba de Shapiro-Wilk, que el aprendizaje registrado en el post-test tiene una distribución normal, siendo el p

valor 0,463, mayor que el nivel de significancia establecido al 5%. Por tal motivo, a fin de contrastar las hipótesis, se ha elegido la prueba T de Student para muestras relacionadas.

La comparación de los resultados registrados en el pre-test y en el post-test evidencia que la totalidad de los estudiantes, después de la aplicación del laboratorio matemático “El joven arquitecto” ha obtenido un mejor resultado superando las dificultades evidenciadas por la pre prueba.

La prueba T de Student, muestra que existe una relación significativa entre la variable independiente, aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, y la variable dependiente, aprendizaje significativo de los sólidos geométricos, evidenciando un cambio significativo entre las mediciones del pre-test y del post-test.

TABLA N° 11

Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
			Inferior	Superior			

Tab. 11: Prueba t para muestras relacionadas

De la prueba T de Students resalta que la significancia es inferior a 0,05 es decir inferior al 5%. Este resultado evidencia un cambio significativo entre el nivel de aprendizaje registrado antes y el nivel de aprendizaje registrado después de la experimentación demostrando de manera irrefutable la relación que existe entre las variables.

La hipótesis se ha verificado positivamente, puesto que la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, ha tenido una influencia significativa en el aprendizaje de los sólidos geométricos.

La variable independiente, “El joven arquitecto”, basado en el enfoque del aprendizaje significativo empleando material concreto, influyó significativamente sobre la variable dependiente, “aprendizaje de los sólidos geométricos”; dicha afirmación se deriva de los resultados obtenidos de la prueba de rangos y de la prueba T de Students, las cuales demuestran una diferencia significativa entre el nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos en el pre-test y en el post-test.

Esto indica que la aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” contribuye a mejorar el aprendizaje de los sólidos geométricos en los estudiantes del Tercer grado de Educación Secundaria de la I.E. N° 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo.

En la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, se ha podido observar que después de la prueba del post-test se ha visto una mejora en los estudiantes del 3° grado de secundaria; puesto que el maestro a empleado los materiales concretos y los recursos manipulables en cada situación específica del proceso de enseñanza-aprendizaje, transformándolos e integrando significativamente en el desarrollo habitual de las clases. Para ello, el reto y la habilidad del docente es producir materiales pertinentes al trabajo a realizar, para facilitar el proceso de enseñanza y la construcción de los nuevos saberes, activando las capacidades cognitivas y los saberes previos para acceder a la información y poner en ejercicio las habilidades y las destrezas de los estudiantes.

Gráfico N°3

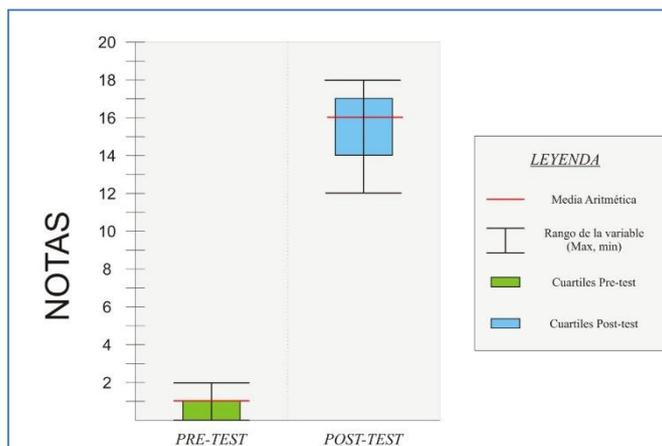


Fig. 10: Gráfico de caja para el rendimiento académico antes y después de la experimentación

Observando los gráficos de los resultados del tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo, se encuentra en un nivel de aprendizaje en inicio sobre el concepto de los sólidos geométricos. En la prueba del pre-test, todos los estudiantes han alcanzado una nota que varía de un mínimo de 0.00 hasta una máxima nota de 1,54; con una media de 0.54. Esto evidencia claramente una dificultad en el aprendizaje de los contenidos de los sólidos geométricos. Los resultados registrados en la prueba del *pre-test* muestran un nivel de aprendizaje en inicio en la totalidad de los estudiantes.

También se muestra en los resultados presentados en el gráfico de la prueba del post-test que los estudiantes alcanzaron una puntuación que varía de una nota mínima de 12 a una nota máxima de 18, con una media de 16. La observación de los resultados presentados evidencia una marcada mejora en la capacidad de aprender la noción de los sólidos geométricos en la totalidad de los estudiantes. De tal forma también, demuestra la validez de la propuesta aplicada, puesto que todos los estudiantes han superado el nivel de aprendizaje en inicio.

A partir de este gráfico podemos observar notablemente la mejora de los estudiantes en las pruebas aplicadas, partiendo del *pre-test*, en el que nos damos cuenta que los estudiantes se ubican en un nivel de aprendizaje en inicio. También al final se aplicó la prueba del *post-test* en lo que nos damos cuenta que el cambio es notorio, que después de haber aplicado el proyecto “*El joven arquitecto*” y habiendolo finalizado con dicho examen, los estudiantes han mejorado considerablemente. En el gráfico se observa que hay una diferencia amplia entre el *pre-test* y el *post-test*; esto evidencia que los estudiantes han mejorado en el nivel de aprendizaje de los sólidos geométricos con la propuesta pedagógica.

VI. CONCLUSIONES

6.1 Conclusiones

Después de haber trabajado con la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, utilizando materiales concretos, en el desarrollo de los contenidos de los sólidos geométricos, se concluye que:

- El nivel de aprendizaje sobre los sólidos geométricos que demostraron los estudiantes del tercer grado de educación secundaria a través del pre-test fue deficiente. Sus habilidades para la resolución de ejercicios de la geometría del espacio, no superaron el aprendizaje en inicio en relación a los logros de aprendizaje.
- La aplicación de la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” basado en el enfoque significativo, ha sido diseñada para la enseñanza de los contenidos de la geometría del espacio utilizando material concreto, evidenciándonos que ha sido eficiente debido a que los resultados han aumentado referidos al nivel de logro.
- Este logro ha sido verificado con la ayuda del aprendizaje significativo al aplicar el post-test, afirmando así que después de aplicar la propuesta pedagógica “El joven arquitecto”, la mayoría de los estudiantes del tercer grado de educación secundaria, en la escala de calificación de los aprendizajes, se ubicó en un nivel de logro previsto.
- La diferencia de los resultados en el pre-test y post-test ha sido muy significativa, ya que todos los estudiantes del tercer grado han superado el nivel

de aprendizaje en inicio, alcanzando así la mayoría de los estudiantes el nivel de “aprendizaje previsto” y algunos el “aprendizaje destacado”. De este modo se ha observado el interés de los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la I.E. “Santa Rosa” de Uchusquillo en la resolución y el desarrollo de los contenidos de la geometría del espacio.

- De esta manera en la tabla nº 9 Se aprecia que $P = 0,000 < 0,05$, es decir existe una diferencia significativa entre el logro de la enseñanza del contenido de la geometría del espacio con un enfoque significativo y el de la enseñanza basada en un enfoque tradicional.

6.2 Recomendaciones

- Es importante aplicar diversas estrategias y técnicas, para lograr a desarrollar los contenidos de la de la geometría del espacio; además se recomienda que se aplique la propuesta pedagógica “El joven arquitecto” con materiales concretos, para que el estudiante pueda relacionarlos con el entorno que le rodea.

- Es esencial fomentar el contenido de los sólidos geométricos, ligados a su entorno vivencial y cultural, enfatizando así el valor sustancial del aprendizaje significativo.

- Es imprescindible fomentar dentro del aula un ambiente de comunicación entre los estudiantes y el docente ya que esto permite al estudiante expresarse de manera libre y espontánea.

- Es fundamental que las sesiones sean desarrolladas basándose en la observación y relacionándolas con materiales concretos, dando lugar a las representaciones arquitectónicas dentro de nuestro entorno natural, esto permite

al estudiante elaborar diseños y representar construcciones con gráficos arquitectónicos relacionados con los contenidos.

VII. BIBLIOGRAFÍA

Aburto Cotrina, C. O. (2014). *PROYECTO ENCUENTROS MATEMÁTICA*. Lima: S.M.

Alsina i Català, C. (2005). *LOS SECRETOS GEOMÉTRICOS EN DISEÑO Y ARQUITECTURA*. Catalunya: Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas.

Asiain Azcona, E. (2012). *TRABAJO FINAL DEL MÁSTER UNIVERSITARIO EN FORMACIÓN DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA Y BACHILLERATO*. Pamplona: Universidad Pública de Navarra_Facultad de Ciencias Humanas y Sociales.

Barrantes López, M., Balletbo Fernández, I., & Fernández Leno, M. Á. (2014). *ENSEÑAR GEOMETRÍA EN SECUNDARIA*. Buenos Aires: Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.

Cañadas Santiago, C., Durán Ceacero, F., Gallardo Jiménez, S., Martínez-Santaolalla Martínez, M. J., Molina Gonzáles, M., Peñas Troyano, M., y otros. (2009). *GEOMETRÍA PLANA CON PAPEL*. Granada: Universidad de Granada Departamento de Didáctica de la Matemática.

Castellanos Espinal, I. M. (2010). *VISUALIZACIÓN Y RAZONAMIENTO EN LAS CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS UTILIZANDO EL SOFTWARE GEOGEBRA CON ALUMNOS DE II DE MAGISTERIO DE LA E.N.M.P.N*. Tegucigalpa.

Chang Escobedo, J. A. (2009). *DISEÑO CURRICULAR NACIONAL DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR*. Lima: ©Ministerio de Educación.

Coveña, N. M., & Silva, P. A. *MATEMÁTICA*. Lima: Coveñas.

Diaz Godino, J., & Ruiz, F. (2004). *GEOMETRÍA PARA MAESTROS*. Madrid: Proyecto Edumat-Maestros.

Dibujo Técnico.

Domínguez Hernández, E., & Gutiérrez Melero, C. E. *LA PRESENCIA DE LA GEOMETRIA EN LA NATURALEZA Y EL ARTE*.

Espinoza Ramos, E. (2013). *GEOMETRÍA I*. Edukperú.

Frías Ruiz, V., Paz Fernández, L., Del Río García, T., & Vidal Silva, D. (1995). *3º MATEMÁTICAS*. Madrid: Luis Vives.

- Ganimian. (2015). *BAJOS RESULTADOS, ALTAS MEJORAS*. Lima: Ministerio de Educación.
- Gonzato, M., Fernández Blanco, T., & Díaz Godino, J. (2011). TAREAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN Y ORIENTACIÓN ESPACIAL. *Números* , 99-117.
- Íñiguez Estremiana, J., & Blanco Rodríguez, I. (1998). *MATEMÁTICAS*. Madrid: Social y Cultural (SC).
- Mejía Tamayo, C. (2011). *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3º*. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, C. (2011). *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 4º*. Lima: Santillana S. A.
- Mejia Tamayo, C. (2010). *INNOVA MATEMÁTICA 2*. Lima: Santillana S.A.
- MejíaTamayo, C. (2013). *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 5º*. Lima: Santillana S. A.
- Méndez Valentín, L. (1996). *ANÁLISIS DE LOS CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS PREUNIVERSITARIOS Y SU INFLUENCIA EN LA FORMACIÓN DE LOS ALUMNOS DE LAS ESCUELAS TÉCNICAS*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Ministerio de Educación . (2013). *Rutas de Aprendizaje*. Lima.
- Ministerio de Educación. (2013). *¿CUÁNTO APRENDEN NUESTROS NIÑOS EN LAS COMPETENCIAS EVALUADAS?*Lima: Catalán Studio.
- N.C.T.M. (2000). PRINCIPLE AND STANDARDS FORS SCHOOL MATHEMATICSI . *National Coucil of Teachers of Mathematics*. Edición Electrónica: <http://standards.nctm.org/>.
- Pérez. S., K. M. (2009). *ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO A TRAVÉS DE ACTIVIDADES LÚDICAS*. Trujillo_Venezuela: Universidad de los Andes Mérida Venezuela.
- Primo Martínez, Á., Pérez Manrique, C., Serrano Sotelo, G., Suárez Lago, L., Andrés Andrés, L. F., Grajal Alonso, L., y otros. (1995). *MATEMÁTICAS 3 ESO*. Salamanca: Hespérides.
- Rainusso Yañez, C. (2002). *PROBLEMAS Y PERSPECTIVAS DE LA EDUCACIÓN*. Lima: Facultad de Teología "Pontificia y Civil de Lima".

Rengifo Porta, L. (2010). *ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN EL ÁREA DE CIENCIA, TECNOLOGÍA Y AMBIENTE EN EL LOGRO DE APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES DEL NIVEL SECUNDARIA DE LA INSTITUCION EDUCATIVA "GÓMEZ ARIAS DÁVILA*. Tingo María: Universidad los Angeles de Chimbote.

Roanes Macias, E. (1980). *INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA*. Madrid: Anaya.

Rojas Miranda, E. L. (2010). *PERFIL PROFESIONAL Y PERFIL DIDÁCTICO DEL DOCENTE DE AULA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DEL VII CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR ENTRE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS COMPRENDIDAS EN EL ÁMBITO DE LA ZONA NOR-ESTE DE LA CIUDAD DE CHIMBOTE EN EL AÑO 2010*. Chimbote: Universidad Católica los Ángeles de Chimbote.

Saavedra Chanduvi, J. (2013). *PISA 2012: PRIMEROS RESULTADOS*. Lima: Ministerio de Educación.

Sánchez Cerezo, S. (1996). *ENCICLOPEDIA UNIVERSAL*. Barcelona: Santillana.

Sgreccia, N., & Villarroel, S. (2011). *MATERIALES DIDÁCTICOS CONCRETOS EN GEOMETRÍA EN PRIMER AÑO DE SECUNDARIA*. Buenos Aires : Sociedad Canaria Isaac Newton .

Soto Varela, R. *ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO UTILIZANDO LA APLICACIÓN SKETCHUP EN DIFERENTES DISPOSITIVOS DIGITALES*.

ANEXOS

ANEXO N° 1

PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

DATOS INFORMATIVOS

Unidad de Gestión : *CARLOS FERMÍN FITZCARRALD*
 Educativa
 Institución Educativa : *N° 86378 “SANTA ROSA” de Uchusquillo*
 Área : *Matemática*
 Grado : *Tercero*
 Sección : *Única*

II. TÍTULO DE LA UNIDAD
“El joven arquitecto”

II. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA
A través de la observación de la naturaleza, de edificios, de monumentos y de todo lo que le rodea, el estudiante irá formando conceptos de formas, figuras y cuerpos geométricos en manera elemental. Se pretende que los estudiantes desarrollen problemas métricos como el cálculo de áreas, volúmenes; la representación de los sólidos geométricos y la construcción de maquetas.
¿Cómo se realizan las representaciones de los sólidos geométricos?
¿Hay objetos y construcciones en el entorno que se relacionan con los sólidos geométricos?

IV. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio. ▪ Analiza un gráfico para determinar las posiciones de dos rectas en el espacio ▪ Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio ▪ Analiza un gráfico para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio ▪ Identifica un ángulo diedro ▪ Discrimina ángulos diedros y ángulos poliedros. ▪ Identifica los elementos de un poliedro ▪ Distingue los tipos de poliedros y comprueba la fórmula de Euler ▪ Identifica los elementos de un prisma ▪ Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide. ▪ Reconoce y expresa las diferencias entre poliedros cóncavos y convexos ▪ Analiza las características de los prismas y los clasifica según la forma de sus bases ▪ Relaciona un poliedro con el desarrollo correspondiente ▪ Identifica cuerpos de revolución y reconoce las diferencias y semejanzas entre ellos ▪ Discrimina entre cilindro, cono y esfera ▪ Relaciona un sólido de revolución con su generatriz
	Comunica y representa ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa gráficamente las posiciones de rectas y planos en el espacio ▪ Representa gráficamente los ángulos diedros y

		<p>poliedros para expresar y complementar datos</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución ▪ Representa formas bidimensionales considerando propiedades y relaciones métricas ▪ Representa gráficamente un poliedro usando el desarrollo correspondiente ▪ Representa gráficamente las pirámides ▪ Explica cómo se generan los cuerpos de revolución ▪ Representa gráficamente los sólidos de revolución
	Elabora y usa estrategias	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aplica definiciones para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio ▪ Calcula la medida de ángulos diedros y poliedros ▪ Aplica la fórmula de Euler para determinar el número de elementos de un poliedro ▪ Halla el área y volumen de un prisma ▪ Halla el área y volumen de una pirámide ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de pirámide ▪ Formula estrategias de solución de problemas sobre conos ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono ▪ Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifica la clasificación de poliedros con la representación gráfica de su desarrollo ▪ Justifica las propiedades de prismas y pirámides ▪ Halla el área y el volumen de un poliedro descomponiendo en formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros ▪ Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz

V. CAMPOS TEMÁTICOS

- *Elementos fundamentales de la geometría plana (el punto, la recta, el plano y el ángulo)*
- *Los polígonos*
- *Elementos fundamentales de la geometría del espacio*
- *Los poliedros (prismas y pirámides)*
- *Los sólidos de rotación (cilindro, cono y esfera)*

VI. PRODUCTO MÁS IMPORTANTE

- *Diseño “Combinación de poliedros”*

SECUENCIA DE LAS SESIONES	
Sesión 1	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Utilizo mis capacidades”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio</i> ▪ <i>Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> ▪ <i>Identifica los elementos de un poliedro</i> ▪ <i>Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide</i> ▪ <i>Relaciona un poliedro con el desarrollo correspondiente</i> ▪ <i>Halla el área y volumen de un prisma</i> ▪ <i>Halla el área y volumen de una pirámide</i> ▪ <i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma</i> ▪ <i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro</i> ▪ <i>Relaciona un sólido de revolución con su generatriz</i> ▪ <i>Explica cómo se generan los cuerpos de revolución</i> ▪ <i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono</i> ▪ <i>Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Nociones geométricas generales</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Examen del pre-test de los sólidos geométricos</i> 	
Sesión 2	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Elementos básicos de la geometría”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano</i> ▪ <i>Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> ▪ <i>Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y de los planos</i> <p>Campo temático: El punto, la recta, el plano y el ángulo.</p> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente hace un repaso general de las nociones principales de la geometría plana; sus elementos fundamentales:</i> <ul style="list-style-type: none"> ○ Punto, recta y plano ○ Ángulo ▪ <i>Se da una definición de la geometría como rama importante de la matemática (Anexo 2)</i> ▪ <i>El docente presenta la lámina que representa los diferentes tipos de líneas y su clasificación</i> ▪ <i>El docente presenta la lámina donde está representada la recta, sus características, sus partes y sus propiedades</i> ▪ <i>El docente presenta la lámina que describe los ángulos y desarrolla el tema “Los elementos fundamentales de la geometría”</i> ▪ <i>El docente brinda algunos ejercicios que los estudiantes desarrollan en la clase</i> 	

Sesión 3	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Aprendiendo con el dibujo técnico”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano.</i> ▪ <i>Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio.</i> ▪ <i>Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y los planos.</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El ángulo</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente señala el propósito de la sesión de clase:</i> Hacer, por medio del taller de dibujo técnico, un repaso general de las nociones principales de la geometría plana, sus elementos fundamentales realizados en la clase anterior. <ul style="list-style-type: none"> ○ Punto, recta y plano ○ Angulo ▪ <i>El docente muestra el taller de dibujo técnico presentado en el anexo 1 con el que trabajará en la clase.</i> ▪ <i>El docente explica que la clase se realizará haciendo dibujos de líneas paralelas, secantes y ángulos de distintas medidas, en los cuales, los estudiantes, aprenderán contenidos geométricos.</i> ▪ <i>El profesor explica a los estudiantes sobre las técnicas de uso de los útiles de dibujo, las dos reglas, las medidas de sus ángulos, las diferentes formas de uso.</i> ▪ <i>El docente entrega los materiales para trabajar en la clase (juego de reglas y copias).</i> ▪ <i>El docente guía paso a paso el taller explicando la relación entre conceptos geométricos y su representación gráfica.</i> ▪ <i>Los estudiantes en forma individual realizan la actividad en una lámina entregada por el docente.</i> ▪ <i>El docente y los estudiantes realizan algunos ejercicios sobre los ángulos.</i> ▪ <i>Con el uso de las reglas dibuja los siguientes ángulos en tu cuaderno, luego determina, cuando es posible, el valor de su complemento y de su suplemento.</i> ▪ <i>El profesor les deja como tarea dos copias sobre lo que se ha desarrollado en la clase (anexo 2).</i> 	
Sesión 4	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Reconociendo los polígonos”	
<p>Indicador:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano.</i> ▪ <i>Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio.</i> ▪ <i>Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y de los planos.</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Polígonos: triángulos y los cuadriláteros</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente presenta la siguiente situación significativa (anexo 1).</i> ▪ <i>Los estudiantes reconocen algunas figuras planas de la copia.</i> ▪ <i>El profesor explica a los estudiantes el concepto de los polígonos.</i> ▪ <i>El docente guía paso a paso el taller explicando la relación entre conceptos geométricos y su representación gráfica.</i> ▪ <i>El profesor les hace algunas preguntas sobre los polígonos</i> 	

Sesión 5	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Dibujando los polígonos”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano</i> ▪ <i>Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> ▪ <i>Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y los planos</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Circunferencia y círculo</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente revisa la tarea de la clase anterior “Mi primer proyecto”. Se presenta una lámina con la solución del ejercicio y se calculan las diferentes superficies</i> ▪ <i>El docente hace un repaso sobre los polígonos</i> ▪ <i>¿Qué es un polígono?</i> ▪ <i>¿Cuáles son los elementos del polígono?</i> ▪ <i>El docente muestra una lámina para introducir el tema: “Circunferencia y círculo”</i> ▪ <i>El docente presenta una conexión entre la circunferencia y la construcción gráfica de los polígonos regulares proponiendo la actividad del anexo 1</i> ▪ <i>El docente resuelve algunos ejercicios sobre la circunferencia y el círculo</i> 	
Sesión 6	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “El espacio”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio</i> ▪ <i>Analiza un gráfico para determinar las posiciones de dos rectas en el espacio</i> ▪ <i>Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> ▪ <i>Analiza un gráfico para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> ▪ <i>Identifica un ángulo diedro</i> ▪ <i>Discrimina ángulos diedros y ángulos poliedros</i> ▪ <i>Representa gráficamente las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> ▪ <i>Representa gráficamente los ángulos diedros y poliedros para expresar y complementar datos</i> ▪ <i>Aplica las definiciones para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El espacio (elementos geométricos en el espacio)</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Repaso sobre las rectas paralelas, perpendiculares y secantes</i> ▪ <i>¿Cuándo se dice rectas paralelas, perpendiculares y secantes?</i> ▪ <i>El docente da a conocer la siguiente actividad, para poder observar la construcción del edificio y la que está en construcción (anexo 1)</i> 	

Sesión 7	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Los poliedros”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Calcula la medida de ángulos diedros y poliedros.</i> ▪ <i>Identifica los elementos de un poliedro.</i> ▪ <i>Distingue los tipos de poliedros y comprueba la fórmula de Euler.</i> ▪ <i>Reconoce y expresa las diferencias entre poliedros cóncavos y convexos.</i> ▪ <i>Relaciona un poliedro con el desarrollo correspondiente.</i> ▪ <i>Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución.</i> ▪ <i>Aplica la fórmula de Euler para determinar el número de elementos de un poliedro.</i> <p>Campo temático:</p> <p>- <i>Los cuerpos geométricos: Los poliedros, poliedros regulares y su clasificación, concepto de Prismas y Pirámides.</i></p> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Los estudiantes observan su alrededor y reconocen los poliedros.(actividad 1)</i> ▪ <i>El docente les entrega una copia de ejercicios para desarrollar.</i> 	
Sesión 8	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Los prismas”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Identifica los elementos de un prisma.</i> ▪ <i>Analiza las características de los prismas y los clasifica según la forma de sus bases.</i> ▪ <i>Representa formas bidimensionales considerando propiedades y relaciones métricas.</i> ▪ <i>Halla el área y volumen de un prisma.</i> ▪ <i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma.</i> ▪ <i>Halla el área y volumen de un poliedro descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros.</i> <p>Campo temático:</p> <p>- <i>El prisma: Elementos y clasificación de los prismas, área total y volumen del prisma.</i></p> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente les entrega una copia de ejercicios sobre los poliedros para calcular el área total y el volumen.</i> 	
Sesión 9	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Como representar en el plano los cuerpos tridimensionales”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide.</i> ▪ <i>Representa gráficamente un poliedro usando el desarrollo correspondiente.</i> ▪ <i>Representa gráficamente las pirámides.</i> ▪ <i>Halla el área y volumen de una pirámide.</i> ▪ <i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un troco de pirámide.</i> ▪ <i>Justifica la clasificación de poliedros con la representación gráfica de su desarrollo.</i> ▪ <i>Justifica las propiedades de los prismas y las pirámides.</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Pirámides: Elementos de una pirámide, pirámide recta y oblicua; pirámide regular; área total y volumen de una pirámide.</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente presenta una pirámide para calcular el área lateral, total y el volumen.</i> ▪ <i>El docente deja como tarea de hacer una representación frontal, lateral y exterior de un sólido geométrico.</i> 	

Sesión 10	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “El cilindro y el cono”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Identifica cuerpos de revolución y reconoce las diferencias y semejanzas entre ellos.</i> ▪ <i>Discrimina entre cilindro, cono y esfera.</i> ▪ <i>Relaciona un sólido de revolución con su generatriz.</i> ▪ <i>Explica cómo se generan los cuerpos de revolución.</i> ▪ <i>Formula estrategias de solución de problemas sobre conos.</i> ▪ <i>Explica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono.</i> ▪ <i>Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro.</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El cilindro y el cono, el área total del cilindro y el cono, volumen del cilindro y el cono.</i> <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente y los estudiantes toman algunos acuerdos sobre las normas de convivencia que se debe cumplir en la clase.</i> ▪ <i>El docente muestra a los estudiantes diversos envases de productos que tienen forma cilíndrica y recoge los saberes previos de los estudiantes planteando las siguientes interrogantes:</i> <i>¿Qué formas tienen estos envases?</i> <i>¿Qué similitudes y qué diferencias encuentras entre estas figuras mostradas y los prismas trabajados en la clase anterior?</i> ▪ <i>El docente problematiza a fin de lograr el conflicto cognitivo en los estudiantes</i> ▪ <i>El docente presenta el tema a desarrollar: Los cuerpos de revolución (el cilindro)</i> ▪ <i>El docente y los estudiantes desarrollan algunos ejercicios relacionados al tema (anexo 1).</i> 	
Sesión 11	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Tronco del cono”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Relaciona un sólido de revolución con su generatriz.</i> ▪ <i>Explica cómo se generan los cuerpos de revolución.</i> ▪ <i>Halla el área y el volumen de un cuerpo de revolución.</i> ▪ <i>Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz.</i> <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>Tronco del cono, área y volumen del tronco de cono.</i> <p>Actividad:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ <i>El docente presenta los objetivos a lograr en el desarrollo de la clase: identificar la generatriz del tronco de cono, aclarar que la altura es el segmento que une perpendicularmente a las dos bases.</i> ▪ <i>El docente repasa las nociones tratadas durante la clase sobre el cono y explica a los estudiantes como se genera un cuerpo de revolución (cono, tronco de cono).</i> ▪ <i>Luego presenta el tronco de cono a partir de un cono que ha sido intersecado por una sección plana paralela a su base. De esta forma lo divide en dos sólidos, un tronco de cono y un cono de menor altura.</i> ▪ <i>Los estudiantes, junto con el docente, realizan algunos ejercicios sobre las áreas y volúmenes de los cuerpos geométricos (anexo 1).</i> 	

Sesión 12	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “La esfera”	
<p>Indicador:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa gráficamente los sólidos de revolución. ▪ Discrimina entre cilindro, cono y esfera. ▪ Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz. <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Definición, elementos, el área de la superficie esférica y el volumen de la esfera. <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ El docente y los estudiantes toman algunos acuerdos sobre las normas de convivencia que se deben cumplir durante la clase (respetar la opinión de los compañeros, atender bien en la clase, etc.). ▪ El docente presenta la situación “La forma de nuestro planeta tierra” y plantea algunas interrogantes basándose en la situación presentada. ▪ El docente les entrega una copia de ejercicios para que los estudiantes identifiquen, los elementos de una esfera y expliquen sobre los cuerpos de revolución. 	
Sesión 13	Horas pedagógicas: 2 h
Título: “Demuestro lo aprendido”	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio. ▪ Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio. ▪ Identifica los elementos de un poliedro. ▪ Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide. ▪ Relaciona un poliedro con el desarrollo correspondiente. ▪ Halla el área y volumen de un prisma. ▪ Halla el área y volumen de una pirámide. ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma. ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro. ▪ Relaciona un sólido de revolución con su generatriz. ▪ Explica cómo se generan los cuerpos de revolución. ▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono. ▪ Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución. <p>Campo temático:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Todas las nociones geométricas (desde los elementos fundamentales hasta los sólidos de rotación) <p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Examen del post- test de los sólidos geométricos 	

ANEXO N°2

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa Pública : N° 86378 “SANTA ROSA” de Uchusquillo
Área : Matemática
Fecha : 16/08/2016
Grado : Tercero
Duración : 2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“LA GEOMETRÍA DEL ESPACIO”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none">▪ Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio▪ Identifica los elementos de un poliedro.▪ Relaciona un poliedro y un sólido de revolución con el desarrollo correspondiente
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none">▪ Halla el área y volumen de un poliedro

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase:
- El docente entrega el examen del pre-test y de las indicaciones sobre cómo desarrollar el examen.

Desarrollo: (60 minutos)

- Los estudiantes desarrollan el examen respetando las indicaciones del docente.

Examen de pre-test "El joven arquitecto"

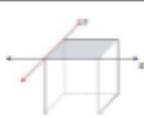
APPELLIDOS Y

NOMBRES:

GRADO Y SECCIÓN: _____ FECHA: _____

Elementos de la geometría en el espacio

1. Completa el cuadro describiendo las posiciones de las rectas y de los planos representados en las imágenes.

<i>Posiciones de dos rectas</i>	Las rectas r y s son entre ellas y	Las rectas r y s son entre ellas y	Las rectas r y s son entre ellas
			

<i>Posiciones de dos planos.</i>	Los planos p y q son	Los planos p y q son
		

<i>Posiciones de una recta y un plano.</i>	La recta representada es al plano p .	La recta representada es al plano p .	La recta representada es al plano p .
			

2. Observa los ángulos diedros en el espacio representados en el cuadro y completa su descripción.

α es un ángulo diedro.....	α y β son ángulos diedros	α es un ángulo diedro.....	α y β son ángulos diedros
$\alpha < 90^\circ$	$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\alpha > 90^\circ$	$\alpha + \beta = 180^\circ$

Los cuerpos geométricos

3. Observa las imágenes y completa el cuadro.

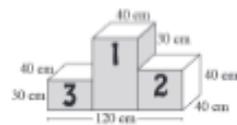
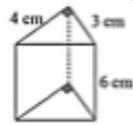
Nombres	Figura	Nº de		
		CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
Tetraedro:				
Hexaedro				
Octaedro:				

4. Observando el desarrollo determina cuáles cuerpos geométricos representa.

.....

Áreas y volúmenes

5. Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras.

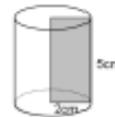
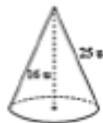


6. Observa la figura generatriz y determina el sólido de rotación que se obtiene.

	Se obtiene un		Se obtiene un		Se obtiene una
--	------------------------	--	------------------------	--	-------------------------

Áreas y volúmenes

7. Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras.



Cierre: (15 minutos)

–El docente recoge los exámenes y desarrolla algunos ejercicios.

V. MATERIALES

–Copias, plumón, regla, mota

–Mejía Tamayo, Cecilia (2011) *HIPERVINCULOS MATEMATICA 3º*. Lima: Santillana S. A.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 "SANTA ROSA" de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Fecha	:	10/08/2016
Grado	:	Tercero
Duración	:	2 horas pedagógicas

I. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Elementos básicos de la geometría"

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio▪ Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y los planos

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.
- El docente les muestra la situación significativa presentada en el **anexo 1: *Las calles de Colorinche***
- Los estudiantes en forma individual realizan la actividad hasta el punto "*Desarrolla tu plan*"
- El docente invita a los estudiantes a compartir sus resultados.

Desarrollo: (60 minutos)

- El docente hace un repaso general de las nociones principales de la geometría plana, sus elementos fundamentales:
 - Punto, recta y plano
 - Ángulo
- Se da una definición de la geometría como rama importante de la matemática (Anexo 2)
-

GEOMETRÍA

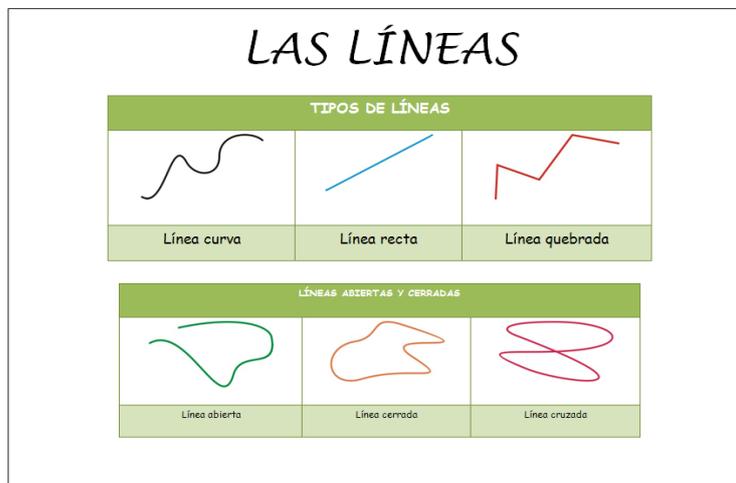
Geometría (del griego *geo*, “tierra”; *metrein*, “medir”), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio.

La **GEOMETRÍA** es la ciencia que se preocupa de la forma y extensión de los objetos; no se preocupa de las demás propiedades (ejemplo: el color)

El punto

El punto es el elemento mínimo de la geometría, no tiene ni ancho, ni largo, ni espesor, por eso se dice que es adimensional, es decir que no tiene dimensiones. El punto indica una posición en el espacio, sin ocupar alguna parte de esto. Si dos puntos ocupan la misma posición se dice que son coincidentes.

–El docente presenta la lámina que representa los diferentes tipos de líneas y su clasificación:



La línea

Un conjunto de puntos puestos en sucesión infinita y continua, forman lo que llamamos línea geométrica. El borde de una hoja, la línea trazada por un niño con un palo en la tierra, la rívera de un río, son ejemplos reales de líneas presentes en nuestros entornos. La línea, en la abstracción de su concepto geométrico, tiene una sola dimensión “el largo”.

–El docente presenta la lámina donde está representada la recta, sus características, sus partes y sus propiedades.

La recta

La recta es una sucesión infinita de puntos en una misma dirección. Es unidimensional ya que se extiende infinitamente a lo largo y a lo ancho. Dada una recta “l”, si marcamos en ella un punto “O”, este divide la recta en dos partes llamadas *semirrectas*.

La semirrecta es la mitad de una recta. Es un conjunto infinito de puntos alineados en una sola dirección que tiene un punto de inicio llamado origen pero no tiene un punto final.

El *segmento* es la parte de la recta limitada por dos puntos llamados extremos.

Es un conjunto de infinitos puntos alineados en una única dirección, que tiene un punto inicial y un punto final.

La recta

La recta es una sucesión infinita de puntos en una misma dirección.

El *segmento* es la parte de la recta limitada por dos puntos llamados extremos.

La *semirrecta* es la mitad de una recta. Tiene un punto de inicio llamado origen pero no tiene un punto final.

POSICIONES DE LAS RECTAS		
<p>Rectas paralelas: son aquellas que no tienen ningún punto en común.</p>	<p>Rectas secantes o incidentes: dos rectas son secantes si tienen un solo punto en común.</p>	<p>Rectas perpendiculares: son rectas incidentes que al encontrarse, forman cuatro ángulos iguales cada uno de ellos es recto (90°).</p>

El plano

El plano es una superficie infinita, formada por infinitos puntos que siguen una misma dirección, es decir, hay rectas que quedan totalmente incluidas en ella.

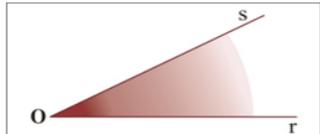
El símbolo del plano es P y para nombrarlo debe estar acompañado, por lo menos de tres puntos.

En geometría la superficie plana que se extiende infinitamente en ambas direcciones se denomina plano geométrico. Es un elemento bidimensional.

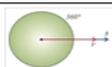
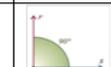
El plano es un conjunto infinito de puntos que se disponen según dos dimensiones.

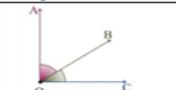
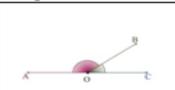
No tiene espesor ni límites. El plano contiene infinitas rectas que son llamadas rectas coplanares.

EL ÁNGULO

	<p><i>Lados:</i> Son dos semirrectas que limitan el ángulo.</p> <p><i>Ángulo:</i> Es la abertura de las semirrectas.</p> <p><i>Vértice:</i> Es el punto común de donde salen las dos semirrectas.</p>
---	---

Clasificación de los ángulos

Ángulo giro	Ángulo llano	Ángulo recto	Ángulo agudo	Ángulo obtuso
				
Mide 360° y corresponde a todo el plano.	Mide 180° y corresponde a la mitad del plano.	Mide 90° y corresponde a la cuarta parte del plano.	Mide menos de un ángulo recto.	Mide más de un ángulo recto.

<p>Ángulos consecutivos</p> 	<p>Ángulos adyacentes</p> 	<p>Ángulos opuestos por el vértice</p> 
<p>Ángulos complementarios</p> 	<p>Ángulos suplementarios</p> 	

El docente presenta la lámina que describe los ángulos y expone el tema:

El ángulo

El ángulo es la porción del plano delimitada por dos semirrectas que tienen el origen en común. A las dos semirrectas se le llama lados del ángulo y al punto de origen vértice.

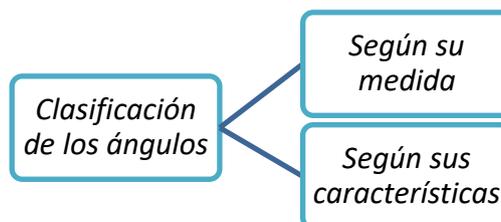
Medida de los ángulos

La unidad de medida de un ángulo es el grado (o), que es la unidad principal del sistema sexagesimal y es $1/360$ de la medida del ángulo de una vuelta.

$1^\circ = 60'$ y $1' = 60''$ luego, $1^\circ = 3600''$

El instrumento que permite medir la amplitud de los ángulos se llama transportador.

Clasificación de los ángulos



Cierre: (15 minutos)

–El docente brinda algunos ejercicios para que los alumnos los desarrollen en la clase.

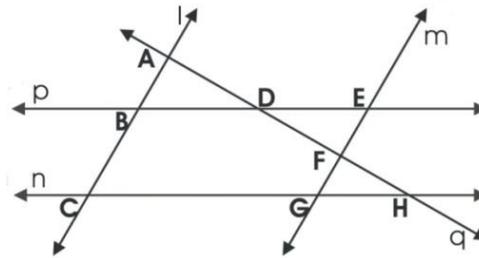
1) Completa las siguientes expresiones:

- a) Se llama ángulo giro cuando mide
- b) Se llama ángulo llano cuando mide
- c) Se llama ángulo recto cuando mide
- d) Se llama ángulo agudo cuando mide
- e) Se llama ángulo obtuso cuando mide

2) Aplica la definición de complemento y suplemento y completa el siguiente cuadro.

ÁNGULO	COMPLEMENTO	SUPLEMENTO
80°	10°	
105°	No existe	75°
40°		
114°		
78°		
20°		
200°		No existe
150°		
45°		

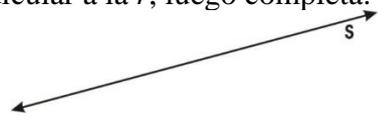
3) Observa la figura y responde:



- a) ¿Cuáles son las rectas paralelas?
- b) ¿Cuáles son las rectas secantes?
- c) ¿Cuál es el punto de intersección de las rectas l y q?
- d) ¿Cuáles son los puntos consecutivos de la recta p? ¿y de la recta n?
- e) ¿Cuántos segmentos en total se cuentan en la recta m?

TAREA A TRABAJAR EN CASA

1. Dada la rectas, traza una recta *r* paralela a *s*, otra recta *b* secante a *s*, otra recta *c* perpendicular a la recta *s* y otra recta *d* perpendicular a la *r*, luego completa.
 - a. Las rectas *r* y *b* son.....
 - b. Las rectas *c* y *d* son.....
 - c. Las rectas *b* y *d* son.....
 - d. Las rectas *r* y *c* son.....
 - e. Las rectas *b* y *c* son.....



2. Completa la siguiente tabla relativa a los ángulos:

AMPLITUD	DENOMINACIÓN
35°	agudo
110°	
85°	
140°	
360°	
90°	

MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

–Plumón, mota, pizarra láminas.

–Mejía Tamayo, Cecilia (2011) *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3º*. Lima: Santillana S. A.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 "SANTA ROSA" de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	19/08/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Aprendiendo con el dibujo técnico"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio▪ Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y los planos

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase:
hacer, por medio del taller del dibujo técnico, un repaso general de las nociones principales de la geometría plana de sus elementos, presentados en la clase anterior
 - Punto, recta y plano
 - Ángulo
- El docente muestra el taller de dibujo técnico presentado en el **anexo 1** con el que trabajará en la clase.

Desarrollo: (70 minutos)

- El docente explica a los alumnos que la clase se realizará haciendo dibujos de líneas paralelas, secantes y ángulos de distintas medidas, con las cuales, los estudiantes, aprenderán contenidos geométricos.
- El profesor explica a los estudiantes sobre las técnicas de uso de los útiles de dibujo, las dos reglas, las medidas de sus ángulos, las diferentes formas de uso.
Esta mañana nuestra clase lo realizaremos haciendo dibujos, con dos tipos de escuadras.
La primera tiene la forma de un triángulo rectángulo isósceles que forma

dos ángulos de 45°. El segundo es la mitad de un triángulo equilátero, es decir un triángulo rectángulo que tiene los ángulos agudos de 30° y 60°.

En uno de los catetos, ambas reglas, tienen una escala milimétrica que puede ser usada para medir la longitud de trazos, la distancia entre dos puntos etc.

En el otro cateto y en la hipotenusa tienen una moldura que sirve como guía para desplazar una regla respecto a la otra.

Por medio de estas dos reglas o escuadras, podemos trazar líneas horizontales, verticales u oblicuas, paralelas o perpendiculares. Podemos trazar ángulos de 30°, 45°, 60°, 90° y muchos más a través de sus combinaciones.

–El docente entrega los materiales para trabajar en la clase (juego de reglas y copias).

–El docente guía paso a paso el taller explicando la relación entre conceptos geométricos y su representación gráfica.

Trazamos líneas paralelas equidistantes (1 cm).

¿Qué quiere decir líneas rectas paralelas?

¿Qué es una recta?

En nuestros dibujos o representaciones gráficas, ¿podemos representar una recta entera o representamos sólo una parte de ella?

¿Cómo se llama esta parte?

Ahora trazamos otros segmentos para representar gráficamente ángulos de diferentes medidas, para esto utilizamos las dos reglas de manera adecuada por cada ángulo que vamos a trazar.

¿Qué es un ángulo?

¿Cuáles son sus elementos?

¿Cómo se miden los ángulos?

¿Cuándo se dice que un ángulo es agudo o es obtuso?

–Los estudiantes en forma individual realizan la actividad en una hoja entregada por el docente (Lámina 2).

–El docente y los estudiantes realizan algunos ejercicios sobre los ángulos: con el uso de las reglas dibujan los siguientes ángulos en tu cuaderno, luego determina, cuando es posible, el valor de su complemento y de su suplemento.

30°	15°	45°
75°	105°	135°
150°	60°	120°

Cierre: (5 minutos)

–El profesor les deja como tarea una copia de ejercicios sobre lo que se ha desarrollado en la clase.

TAREA A TRABAJAR EN CASA

Los estudiantes realizan la lámina 1 “Líneas paralelas verticales y horizontales”

V. MATERIALES

–Láminas, copias, reglas (escuadra y cartabón), lápiz, borrador.

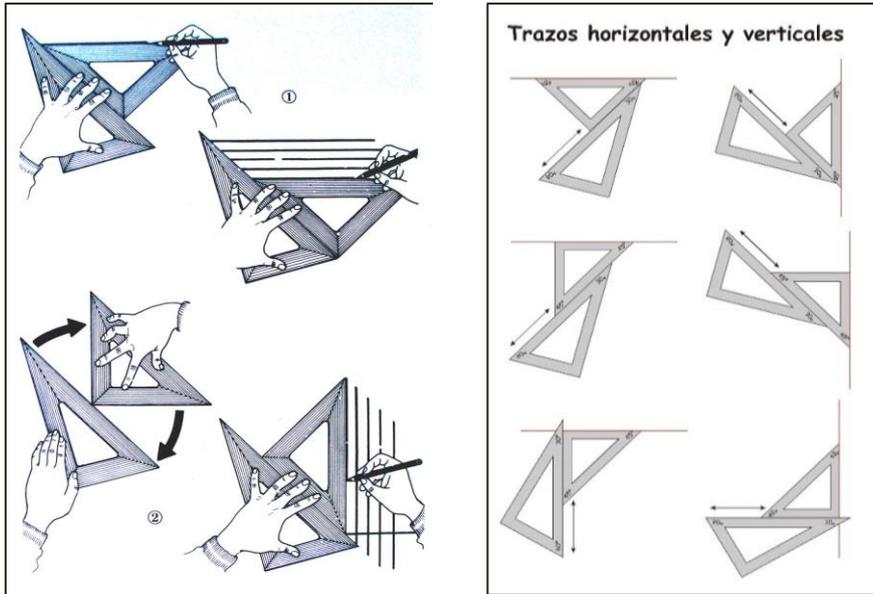
–*Mejía Tamayo, Cecilia (2011) HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3°. Lima: Santillana S. A.*

Anexo 1:

El joven arquitecto: ¡Aprendemos a dibujar!

Primeras construcciones: PARALELAS con las escuadras.

Las rectas paralelas NUNCA se cortan. Para empezar construiremos paralelas con la escuadra y el cartabón. Mira atentamente el gráfico donde se explica cómo utilizar las reglas para hacer paralelas horizontales y verticales.



Con el uso exclusivo de las dos escuadras la de 45° y la de 60°-30°, se pueden trazar una multitud de ángulos componiendo y descomponiendo los tres ángulos fundamentales 60°, 30°, 45°.

Para hacer esto observa la imagen:

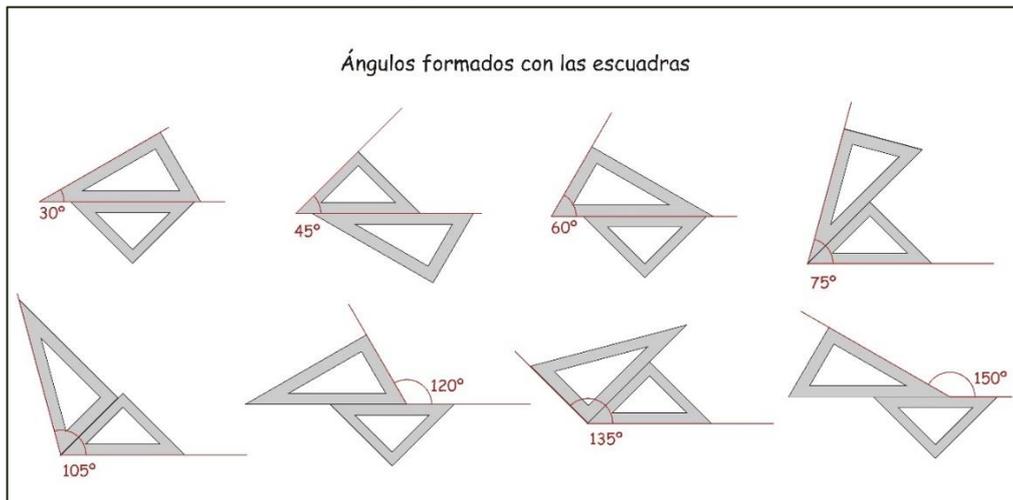
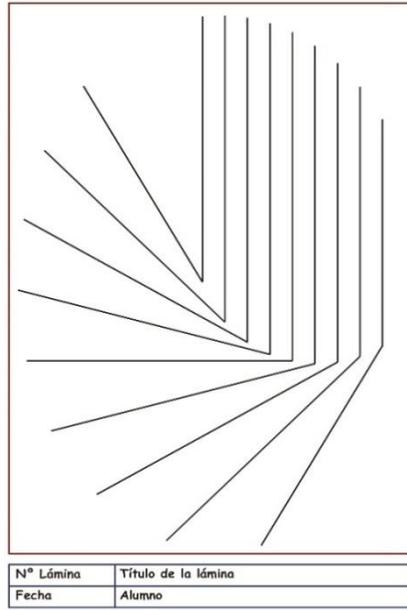
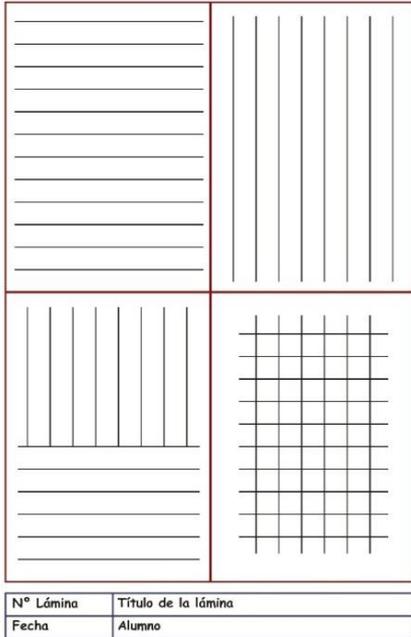


Lámina 1

Lámina 2



Anexo2:

1) Marca con un aspa (X) si es verdadero (V) o falso (F).	(V)	(F)
a) La recta no tiene principio ni fin, es un conjunto infinito de puntos alineados.		
b) El plano es limitado en sus dimensiones y tiene espesor.		
c) Dos rectas son perpendiculares si forman entre si un ángulo de 180°.		
d) dos rectas son secantes si tienen un solo punto en común.		
e) El plano es conjunto infinito de puntos que se disponen según dos dimensiones.		
f) El rayo es un subconjunto de una recta que tiene un punto de origen y no un fin.		
g) Un segmento es un rayo que no tiene un punto de origen.		

- 2) Mide cada segmento con tu regla. Ubica el punto medio y traza una recta perpendicular a dicho segmento que pasa por el punto medio.

A B

C D

F G

G H

EL ÁNGULO

4) ¿Qué es el ángulo?

5) ¿Con qué sistema de medida expresamos los ángulos?

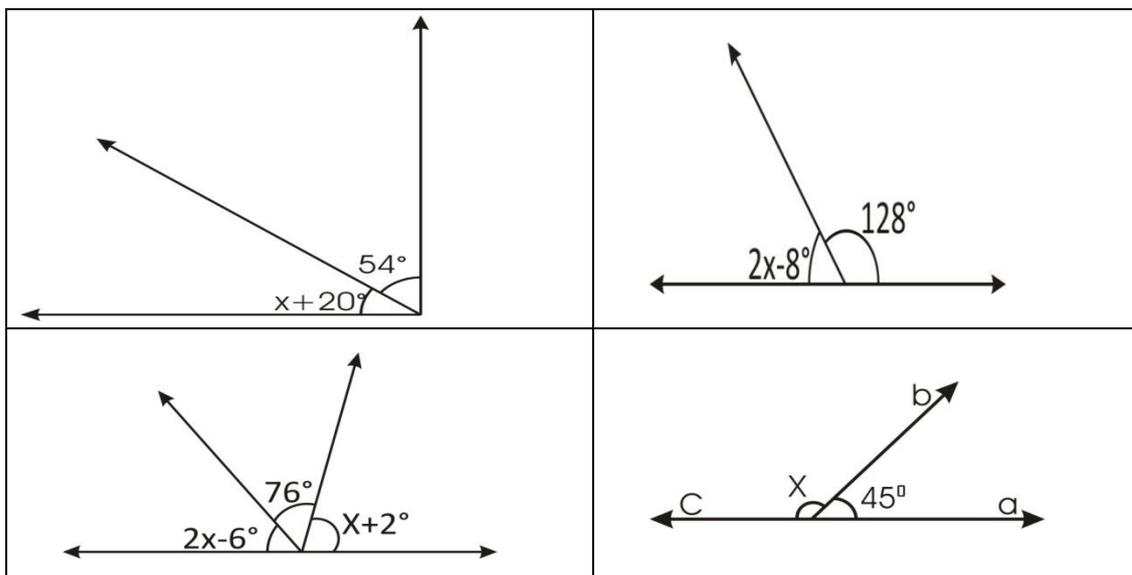
6) Calcula el ángulo complementario de cada uno de los siguientes ángulos:

- a. 20°
- b. 40°
- c. 30°
- d. 50°
- e. 45°
- f. 75°

7) Calcula el ángulo suplementario de cada uno de los siguientes ángulos

- a. 120°
- b. 130°
- c. 140°
- d. 160°
- e. 135°
- f. 165°

8) Calcula el valor de x en cada caso:



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 "SANTA ROSA" de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	23/08/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Reconociendo los polígonos"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none">Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano.
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none">Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio.Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y los planos.

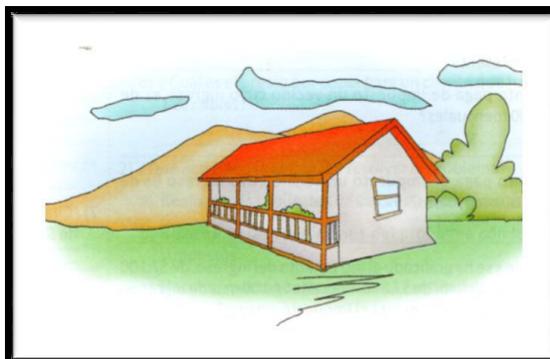
IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

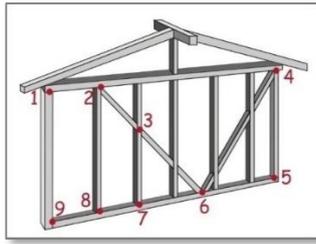
Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.
- El docente recoge la tarea de la clase anterior sobre las líneas paralelas verticales y horizontales.
- El docente presenta la siguiente situación significativa (anexo 1).

Construcciones de madera

La madera es un material de construcción que se caracteriza por su resistencia, dureza, rigidez y densidad. Con este material pueden construirse cabañas casas prefabricadas y demás obras. También se puede dar lugar a construcciones de diseños prácticos y económicos, esto debido a los diseños técnicos que hacen el uso de la geometría. Por ejemplo en la figura se muestra la estructura simétrica de la cara lateral de casita de madera en la que podrás reconocer formas y objetos geométricos.





- Reconoce las figuras geométricas que se obtienen al unir los siguientes puntos:

Serie de puntos	Figura geométrica
4;5;6
4;6;2
1;2;8;9
2;3;7;8
1;2;3;7;9

¿Qué relación puedes encontrar entre las figuras 6; 2; 8 y 6; 3; 7?

– Los estudiantes reconocen algunas figuras planas de la copia.

Desarrollo: (65 minutos)

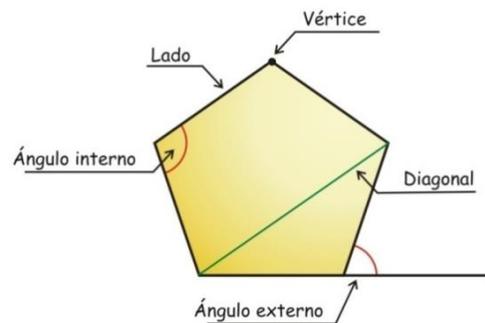
– El profesor explica a los estudiantes los polígonos.

LOS POLÍGONOS

El polígono es aquella región del plano delimitada por una línea quebrada, cerrada y no intersecada.

Elementos de un polígono

- **Lados:** Son los segmentos que limitan al polígono.
- **Vértices:** Son los puntos donde se encuentran dos lados.
- **Diagonales:** Son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.
- **Ángulos interiores:** Son los determinados por dos lados consecutivos.
- **Ángulos exteriores:** Son los determinados por un lado del polígono y la prolongación de su consecutivo.



Clasificación de los polígonos:

En base al número de lados:

3	4	5	6	7	8
Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octágono

En base a la medida de sus ángulos		Según la longitud de sus lados	
Convexos	Cóncavos	Regulares	Irregulares
			
Todos sus ángulos internos miden menos que 180° .	A lo menos un ángulo interno mide más que 180° .	Tiene misma longitud de lados y misma medida de ángulos, es decir que todos sus lados y todos sus ángulos son congruentes.	Cuando en una figura geométrica al menos uno de sus lados o ángulos es diferente de los demás.

Suma de los ángulos interiores de un polígono

La suma de los ángulos interiores de un polígono cualquiera es igual a 180° multiplicado por el número de lados que tiene el polígono menos dos.

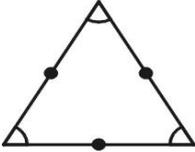
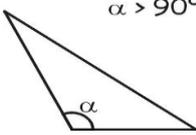
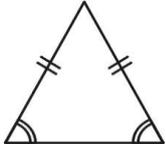
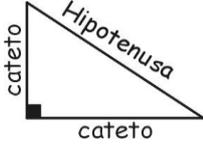
$$S_i = 180^\circ \times (n - 2)$$

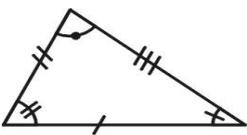
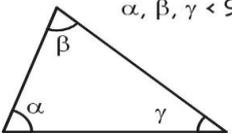
–El docente guía paso a paso el taller explicando la relación entre conceptos geométricos y su representación gráfica.

UN TRIÁNGULO

Es la porción del plano limitada por tres segmentos consecutivos, que forman una línea quebrada cerrada. Es el polígono más sencillo que se puede construir.

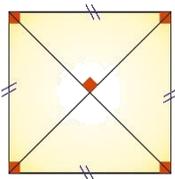
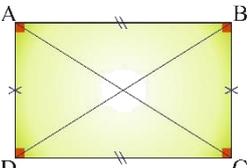
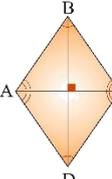
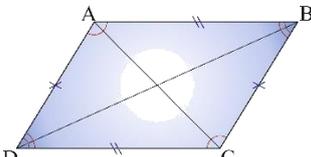
Clasificación de triángulos

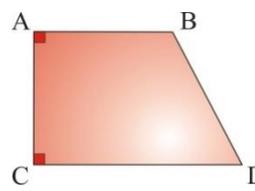
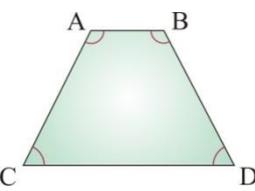
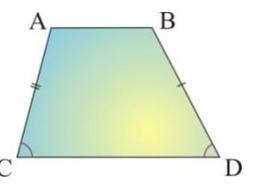
Equilátero		Tiene tres lados congruentes y tres ángulos internos. Cada uno mide 60° .	Obtusángulo		Tiene un ángulo interno que mide más de 90° .
Isósceles		Tiene dos lados congruentes y el tercero diferente; consecuentemente tiene ángulos congruentes y uno diferente.	Rectángulo		Tiene uno de sus ángulos recto y los otros dos agudos.

Escaleno		Tiene los tres lados no congruentes y así también sus ángulos no son congruentes.	Acutángulo		Tiene los tres ángulos internos agudos.
-----------------	---	---	-------------------	--	---

Otros polígonos: los cuadriláteros

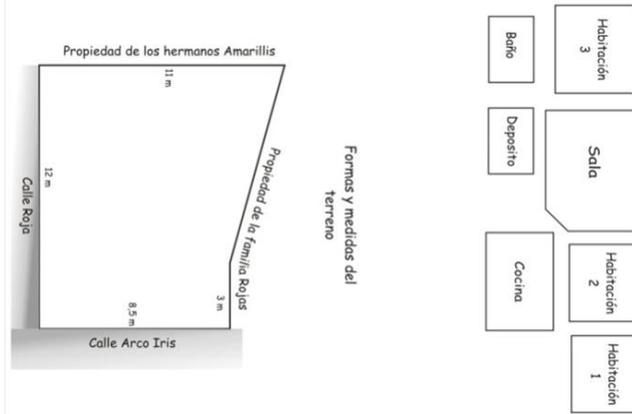
Los cuadriláteros son los polígonos que tienen cuatro lados y cuatro ángulos.
 Los paralelogramos: son los cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos.

CUADRADO	RECTÁNGULO	ROMBO	ROMBOIDE
			
Todos los lados congruentes y los ángulos rectos.	Los lados congruentes de dos en dos, base y altura. Los ángulos todos rectos	Todos los lados congruentes y los ángulos congruentes de dos en dos.	Los lados congruentes de dos en dos, y los ángulos congruentes de dos en dos.

Trapezios			Trapezoides
Rectángulo	Isósceles	Escaleno	
			No tienen lados paralelos.
Uno de sus lados es perpendicular a las dos bases. Tiene dos ángulos internos rectos.	Sus lados son congruentes y los ángulos internos forman dos parejas congruentes	Sus lados son diferentes y oblicuos.	

–El docente presenta la siguiente actividad:
 Cada estudiante debe cortar y ubicar cada una de las habitaciones en el terreno, las habitaciones deben estar ubicadas organizadamente y cada habitación debe

tener su puerta y ventana. Ya sea la cocina, los cuartos, el baño.
Después de haber ubicado cada cuarto en su lugar deben sacar el área y el perímetro del total del terreno y de todas las habitaciones (baño, cocina, habitación 1, habitación 2, habitación 3, depósito).



Cierre: (15 minutos)

El profesor les hace algunas preguntas sobre los polígonos.

V. MATERIALES

- Copia, láminas, plumón, mota, reglas.
- Mejía Tamayo, Cecilia (2011) *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3º*. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, Cecilia, *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 2º*. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, Cecilia, *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 1º*. Lima: Santillana S. A.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 5

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 “SANTA ROSA” de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	01/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“Dibujando los polígonos”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Comunica y representa ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> Formula ejemplos de posiciones en el espacio de dos rectas, dos planos y de una recta y un plano
	Elabora y usa estrategias	<ul style="list-style-type: none"> Identifica y representa las posiciones de rectas y planos en el espacio Analiza condiciones dadas de un gráfico para determinar las posiciones de las rectas y los planos

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

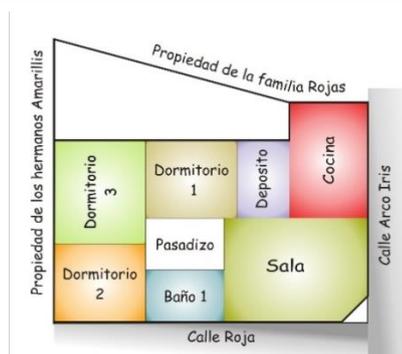
- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.
- El docente revisa la tarea de la clase anterior “Mi primer proyecto”. Se presenta una lámina con la solución del ejercicio y se calculan las diferentes superficies.

- El docente hace un repaso sobre los polígonos.

¿Qué es un polígono?

Es la unión de los segmentos llamados lados del polígono.

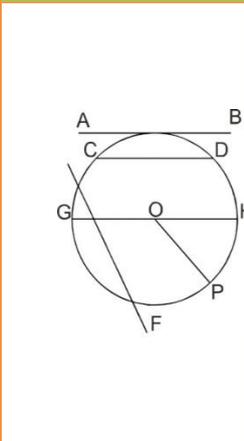
¿Cuáles son los elementos del polígono?



Desarrollo: (60 minutos)

- El docente muestra la siguiente lámina para introducir el tema:

LOS ELEMENTOS DE UNA CIRCUNFERENCIA



- HP
-
- CD.....
-
- GH.....
-
- OP.....
-
- EF.....
-
- AB.....
-

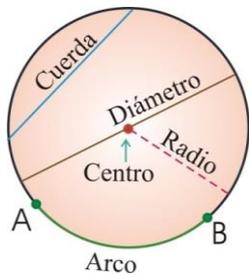
–El docente desarrolla el tema: “*Circunferencia y círculo*”.

La *circunferencia* es una especial línea curva cerrada, caracterizada por dos elementos:

El *centro de la circunferencia* y el *radio*.

La **circunferencia** es la línea curva formada por todos los puntos equidistantes de un punto **O** llamado **centro de la circunferencia**.

El **círculo** es la porción del plano constituida por la circunferencia y todos los puntos que ella encierra.



Radio: segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.

Cuerda: segmento que une dos puntos de la circunferencia.

Diámetro: segmento que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro. Es la cuerda máxima.

Arco: porción de la circunferencia comprendida entre dos puntos.

Flecha: segmento perpendicular a una cuerda en su punto medio.

Longitud de circunferencia

La longitud o perímetro de la circunferencia es igual al producto de su diámetro por el valor de π . $LO = \pi \cdot d$

Áreas del círculo

Se ha visto que el área de los polígonos regulares es igual al semi-producto del perímetro por la apotema.

$$\text{Área del polígono regular} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

Cuanto más crece el número de lados, tanto más el polígono regular aproxima el círculo; el perímetro aproxima la circunferencia y el apotema el radio. Así el área del círculo será igual al semi-producto del radio por la longitud de la

circunferencia.

$$\text{Área del círculo} = \frac{\text{circunferencia} \times \text{radio}}{2}$$
$$A = \pi r^2$$

–El docente presenta una conexión entre la circunferencia y la construcción gráfica de los polígonos regulares proponiendo la actividad del anexo 1. La lamina tienen cuatro cuadros, y en cada una de esos cuadros se elaborara una figura geométrica.

1. Se realiza el dibujo del triángulo.
2. Se realiza el dibujo del cuadrado.
3. Se dibuja el hexágono.
4. Se dibuja el octagonal.

Paso a realizar

Para el primer polígono, triángulo:

- Trazamos una línea recta en el cual se pondrá un punto P.
- Se pone el compás en el punto P y se traza un arco secante a la línea de construcción, marcando así el punto Q.
- Luego con la misma abertura del punto Q, trazamos un arco que pasará por el punto P, que intersectará al otro arco en un punto T.
- Teniendo los tres vértices del triángulo equilátero. Por último unimos los puntos con un trazo.

Para el segundo polígono, el cuadrado:

- Construimos un sistema de ejes perpendiculares, se hace los puntos P y Q.
- Se trazan dos arcos de circunferencia, luego se unen los puntos T y R trazando una línea perpendicular.
- Trazando una circunferencia de centro "O" determinamos los cuatro vértices del cuadrado A; B; C y D. Y unimos los puntos.

Para el tercer polígono, el hexágono:

- Se traza una circunferencia de centro "O" y se determinan los puntos P y Q, de los puntos P y Q, se trazan dos arcos de circunferencia pasantes por "O".
- Se unen los puntos de intersección entre la circunferencia, la línea horizontal y los arcos de centro P y Q.

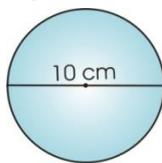
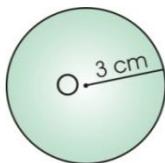
Para el cuarto polígono, es el octágono.

- De la misma manera podemos construir el octágono regular, a partir de una línea horizontal y el uso del compás y de las reglas.
- El octágono regular es un polígono caracterizado por ocho lados iguales y para su construcción seguimos los pasos de la construcción del cuadrado, repitiéndolo varias veces.

Cierre: (15 minutos)

–El docente resuelve algunos ejercicios sobre la circunferencia y el círculo.

- 1) calcula el área de los siguientes círculos:



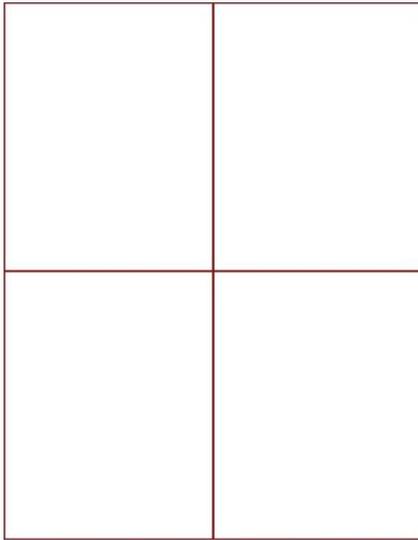
V. MATERIALES

- Láminas, copias, plumón, mota, regla.
- Mejía Tamayo, Cecilia (2011) *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3º*. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, Cecilia, *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 2º*. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, Cecilia, *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 1º*. Lima: Santillana S. A.

TAREA PARA LA CASA

Los estudiantes terminan la reconstrucción de los polígonos de la lámina.

Anexo 1



Nº Lámina	Título de la lámina
Fecha	Alumno

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 6

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 "SANTA ROSA" de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	02/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"El espacio"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Matematiza situaciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica las posiciones de dos rectas en el espacio. ▪ Analiza un gráfico para determinar las posiciones de dos rectas en el espacio. ▪ Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio. ▪ Analiza un gráfico para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio. ▪ Identifica un ángulo diedro. ▪ Discrimina ángulos diedros y ángulos poliedros.
	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Representa gráficamente las posiciones de rectas y planos en el espacio. ▪ Representa gráficamente los ángulos diedros y poliedros para expresar y complementar datos.
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aplica definiciones para determinar las posiciones de rectas y planos en el espacio.

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.
- Repaso sobre las clases anteriores sobre *las rectas paralelas, perpendiculares y secantes.*
- ¿Cuándo se dice rectas paralelas, perpendiculares y secantes?
- El docente da a conocer la siguiente actividad, para poder observar la

construcción del edificio y la que está en construcción.(anexo 1)
 –El profesor plantea algunas preguntas referidos a las dos imágenes observadas para que los estudiantes responden.

Desarrollo: (60 minutos)

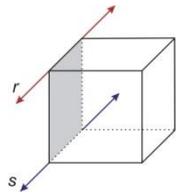
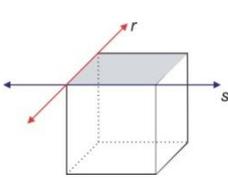
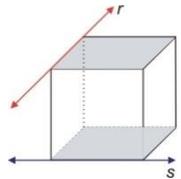
EL ESPACIO

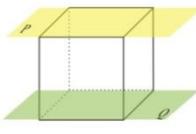
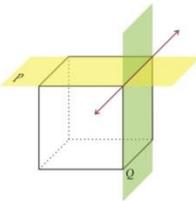
El espacio es el conjunto de todos los puntos; es la región tridimensional en que situamos todos los cuerpos y todos los movimientos.

Elementos geométricos en el espacio

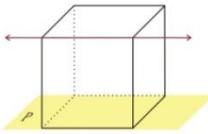
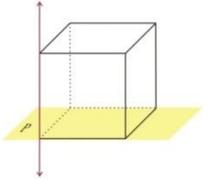
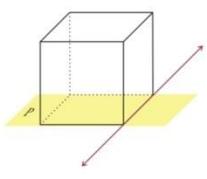
En geometría se habla constantemente de planos, rectas, puntos y ángulos. Estos elementos geométricos surgen de la observación de la realidad. Así, por ejemplo, el tablero de una mesa nos da la idea de un plano; un cable tenso entre dos postes nos da la idea de recta; la marca que deja la punta de un lápiz nos da la idea de punto y la abertura entre las agujas de un reloj nos da la idea de ángulo.

Posiciones de rectas y planos en el espacio

	Rectas paralelas	Rectas secantes	Rectas alabeadas
Posiciones de dos rectas.			
	<i>Están en el mismo plano y no tienen ningún punto en común</i>	<i>Están en el mismo plano y tienen un punto en común</i>	<i>Están en distintos planos y no tienen ningún punto en común</i>

	Planos paralelos	Planos secantes
Posiciones de dos planos.		

Posiciones de una	Recta paralela a un plano	Recta secante a un plano	Recta contenida en un plano
-------------------	---------------------------	--------------------------	-----------------------------

recta y un plano.			
	Cuando la intersección entre la recta y el plano es nula.	Cuando la recta y el plano tienen un solo punto en común.	Cuando todos sus puntos de la recta pertenecen al plano.

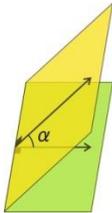
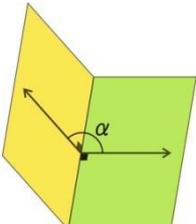
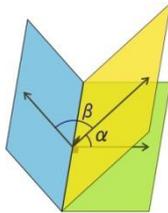
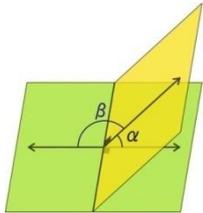
–El profesor explica que desarrollen las preguntas de la misma actividad presentada, aplicando los conceptos de las posiciones de rectas y planos en el espacio (anexo 1).

Ángulos en el espacio

Ángulo diedro

Un ángulo diedro es la porción del espacio delimitada por dos semiplanos que tienen una recta en común. Los semiplanos son las caras del diedro y la recta común es su arista.

Algunos tipos de ángulos diedros son:

Diedro agudo	Diedro obtuso	Diedros complementarios	Diedros suplementarios
			
$\alpha < 90^\circ$	$\alpha > 90^\circ$	$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\alpha + \beta = 180^\circ$

Un ángulo diedro es **convexo** si es menor que un llano y en caso contrario se dice que es **cóncavo**.

Ángulo poliedro

Un ángulo poliedro es la porción del espacio limitado por tres o más planos que tienen un punto en común llamado vértice. Cada uno de estos planos forma una cara del ángulo poliedro.

En general, se llama *ángulo poliedro* la parte del espacio limitado por tres o más planos que se cortan sucesivamente según rectas que concurren en un mismo punto llamado *vértice*.

Elementos:

Vértice: es el punto común de los ángulos planos.

Caras: son los ángulos de los planos.

Aristas: son los lados de los ángulos planos, cada arista pertenece a dos caras.

Diedros: son los ángulos que forman los planos de dos caras contiguas.

Cierre: (15 minutos)

–El docente les entrega una copia, para que puedan terminar de hacer la tarea de la clase anterior.

V. MATERIALES

–Láminas, Copia, Plumón, Mota. Regla.

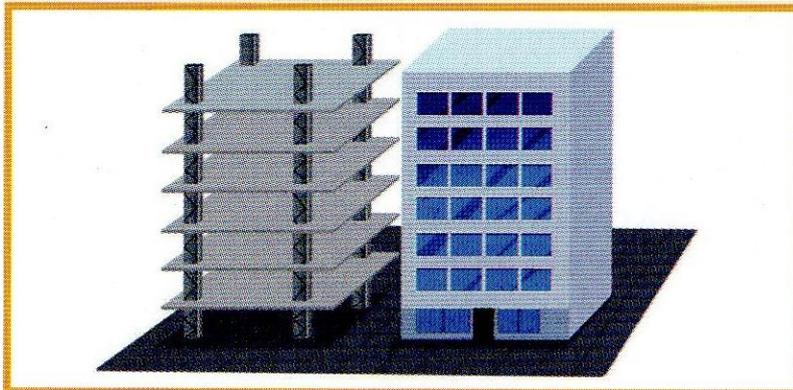
–Mejía Tamayo, Cecilia (2011) *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3º*. Lima: Santillana S. A.

–Mejía Tamayo, Cecilia (2011) *HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 4º*. Lima: Santillana S. A.

–Proyecto encuentros matemáticas 2º

JOVEN ARQUITECTO: ¿CONOCIENDO EL ESPACIO!

Las figuras geométricas como el punto, la recta y el plano son abstractas pero muchos de los objetos que se encuentren a nuestro alrededor nos dan una idea de cómo son estas figuras. En la ilustración se muestra un edificio construido y otro en construcción.



1. Identifica y señala:

- a) Rectas paralelas.
- b) Planos paralelos
- c) Planos secantes
- d) Recta perpendicular a un plano
- e) Recta y plano secantes

2. Lee y responde:

a) ¿Cuántos puntos como mínimo se necesitan para determinar una recta?

b) ¿Cuántos puntos como mínimo se necesitan para determinar un plano?

c) ¿Cuántas rectas paralelas como mínimo se necesitan para determinar un plano?

d) ¿Qué relación hay entre dos planos que son perpendiculares a una misma recta?

e) ¿Cuántos planos pueden contener a una recta?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 7

I. DATOS INFORMATIVOS

Unidad de Gestión Educativa	: CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	: N° 86378 “SANTA ROSA” de Uchusquillo
Área	: Matemática
Fecha	: 08/09/2016
Grado	: Tercero
Duración	: 2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“Los poliedros”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Matematiza situaciones</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Identifica los elementos de un poliedro.▪ Distingue los tipos de poliedros y comprueba la fórmula de Euler▪ Relaciona un poliedro con el desarrolla correspondiente▪ Reconoce y expresa las diferencias entre poliedros cóncavos y convexos
	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Expresa de forma gráfica y simbólica cuerpos basados en prismas y cuerpos de revolución
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Calcula la medida de ángulos diedros y poliedros.▪ Aplica la fórmula de Euler para determinar el número de elementos de un poliedro

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

–El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.

En nuestro quehacer diario frecuentemente nos encontramos con sólidos geométricos, ya que vivimos en un mundo de tres dimensiones : una caja de zapatos, una caja de panetón, un ladrillo, una pelota de futbol, un cono señalizador, un edificio un tanque de agua, una lata de leche, un envase para concentrado de frutas, un lápiz entre otros.

Estos sólidos geométricos están limitados por superficies que pueden ser planas o curvas. La combinación de estos dos tipos de superficie muchas veces resulta interesante desde el punto de vista artístico como en la arquitectura.

–El profesor junto con los estudiantes salen a la calle a reconocer los poliedros (**actividad 1**).

En este primer ejercicio los alumnos van a observar las formas geométricas tridimensionales que tienen las estructuras de las casas, escuelas, iglesias sean antiguas o nuevas.

Se explora el entorno próximo, infraestructura de la I. E, plaza... por medio de hechos se reconocen y describen los cuerpos observados.

–Resolver el cuestionario a partir de las observaciones realizadas en la calle:

¿Qué tipos de sólidos has podido observar al salir a la plaza?

¿En qué parte de la calle? Describe.

¿Cuántos tipos de sólidos has podido observar?

Describe las características que tienen los sólidos que has mencionado.

Representa los sólidos que has identificado y conceptualiza sus características.

¿Cuáles son los elementos?

¿Qué diferencias encuentras entre las figuras sólidas que has observado?

¿Cuáles son los sólidos más usados en estas construcciones?

Representa todos los sólidos que conoces.

Desarrollo: (60 minutos)

LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

Los cuerpos geométricos son objetos tridimensionales, es decir, tienen tres dimensiones: ancho, largo y alto. Según si las superficies que las limitan sean todas planas o algunas curvas, se clasifican en poliedros y cuerpos redondos respectivamente.

Se denomina un sólido geométrico a todo cuerpo que ocupa un lugar en el espacio. Cuando las superficies que lo limitan resultan ser planas, se dice que el sólido es un poliedro.

Entre los poliedros podemos encontrar los prismas y las pirámides.

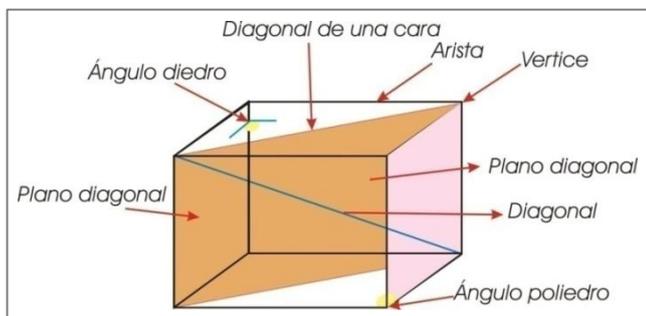
Los principales cuerpos redondos son los sólidos de rotación: el cilindro, el cono y la esfera.

POLIEDROS

Un poliedro es un cuerpo geométrico tridimensional cuyas caras son polígonos. El significado de “poli” es mucho y de “edro” es cara, por tanto poliedro significa muchas caras.

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico que está limitado por cuatro o más polígonos.

En un poliedro podemos distinguir los siguientes *elementos*:



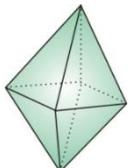
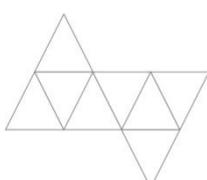
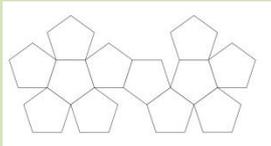
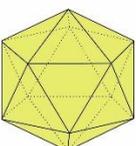
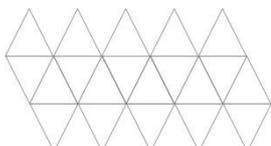
- **Caras:** son los polígonos que forman el poliedro.
- **Aristas:** son los segmentos en los que se intersecan (cortan) las caras.
- **Vértices:** son los puntos donde se intersecan las aristas.
- **Diagonal:** son los segmentos de rectas que unen dos vértices situados en caras no consecutivas.
- **Ángulo diedro:** formado por la intersección de dos rectas.
- **Ángulo poliedro:** es la región del espacio limitada por tres o más planos que se intersecan dos a dos.

POLIEDROS REGULARES

En un poliedro regular, todas las caras son polígonos regulares iguales. Se llama regular, cuando las caras son polígonos regulares iguales y los ángulos poliedros tienen el mismo número de caras.

Un poliedro es el cuerpo limitado por polígonos llamados caras. Solo existen **cinco poliedros regulares**, es decir, que todas sus caras son polígonos regulares iguales. Un poliedro es regular si sus caras son polígonos regulares congruentes. Estos polígonos son:

Nombres y descripción	Figuras	Desarrollo de su superficie	Elementos		
			CARA	ARISTA	VÉRTICE
Tetraedro: tiene cuatro caras que son triángulos equiláteros.			4	6	4
Hexaedro o cubo: se encuentra limitado por			6	12	8

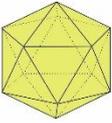
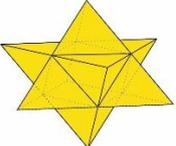
<i>seis cuadrados.</i>					
Octaedro: <i>tiene ocho caras que son triángulos equiláteros.</i>			8	12	6
Dodecaedro: <i>tiene doce caras que son pentágonos regulares.</i>			12	30	20
Icosaedro: <i>tiene veinte caras que son triángulos equiláteros.</i>			20	30	12

En un poliedro regular, todas las caras son polígonos regulares iguales.

Se dice **poliedro convexo** cuando el plano al cual pertenece cada una de las caras deja al poliedro en un mismo semiplano.

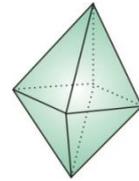
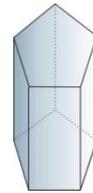
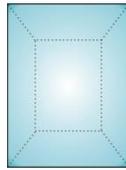
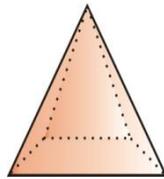
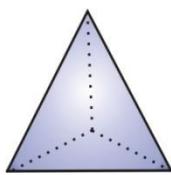
Se dice **poliedro cóncavo** cuando al menos uno de los planos correspondientes a cualquiera de las caras del poliedro atraviesa el poliedro mismo.

Los poliedros pueden ser **convexos** o **cóncavos**. Es convexo si todos los ángulos diedros son convexos. Basta con que uno de ellos sea mayor que un llano para que el poliedro sea cóncavo.

Poliedro convexo	Poliedro cóncavo
	

Los poliedros tienen su nombre según el número de caras que poseen. El número mínimo de caras es **cuatro**.

Entre el número de caras, de aristas y de vértices existe una relación que se puede descubrir fácilmente observando la siguiente tabla:

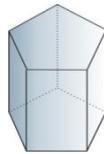


En los poliedros convexos se cumple la relación, llamada *fórmula de Euler*, que relaciona el número de caras (C), vértices (V) y aristas (A):

Donde C: número de caras, V: número de vértices y A: número de aristas del prisma.

Vemos, en el ejemplo, como se cumple la relación de Euler.

Prisma de base pentagonal:



$$C = 7; V = 10; A = 15$$

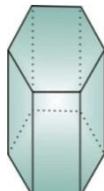
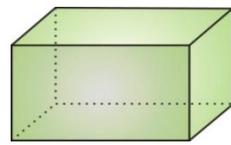
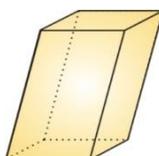
$$C + V = A + 2$$

$$7 + 10 = 15 + 2$$

PRISMAS

Los prismas son poliedros que tienen dos caras iguales y paralelas entre sí, llamadas bases, y las demás caras son paralelogramos y se llaman caras laterales.

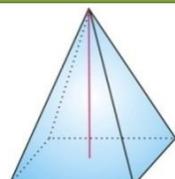
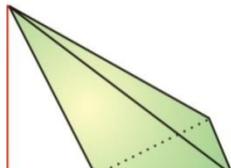
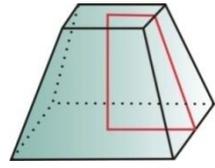
Algunos prismas comunes son:

PRISM RECTO	PARALELEPÍPEDO	PRISMA OBLICUO
		

PIRÁMIDES

Las pirámides son poliedros que tienen por base un polígono cualquiera y sus caras laterales son triángulos que concurren en un punto común llamado vértice de la pirámide.

Algunas pirámides y sólidos relacionados son:

Pirámide recta	Pirámide oblicua	Tronco de pirámide
		

Cierre: (15 minutos)

- El docente entrega a los estudiantes una copia de ejercicios para desarrollar (ejercicio 1).
- Completa la tabla : (trabajo 1)

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

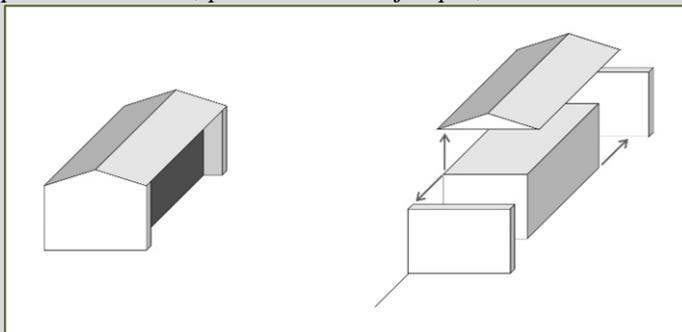
- Plumón, mota, pizarra, papelógrafo
- Mejía Tamayo, Cecilia (2011) HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 3°. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, Cecilia, HIPERVÍNCULOS MATEMÁTICA 2°. Lima: Santillana S. A.

ACTIVIDAD 1

El joven arquitecto: ¡Miro a mi alrededor!

Reconozco los elementos de la geometría del espacio en los elementos arquitectónicos de mi pueblo

Los elementos arquitectónicos de mi pueblo como la iglesia, el municipio, la escuela, las casas son el resultado de combinaciones de elementos geométricos tridimensionales. Una casa típica de los pueblos andinos, para hacer un ejemplo, es el resultado de la combinación de diferentes poliedros:

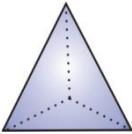
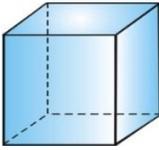
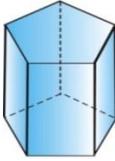
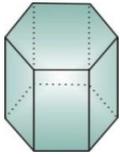


Como se ve en el ejemplo la casa se puede descomponer en tres prismas a base rectangular (paralelepípedos) y en un prisma a base triangular.

Ahora vamos a buscar los cuerpos geométricos que nos rodean, observando los edificios y casas de nuestro pueblo y completando el cuadro.

DIBUJO	TIPO	DONDE LO VEO	DESCRIPCIÓN
Realiza acá un bosquejo del edificio que estas observando.			

Trabajo 1

Figura				
Nombre del poliedro	Tetraedro	Exaedro o cubo	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal
Número de aristas				
Número de vértices				
Número de caras				

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 8

I. DATOS INFORMATIVOS

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 "SANTA ROSA" de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	09/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"LOS PRISMAS"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none">Identifica los elementos de un prisma.Analiza las características de los prismas y los clasifica según la forma de sus bases
	Comunica y representa ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none">Representa formas bidimensionales considerando propiedades y relaciones métricas
	Elabora y usa estrategias	<ul style="list-style-type: none">Halla el área y volumen de un prismaAplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un prisma
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none">Halla el área y el volumen de un poliedro descomponiendo formas geométricas cuyas medidas son conocidas, con recursos gráficos y otros

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

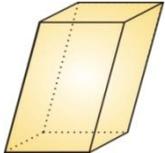
–El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.

Supongamos que contamos con muchas paredes de formas paralelogramicas de modo que podamos darle al techo y al piso la forma que quisiéramos. Puede ser que en ambas bases. Aparezcan... pentágonos, hexágonos, octágonos o los polígonos que tú quieras; resulta que sea cualquiera; la forma poligonal de las bases, Las paredes siempre serán paralelogramos. Estos poliedros reciben el nombre de prismas.

Desarrollo: (60 minutos)

PRISMAS

Los prismas son poliedros que tienen dos caras iguales y paralelas entre sí, llamadas bases, y las demás caras son paralelogramos y se llaman caras laterales. Algunos prismas comunes son:

PRISMA RECTO	PARALELEPÍPEDO	PRISMA OBLICUO
		

Un prisma es un poliedro que tiene por base dos polígonos congruentes y paralelos entre sí, y por caras laterales, paralelogramos.

Se dice prismas a los poliedros que tienen dos caras congruentes pertenecientes a planos paralelos y las otras constituidas por paralelogramos.

Las caras puestas paralelamente se llaman bases **del prisma**, mientras los paralelogramos laterales se llaman **caras laterales** del prisma.

ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS DEL PRISMA

Los elementos de un prisma son:

Bases: son dos polígonos iguales situados en planos paralelos.

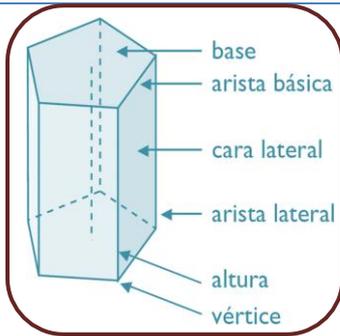
Caras laterales: son paralelogramos.

Aristas básicas: son los lados de las caras laterales.

Vértices: son los puntos donde concurren tres aristas.

Altura: es la distancia entre las dos bases.

Apotema de la base: es el segmento que une el centro de la base con el punto medio de uno de sus lados.



Cuando en los prismas rectos los polígonos de las bases son polígonos regulares se llaman **prismas regulares**, y cuando las bases son polígonos cualquiera se denominan **prismas irregulares**. Si la base de un prisma tiene n lados, el número de vértices es $2 \cdot n$, el número de aristas es $3 \cdot n$ y el número de caras es $n + 2$.

CLASIFICACIÓN DE LOS PRISMAS.

1. Por la inclinación de las caras laterales

respecto a las bases:

- *Prisma recto*: cuando las aristas laterales son perpendiculares a las bases.
- *Prisma oblicuo*: cuando las aristas no son perpendiculares a las bases.

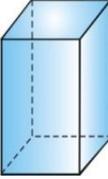
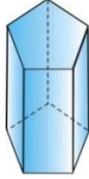
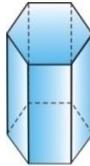
2. Por las características de las bases

- *Prisma regular*: es el prisma recto cuyas bases son polígonos regulares congruentes.
- *Paralelepípedo*: es el prisma cuyas bases son *paralelogramos congruentes*.
- *En el prisma recto*, la altura es igual a las aristas laterales, Las caras laterales son rectángulos.
- Un prisma se denomina habitualmente de acuerdo con la forma de sus bases.
- Si las bases de un prisma son triángulos, el prisma es triangular.

CLASIFICACIÓN

Un prisma será triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, etc.; según sus bases sean triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, etc., respectivamente.

Los prismas se diferencian y se nombran según el polígono de su base.

<i>Prisma triangular</i>	<i>Prisma cuadrangular</i>	<i>Prisma pentagonal</i>	<i>Prisma hexagonal</i>
			
Base: 3 lados	Base: 4 lados	Base: 5 lados	Base: 6 lados

- *El profesor explica a los estudiantes que los prismas también son los paralelepípedos (recto y oblicuo) y el cubo.*
- *El profesor introduce el tema de las áreas y volumen del prisma*

ÁREAS DEL PRISMA

El desarrollo de un prisma regular, está compuesto por un rectángulo, formado por las caras laterales; y dos polígonos que son las bases. Uno de los lados del

rectángulo es el perímetro de la base y el otro lado es la altura.

El desarrollo de un prisma regular nos permite calcular su área

El área lateral de un prisma es la suma de las áreas de las caras laterales.

$$A_{\text{lateral}} = P_{\text{base}} \cdot \text{Altura}$$

El área total de un prisma es la suma del área lateral y las áreas de las dos bases.

$$A_{\text{total}} = P_{\text{base}} \cdot \text{Altura} + 2 \cdot A_{\text{base}}$$

Área lateral	Área de las bases	Área total
$A_L = P_B \cdot h$	$A_B = P_B \cdot a \cdot /2$	$A_t = A_L + 2A_B$

VOLUMEN DEL PRISMA

El volumen de un prisma es la medida de la porción de espacio que ocupa.

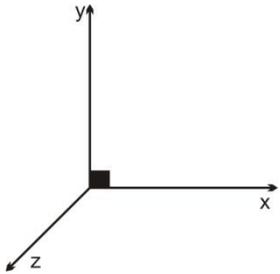
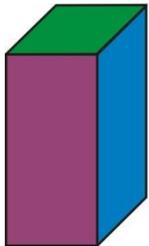
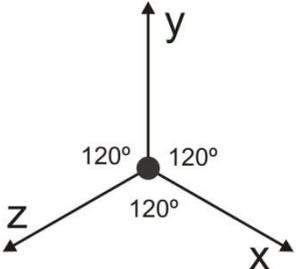
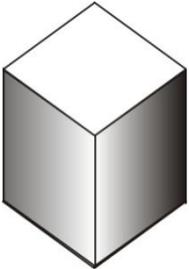
El volumen de un prisma es igual al producto del área de su base por su altura.

$$V_{\text{PRISMA}} = A_{\text{base}} \cdot \text{altura}$$

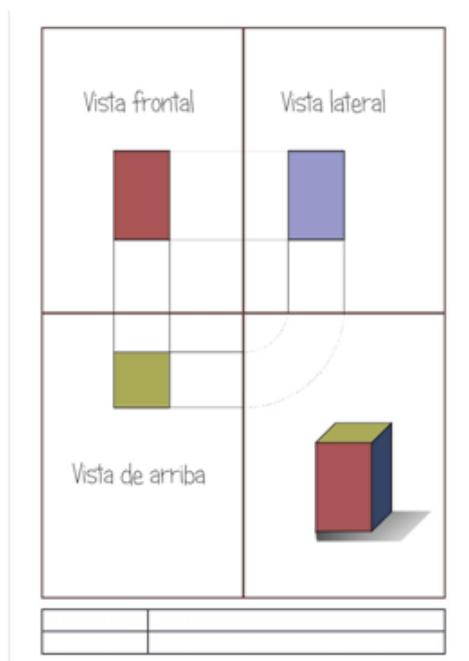
- El profesor presenta la siguiente actividad “Mi primer proyecto” con la finalidad de que el estudiante visualice, relacione e interprete los cuerpos tridimensionales.
- El docente hace una introducción sobre como representar en un plano los cuerpos tridimensionales.

No es posible contener en un plano un cuerpo sólido, solo se puede contener una representación gráfica.

Los arquitectos utilizan diferentes técnicas de dibujo técnico para realizar las representaciones de figuras geométricas. Hoy con el uso de computadoras y softwares gráficos se han alcanzado niveles asombrosos y extraordinarios, pero todo empieza desde la antigüedad con la necesidad de representar en el plano cuerpos tridimensionales.

		<p>Se mantienen la medida en los ejes ortogonales y se divide por dos en el eje 45°</p>
		<p>Se mantienen la medida en los tres ejes</p>

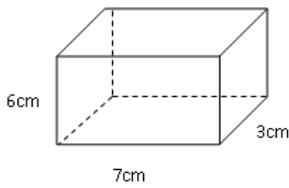
– El docente hace una representación del prisma de base cuadrangular con las tres vistas (frontal lateral y superior).



Cierre: (15 minutos)

– El profesor presenta el siguiente ejercicio para desarrollar el área total y el volumen aplicando las formulas correspondientes.

- 1) Un paralelepípedo es un prisma. Sus dimensiones son 3, 7 y 6 cm. Calcula el área total y el volumen.



Solución:

$$A_B = 7 \cdot 3$$

$$A_B = 21 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = P_{\text{base}} \times \text{Altura} +$$

Solución:

$$V_{\text{PRISMA}} = A_{\text{base}} \cdot \text{altura}$$

$$V_{\text{PRISMA}} = 7 \cdot 3 \cdot 6$$

$$V_{\text{PRISMA}} = 126 \text{ cm}^3$$

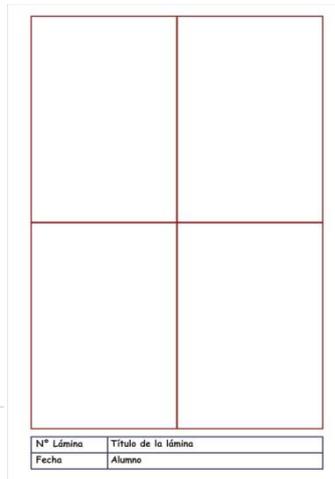
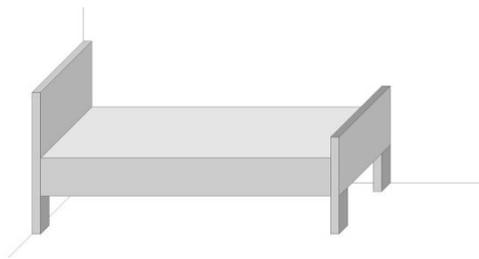
2. A base

$$A_{\text{total}} = 7 \cdot 4 \cdot 6 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 21 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 168 \text{ cm}^2 + 42 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 210 \text{ cm}^2$$

–El docente deja como tarea de realizar las proyecciones en las tres vistas (frontal, lateral y superior) de una cama en la lámina.



V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Plumón, mota, pizarra, papelógrafo
- Mejía Tamayo, Cecilia (2011) HIPERVINCULOS MATEMATICA 3°. Lima: Santillana S. A.
- Mejía Tamayo, Cecilia, HIPERVINCULOS MATEMATICA 2°. Lima: Santillana S. A.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 9

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa	:	N° 86378 “SANTA ROSA” de Uchusquillo
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	13/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“como representar en el plano los cuerpos tridimensionales”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Matematiza situaciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> Discrimina las caras, aristas y vértices de una pirámide.
	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none"> Representa gráficamente un poliedro usando el desarrollo correspondiente Representa gráficamente las pirámides
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none"> Halla el área y volumen de una pirámide Aplica fórmulas para calcular el área lateral, total y el volumen de un tronco de pirámide
	<i>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la clasificación de poliedros con la representación gráfica de su desarrollo Justifica las propiedades de prismas y pirámides

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase.
- El propósito de esta mañana es aprender a representar a representar y solucionar las pirámides*
- El docente presenta la siguiente introducción:
- El docente presenta el tema a desarrollar.

Desarrollo: (60 minutos)

PIRÁMIDES

Una pirámide es un poliedro que tiene como base un polígono cualquiera, y sus caras laterales son triángulos que concurren en un vértice común, que es el vértice de la pirámide.

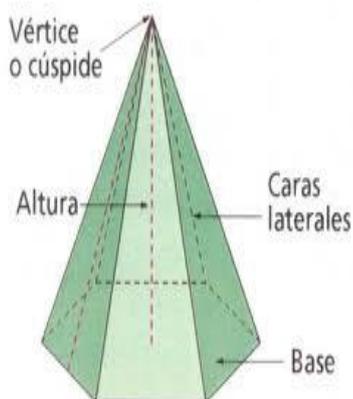
Una pirámide es un poliedro limitado por una sola base y por tres o más caras laterales triangulares con un vértice en común.

Se dice **pirámide** al poliedro en el cual se distingue un polígono de “n” lados, denominado **base** y un cierto número de triángulos denominados **caras laterales**. Los triángulos, que tienen el vértice en común, son tantos cuantos los lados del polígono de base.

El vértice común a los triángulos, que constituyen las caras laterales, se llama **vértice** de la pirámide.

ELEMENTOS DE UNA PIRÁMIDE

Los elementos de una pirámide son:



Base: es un polígono cualquiera.

Caras laterales: son los triángulos que concurren en el vértice.

Aristas básicas: son los lados del polígono de la base.

Aristas laterales: son los lados del polígono de la base.

Vértice o cúspide: es el punto donde concurren las caras laterales.

Apotema de la pirámide: es la altura de una cara lateral.

Aristas laterales: los lados de aquellos

triángulos, salientes del vértice.

Altura de la pirámide: es la distancia del vértice al plano pasante por el polígono de base.

CLASIFICACIÓN DE LAS PIRÁMIDES

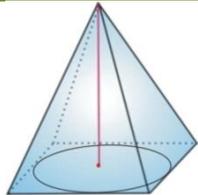
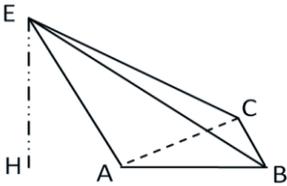
Las pirámides se denominan de 2 modos diferentes; según las **características** del polígono de base, según el número de lados del polígono de la base, y según si son rectas o no.

<i>Numero de lados</i>	<i>Nombre de la pirámide.</i>
3	Pirámide triangular o tetraedro.
4	Pirámide cuadrangular
5	Pirámide pentagonal
6	Pirámide hexagonal
7	Pirámide heptagonal
8	Pirámide octogonal

9	Pirámide eneagonal
10	Pirámide decagonal

Una pirámide es **recta** si todas sus caras laterales son triángulos isósceles. Si no es así, es **oblicua**.

Se llama pirámide **regular** a la pirámide recta que tiene por base un polígono regular. Cuando eso no se cumple, se llama pirámide **irregular**.

PIRÁMIDE RECTO	PIRÁMIDE OBLICUA
	
<p><i>Una pirámide se dice recta cuando el polígono de la base es circunscrito a una circunferencia y el pie de la altura coincide con el centro de la circunferencia.</i></p> <p><i>Todas sus caras laterales son triángulos isósceles y la altura cae sobre el centro del polígono de la base.</i></p>	<p><i>Una pirámide es oblicua cuando algunas de sus caras laterales son triángulos escalenos.</i></p> <p><i>En estos tipos de pirámides, la altura no cae en el centro de la polígona base.</i></p> <p><i>En ciertos casos el pie de la altura de la pirámide puede ser un punto externo al polígono de la base.</i></p>

- El profesor explica el área lateral, total y el volumen de una pirámide.

ÁREA DE UNA PIRÁMIDE

Área lateral	Área de la base	Área total
El área lateral de una pirámide regular es igual a la mitad del perímetro de la base por la apotema de la base por la altura de la cara lateral).	El área de la base de una pirámide es la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema de la base.	El área total de una pirámide es la suma del área lateral más el área de la base.
$A_L = \frac{P_B \cdot Ap}{2}$	$A_B = \text{Área del polígono o base}$	$A_T = A_L + A_B$

Ejemplo:

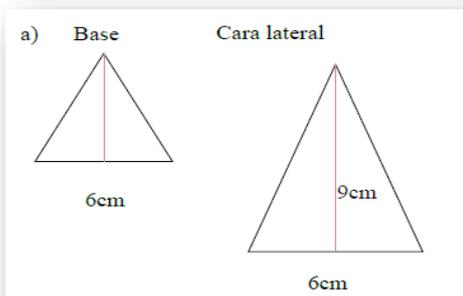
1) En los siguientes casos se dan los polígonos que forman la base y una de las caras laterales de dos pirámides rectas. Calcula el área lateral y total de las pirámides.

$$P_B = 3 \times 6\text{cm} = 18\text{cm}$$

$$A_L = 18 \times 92 = 81\text{cm}^2$$

$$A_B = 62 \cdot \sqrt{34} = 9\sqrt{3}\text{cm}^2$$

$$A_T = 9(9 + 9\sqrt{3}) = 96,69\text{cm}^2.$$



VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE

El volumen de una pirámide es un tercio del producto del área de su base por su altura.

Si llenamos al ras una pirámide con arena y vaciamos el contenido en un prisma de igual base y altura, veremos que hacen falta tres pirámides de arena para llenar el prisma.

El volumen de una pirámide es la tercera parte del producto del área de su base por su altura.

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

Ejemplo 1

1) Las figuras representan tres pirámides rectangulares. Halla el volumen de cada pirámide.

¿Qué sucede con el volumen de la pirámide si las dimensiones se duplican? ¿Y si se triplican?

Solución:

<p>Calculamos el volumen de la pirámide:</p> $\text{Volumen} = \frac{A_B \cdot h}{3}$ $\text{Volumen} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{3}$ $\text{Volumen} = \frac{60}{3} = 20\text{cm}^3$	<p>Calculamos el volumen de la pirámide:</p> $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$ $\text{Volumen} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 10}{3}$ $\text{Volumen} = \frac{480}{3} = 160\text{cm}^3$	<p>Calculamos el volumen de la pirámide:</p> $\text{Volumen} = \frac{A_B \cdot h}{3}$ $\text{Volumen} = \frac{9 \cdot 12 \cdot 15}{3}$ $\text{Volumen} = \frac{1620}{3} = 540\text{cm}^3$

Cierre: (15 minutos)

- El docente presenta una pirámide para calcular el área lateral, total y el volumen (Anexo 1).*
- El docente deja como tarea de hacer una representación frontal, lateral y exterior de un sólido geométrico.*

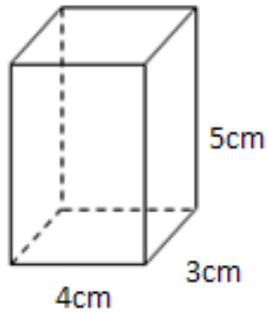
V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Plumón, mota, pizarra, papelógrafo.*

Anexo 1

ÁREA Y VOLUMEN

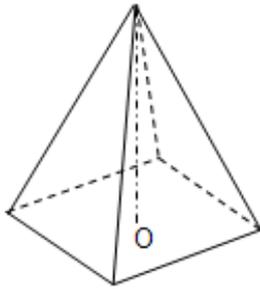
EL PRISMA



1. Midiendo con la regla, dibujar su desarrollo plano.
2. Calcular el área lateral.
3. Calcular el área total.
4. Calcular el volumen.
5. Calcular la diagonal.

LA PIRÁMIDE

Una pirámide cuadrangular regular tiene el perímetro de base de 60cm y la altura de 10cm.



1. Dibujar el desarrollo plano.
2. Calcular el área de la superficie lateral.
3. Calcular el área de la base.
4. Calcular el área total.
5. Calcular el volumen.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 10

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa Pública	:	N° 86378 “SANTA ROSA” DE UCHUSQUILLO
Área	:	MATEMÁTICA
Grado	:	Tercero
Fecha	:	20/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“El cilindro y el cono”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Matematiza situaciones</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Identifica cuerpos de revolución y reconoce las diferencias y semejanzas entre ellos▪ Discrimina entre cilindro, cono y esfera▪ Relaciona un sólido de revolución con su generatriz
	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Explica cómo se generan los cuerpos de revolución.▪ Representa gráficamente los sólidos de revolución.
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	<ul style="list-style-type: none">▪ Formula estrategias de solución de problemas sobre conos▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro▪ Aplica fórmulas para calcular el área lateral, el área total y el volumen de un cono

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente y los estudiantes toman acuerdos sobre las normas de convivencia que se deben cumplir en la clase.

En nuestra vida diaria y en el entorno, observamos muchas cosas, objetos, construcciones, sean en las ciudades o en nuestro alrededor, y vemos estas construcciones de casas, edificios, museos, santuarios, municipios que representan diferentes figuras geométricas, como las formas de un cubo, un paralelepípedo, un prisma, pirámide, entre otros. ¿A parte de ellos habrá otros



–El docente muestra, a los estudiantes diversos envases de productos que tienen forma cilíndrica y recoge los saberes previos de los estudiantes. planteando las siguientes interrogantes:

¿Qué formas tienen estos envases?

Los estudiantes contestan: “Cilíndrica” “circular”, entre otros.

¿Qué formas tienen estos envases?

Los estudiantes contestan: “Cilíndrica” “circular”, entre otros.

¿Qué similitudes y qué diferencias encuentras entre estas figuras y los prismas trabajados en la clase anterior?

Los estudiantes contestan: “Los prismas tienen superficies planas y los tarros, que tienen forma cilíndrica, poseen superficies curvas.

• El docente problematiza a fin de lograr el conflicto cognitivo en los estudiantes:

¿Qué volumen se indica en el empaque?

• El docente mostrando un empaque dice: “Contenido neto 400 ml” = 0,4 litros

¿Cómo podemos verificar que realmente contiene esta cantidad?

• El docente presenta el propósito de la sesión: *identifica los elementos de un cilindro, Calcular el área y el volumen de un cilindro.*

• El docente presenta el tema a desarrollar.: **los sólidos de rotación (el cilindro, cono y esfera).**

Desarrollo: (60 minutos)

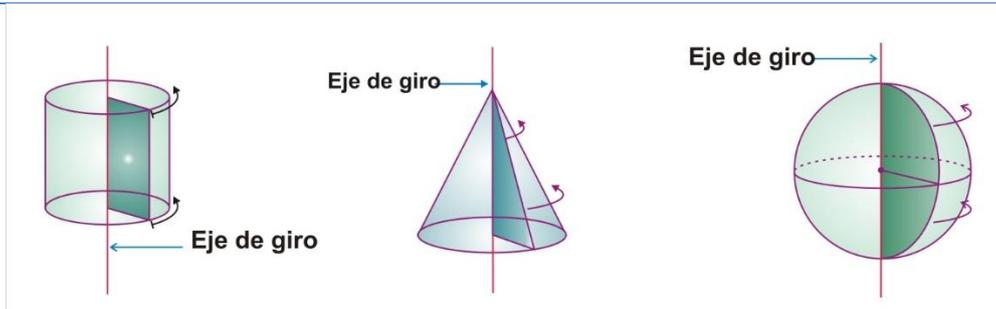
SÓLIDOS DE ROTACIÓN

Se denominan sólidos de rotación a los sólidos generados de una rotación completa de 360° de una figura plana F alrededor de una recta r.

Cuando una figura plana gira alrededor de una recta, llamada eje de giro, se obtiene un cuerpo de revolución.

Se llaman sólidos de rotación a los cuerpos geométricos limitados, parcial o totalmente, por superficies curvas. Los más importantes son el cilindro, el cono y la esfera. Algunos de estos son generados por la rotación de una superficie plana alrededor de un eje.

Los sólidos de rotación más comunes son: el cilindro (fig. a), el cono (fig. b), la esfera (fig. c).



CILINDRO

Es un cuerpo sólido limitado por dos planos paralelos y perpendiculares al eje de la superficie cilíndrica. Las intersecciones de los planos con la superficie son siempre círculos.

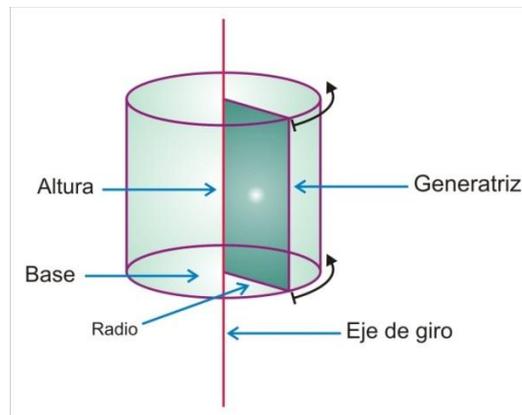
Es una figura geométrica sólida de revolución que se obtiene al rotar un rectángulo alrededor de uno de sus lados que denominaremos eje.

Se denominan sólidos de rotación a los sólidos generados de una rotación completa de 360° de una figura plana F alrededor de una recta r.

CILINDRO RECTO

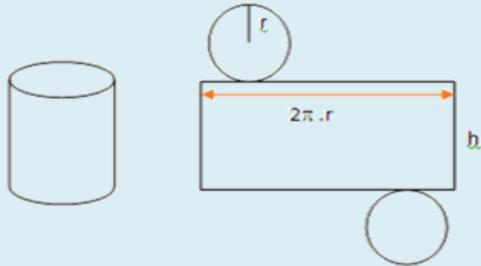
Un cilindro recto se puede considerar engendrado por la rotación de un rectángulo o cuadrado, que gira alrededor de uno de sus lados.

Un cilindro recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. La recta en la que se sitúa el lado sobre el que gira se denomina eje de rotación y el lado paralelo a él es la generatriz.



EL ÁREA DEL CILINDRO

El área lateral de un cilindro circular recto es el área de esa superficie de la figura.



Por tanto:

$$A_{\text{Lateral}} = 2\pi r \cdot h$$

El área total es el área lateral más el área de las de las bases, es decir:

$$A_{\text{Total}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$$

$$A_{\text{Total}} = 2\pi r \cdot (h + r)$$

VOLUMEN DEL CILINDRO

El volumen de un cilindro es un tercio del producto del área de su base por su altura.

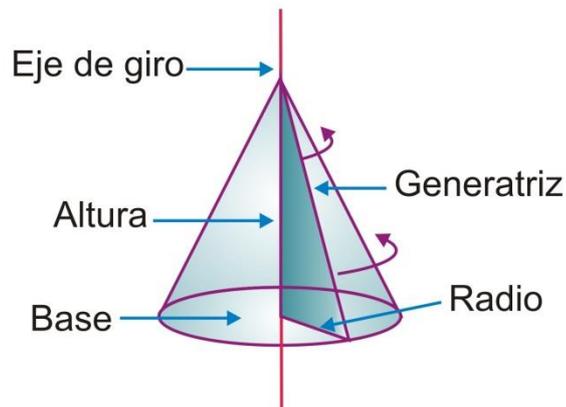
$$V_{\text{Cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot \text{altura} = \pi r^2 h$$

EL CONO

Es el cuerpo sólido que se engendra por revolución de un triángulo rectángulo que gira alrededor de uno de sus catetos (eje); el otro cateto barre una superficie circular que es la base del cuerpo; y la hipotenusa (generatriz) origina la superficie curva (superficie cónica).

CONO RECTO

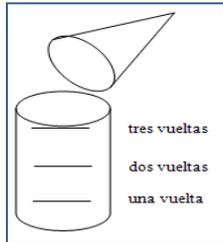
El cono es el cuerpo que se genera al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Su desarrollo plano está compuesto por un sector circular y un círculo. El arco del sector circular tiene una longitud de $2\pi r$, que es la longitud de la circunferencia de la base. En un cono distinguimos la superficie lateral y la base que es un círculo. El punto donde convergen las generatrices es el vértice. La altura del cono recto es la distancia del vértice a la base.



Desarrollo del cono.

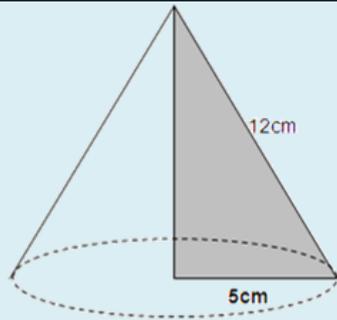
Un cono es un sólido de revolución que se puede desarrollar en el plano.

El desarrollo de su cara lateral es un sector circular y la base es un círculo.
 El radio del sector circular es la generatriz del cono y la longitud de su arco es el perímetro de la base: $2\pi r$, donde r es el radio de ésta.

ÁREA DE UN CONO	VOLUMEN DE UN CONO
<p><i>La medida del área de la superficie lateral de un cono se calcula multiplicando la medida de la circunferencia por la apotema dividido, entre 2.</i></p> $\begin{aligned} \text{Árealateral} &= \frac{2\pi \cdot r \cdot g}{2} \\ &= \pi \cdot r \cdot g \end{aligned}$ <p><i>La medida de la superficie total de un cono se obtiene sumando la medida del área lateral con la medida del área del círculo de base:</i></p> $\begin{aligned} A_{total} &= A_{lateral} + A_{base} \\ A_{total} &= \pi r g + \pi r^2 = \pi r \cdot (g + r) \end{aligned}$	<p>El cono es equivalente a la tercera parte de un cilindro que tiene misma altura y misma base. Por lo tanto recordando la fórmula relativa para el cálculo del volumen del cono.</p> <p><i>El volumen de un cono es un tercio del producto del área de su base por su altura.</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> $V_{Cono} = \frac{1}{3} A_{base} \cdot altura = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

- El profesor presenta el siguiente ejercicio para calcular el área lateral, área total y el volumen de un cono.

Ejercicio 1: Hallar el área lateral y total del cono de la figura.



Solución:

El radio: 5cm

$g = 12\text{cm}$

$$A_{\text{lateral}} = \pi r g$$

$$A_{\text{lateral}} = 3.14 (5) \cdot 12$$

$$A_{\text{lateral}} = 3.14 (60)$$

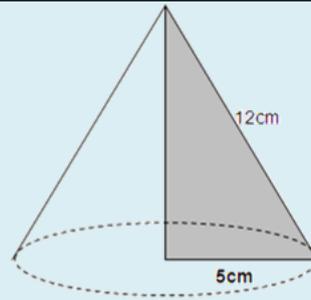
$$A_{\text{lateral}} = 188.4\text{cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = \pi r g + \pi r^2$$

$$A_{\text{total}} = 188.4\text{cm}^2 + 3.14 (5)^2$$

$$A_{\text{total}} = 188.4\text{cm}^2 + 78.5\text{cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = 266.9\text{cm}^2$$



Calculamos la altura aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$12^2 = 5^2 + h^2$$

$$h^2 = 144 - 25$$

$$h = \sqrt{119}$$

$$\text{Volumen del Cono} = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \sqrt{119}$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 25 \cdot \sqrt{119}$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} (3,14) \cdot (272,75)$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{856,435}{3}$$

$$V_{\text{cono}} = 285,48\text{cm}^3$$

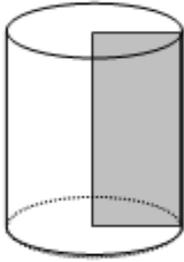
Cierre: (15 minutos)

–El docente y los estudiantes desarrollan algunos ejercicios relacionados al tema(anexo 1).

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

Plumón, mota, pizarra, papelógrafo.

- 1) Un cilindro tiene el radio de la base que mide 3cm. y la altura 7cm.
Calcular el área de la superficie lateral, total y el volumen.



$$A_{\text{lateral}} = C \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

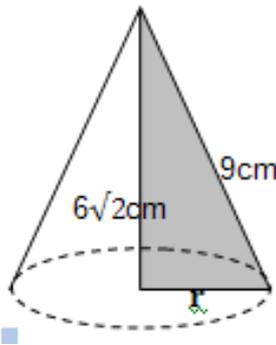
$$A_{\text{lateral}} = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 7 = 42 \pi = 42 (3,14) = 131,88 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_l + 2 \cdot A_b = A_l + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$A_{\text{total}} = 42\pi + 2\pi \cdot 3^2 = 42\pi + 2\pi \cdot 9 = 42\pi + 18\pi = 60\pi = 60 (3,14) = 188,4 \text{ cm}^2$$

- 2) Hallar el área lateral, total y el volumen del cono de la siguiente figura.

Aplicamos el Teorema de Pitágoras:



$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$9^2 = r^2 + (6\sqrt{2})^2$$

$$r^2 = 81 - 72$$

$$r^2 = 9$$

$$r = 3$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 6\sqrt{2}$$

$$V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 9 \cdot 6\sqrt{2}$$

$$V_{\text{cono}} = 3 (3,14) \cdot 6\sqrt{2}$$

$$V_{\text{cono}} = 9,42 (6\sqrt{2})$$

$$V_{\text{cono}} = 79,93 \text{ cm}^3$$

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N°11

I. DATOS INFORMATIVOS.

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa Pública	:	N° 86378 "SANTA ROSA" DE UCHUSQUILLO
Área	:	MATEMÁTICA
Grado	:	Tercero
Fecha	:	27/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"El tronco de cono"

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Matematiza situaciones</i>	▪ <i>Relaciona un sólido de revolución con su generatriz</i>
	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	▪ <i>Explica cómo se generan los cuerpos de revolución</i>
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	▪ <i>Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución</i>
	<i>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</i>	▪ <i>Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz</i>

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes
- El docente y los estudiantes toman acuerdo sobre las normas de convivencia que se deben cumplir durante la clase. (respetar la opinión de los compañeros, atender bien en la clase, etc.)

En nuestro alrededor encontramos y observamos diferentes objetos que representan cuerpos geométricos ya sea en las construcciones arquitectónicas grandes como ya hemos dicho como en las pequeñas, por ejemplo en la alfarería, cerámica, donde se elaboran diversos tipos de utensilios: por ejemplo el vaso, que tenga la forma

- En esta mañana los objetivos que se deben lograr son: identificar la generatriz del tronco de cono, aclarar que la altura es el segmento que une perpendicularmente a las dos bases.
- El docente repasa las nociones tratadas en la presente clase sobre el cono: El cono se genera por la rotación de un triángulo rectángulo respecto a uno de

sus catetos.

Tiene una sola base. Esta es un círculo cuyo radio es igual al segundo cateto.

La superficie lateral del cono es una superficie curva. Si esta la desarrollamos en un plano corresponde a un sector circular cuyo radio es igual a la hipotenusa del triángulo generador.

El área de la base y el área lateral se determinan por medio de las siguientes formulas:

$$\text{Área de la base} = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Área lateral} = \pi \cdot g \cdot r$$

El volumen del cono es igual a la tercera parte del cilindro de igual base e igual altura.

$$\text{Volumen} = \frac{A_b \times h}{3}$$

–El docente muestra a los estudiantes como se genera un cuerpo de revolución:
Hacer girar rápidamente entre las manos un palito en el cual está fijada una figura plana, a modo de banderita.

Rectángulo → cilindro

Triángulo rectángulo → cono

Trapezio → tronco de cono

–El docente presenta el tema a desarrollar y los objetivos que se deben lograr en esta clase: “**El tronco de cono**”.

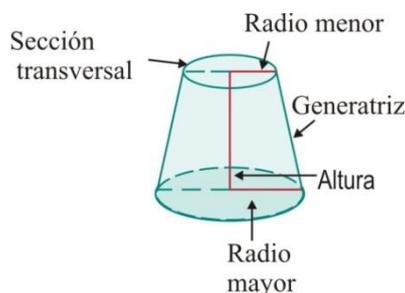
Desarrollo: (60 minutos)

–El docente presenta el tronco de cono a partir de un cono que ha sido intersecado por una sección plana paralela a su base. De esta forma lo divide en dos sólidos, un tronco de cono y un cono de menor altura.

TRONCO DE CONO DE BASES PARALELAS

¿Qué figura plana lo origina? pedir que lo demuestren.

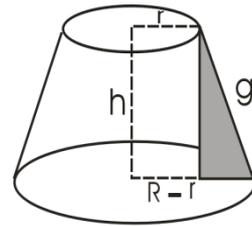
Recalcar que el tronco de cono tiene sus respectivos elementos. Pedir que lo señalen.



Es el sólido que se origina mediante la rotación completa de un trapecio rectángulo alrededor de su altura.

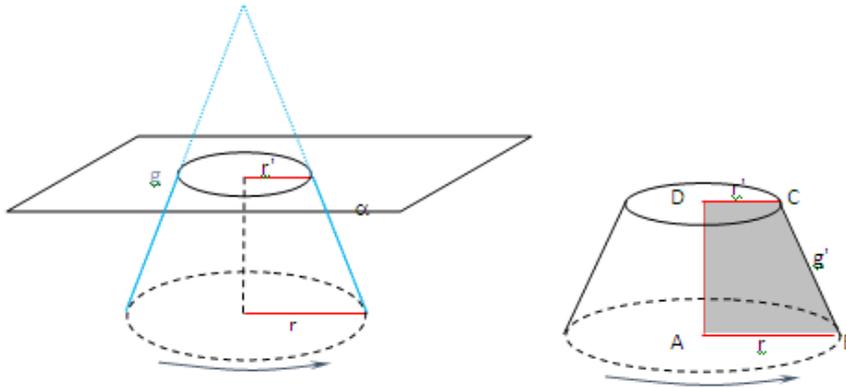
El tronco de cono o cono truncado es el cuerpo geométrico que resulta al cortar un cono por un plano paralelo a la base y separar la parte que contiene al vértice.

La generatriz de un tronco de cono se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo sombreado.



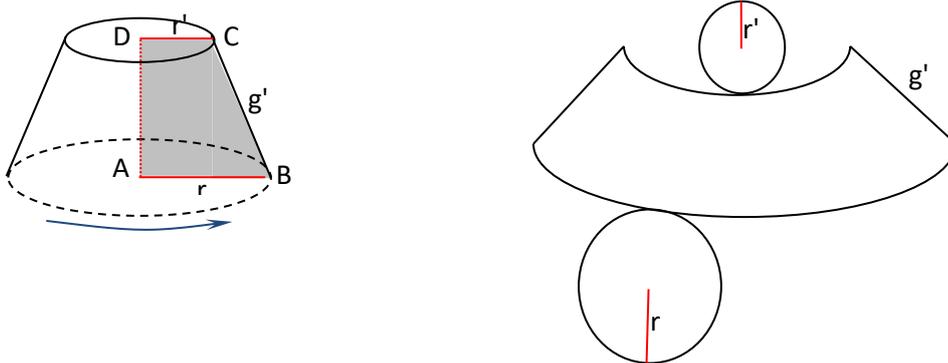
El tronco de cono se obtiene por la rotación de un trapecio rectángulo alrededor de su lado recto.

Al cortar un cono por un plano paralelo a la base, se obtiene otro cono más pequeño que el anterior y un tronco de cono. En este se distinguen como elementos principales los radios de las bases (r y r'), la generatriz (g') y la altura (h') que es la distancia entre las bases.



Es el conjunto de puntos del cono circular recto comprendido entre la base y un plano paralelo a ella.

Los círculos que lo limitan se llaman bases.



Altura es la distancia entre las bases.

Observaciones: el tronco de cono de bases paralelas es el cuerpo geométrico engendrado por la revolución completa de un trapecio rectángulo alrededor de un eje que contiene el lado que forman los ángulos rectos.

Área y volumen del tronco de cono

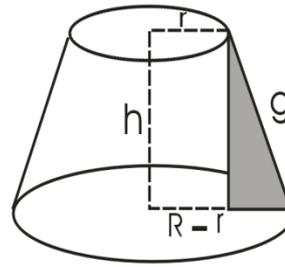
Área lateral de un tronco de cono:
ÁREA LATERAL = $\pi \cdot (R + r) \cdot g$

Área total de un tronco de cono:

$$A_{\text{TOTAL}} = \pi[(r + r') \cdot g' + r^2 + r'^2]$$

Volumen de un tronco de cono:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + r \cdot R)$$



–El profesor presenta el siguiente ejercicio para que los estudiantes apliquen las fórmulas de las áreas y volumen del tronco del cono.

Ejemplo 1: *calcula el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de cono de radios 6 y 2 cm, respectivamente, y de altura de 10 cm.*

• **Tenemos que $r_1 = 6$ y $r_2 = 2$**

$$g = \sqrt{10^2 + (6 - 2)^2} = 10,77 \text{ cm}$$

• **Calculamos el área lateral**

$$AL = \pi \cdot (6 + 2) \cdot 10,77 = 270,69 \text{ cm}^2$$

• **Se calcula el área total del tronco del cono:**

$$AT = 270,69 \text{ cm}^2 + \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 6^2 = 396,35 \text{ cm}^2$$

• **Calculamos el volumen:**

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 10(6^2 + 2^2 + 6 \cdot 2) = 544,54 \text{ cm}^3$$

Cierre: (15 minutos)

Ejercicio: *Calcula el área lateral el área total y el volumen de un tronco de cono de radios 6 y 2 metros, respectivamente y de altura 10 metros.*

–Los estudiantes junto con el docente realizan algunos ejercicios sobre las áreas y volumen de cuerpos geométricos (**anexo 1**).

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

• Plumón, mota, pizarra, papelógrafo.

Anexo 1

TRONCO DEL CONO

1) *Calcular el volumen del tronco de cono, sabiendo la medida r_1 , r_2 de los radios de las bases y la medida h de la altura:*

$r_1 = 3,5 \text{ cm}$	$r_2 = 2 \text{ cm}$	$h = 6 \text{ cm}$
$r_1 = 9 \text{ cm}$	$r_2 = 4,5 \text{ cm}$	$h = 10 \text{ cm}$
$r_1 = 15 \text{ cm}$	$r_2 = 11 \text{ cm}$	$h = 45 \text{ cm}$
$r_1 = 7 \text{ cm}$	$r_2 = 3 \text{ cm}$	$h = 6 \text{ cm}$

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 12

I. DATOS INFORMATIVOS

Unidad de Gestión Educativa	:	CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
Institución Educativa Pública	:	N° 86378 “SANTA ROSA” DE UCHUSQUILLO
Área	:	Matemática
Grado	:	Tercero
Fecha	:	22/09/2016
Duración	:	2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“La esfera”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	<i>Matematiza situaciones</i>	▪ Discrimina entre cilindro, cono y esfera
	<i>Comunica y representa ideas matemáticas</i>	▪ Representa gráficamente los sólidos de revolución
	<i>Elabora y usa estrategias</i>	▪ Halla el área y volumen de un cuerpo de revolución
	<i>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</i>	▪ Relaciona elementos y propiedades de cuerpos de revolución con las propiedades de su generatriz

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes
- El docente y los estudiantes toman acuerdo sobre las normas de convivencia que se deben cumplir durante la clase (respetar la opinión de los compañeros, atender bien en la clase, etc.).
- El docente presenta la siguiente situación: “La forma de nuestro planeta tierra”

En nuestro entorno, observamos construcciones de casa, edificios, museos, santuarios, municipios que representan diferentes figuras geométricas, como las formas de un cubo, un paralelepípedo, un prisma, pirámide, cilindro, el cono. Pero todas estas construcciones están inmersas dentro de un espacio, un espacio de nuestro planeta,

Dicho esto el docente pregunta a los estudiantes:

¿Qué forma tiene nuestro planeta?

¿Entorno a que gira?

¿Conocemos otras figuras similares? ¿Cuáles?

De la misma forma una figura plana al girar alrededor de uno de sus lados genera otros cuerpos denominados cuerpos de revolución o cuerpos redondos.

–El docente presenta el tema a desarrollar y los objetivos que se deben lograr en esta clase: “La esfera”

Desarrollo: (60 minutos)

Superficie esférica

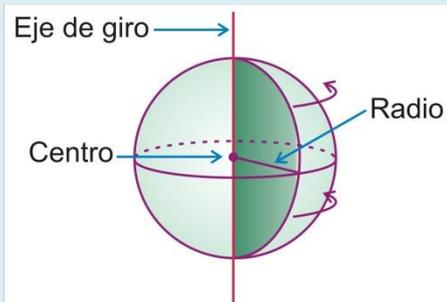
La superficie esférica de revolución es la superficie engendrada por una semicircunferencia que gira alrededor de su diámetro.

Todos los puntos de la superficie esférica equidistan de un punto llamado **centro**.

La distancia desde dicho punto a cualquiera de la superficie esférica se llama **radio**.

La esfera es el conjunto de todos los puntos de la superficie esférica de revolución y todos los interiores a la misma.

Elementos principales de la esfera.



Centro: es el mismo centro del círculo que lo engendra.

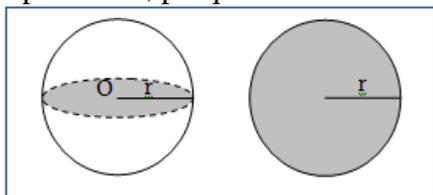
Radio: es la recta que une un punto cualquiera de la superficie esférica con el centro.

Cuerda: es el segmento de recta que une dos puntos cualesquiera de la superficie esférica.

Diámetro: es la mayor cuerda, es la cuerda que pasa por el centro de la esfera, es igual a dos radios.

Observación: Se puede considerar la esfera como el cuerpo geométrico engendrado por la revolución completa de un semicírculo alrededor de un eje que contiene a su diámetro.

Entre todos los sólidos que hemos estudiado, la *esfera* representa un caso particular, porque no admite desarrollo plano de su superficie.

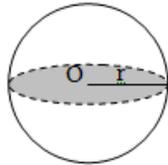


Ha sido demostrado que el área de la superficie esférica es cuatro veces el área del círculo máximo, por eso:

$$\text{Área superficie esférica} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Ejemplo 1:

Calcula el área de la superficie esférica, sabiendo que el radio mide 3cm.



$$\begin{aligned} \text{A superficie esférica} &= 4 \cdot \pi \cdot r^2 \\ \text{A superficie esférica} &= 4 \cdot \pi \cdot 3^2 \\ \text{A superficie esférica} &= 36 (3,14) \\ \text{A superficie esférica} &= 113,04\text{cm}^2 \end{aligned}$$

- El profesor explica los conceptos de las secciones de la superficie esférica (casquete esférico, zona esférica y huso esférico).

Secciones de la superficie esférica

Casquete esférico

Casquete esférico es la parte de la superficie esférica contenida en uno de los semi-espacios determinado por un plano secante.

La superficie esférica cortada por un plano se divide en dos casquetes esféricos, la parte de superficie esférica delimitada por dos planos paralelos se llama zona esférica y la parte de superficie esférica delimitada por dos semiplanos secantes, cuya arista es un diámetro de la esfera, se llama huso esférico.

LA ESFERA

La esfera es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un semicírculo (o un círculo) alrededor del diámetro. La recta en la que se sitúa éste es el eje de revolución y la semicircunferencia la generatriz.

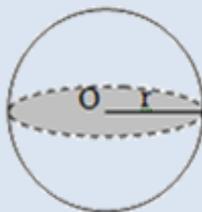
Es el sólido geométrico formado por la rotación de un círculo alrededor de su diámetro. También se considera como el cuerpo generado por un semicírculo al girar una revolución completa alrededor de su diámetro.

Su volumen es:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

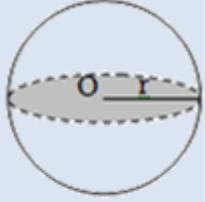
Ejemplo 1: Calcular el volumen de la esfera, sabiendo que el radio mide 6cm.

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \\ V &= \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 \\ V &= 72 \cdot 4 \cdot \pi \\ V &= 288 \pi \\ V &= 48 (3,14) \end{aligned}$$



Ejemplo 2: Calcula el volumen de la esfera sabiendo que el radio mide 3cm

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \\ V &= \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 \\ V &= 9 \cdot 4 \pi \end{aligned}$$

$V = 904,32 \text{ cm}^3$ El volumen de la esfera es 904.32 cm^3.	$V = 36 (3,14) = 113,04 \text{ cm}^3$ El volumen de la esfera es 113,04 cm^3	
---	--	---

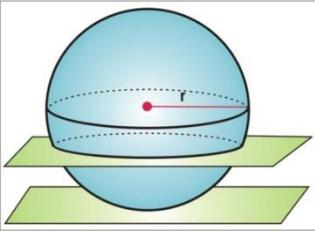
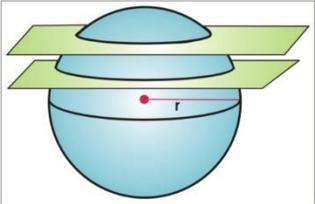
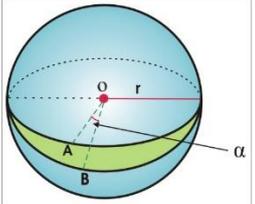
Cierre: (15 minutos)

–El docente hace un repaso sobre la esfera, su generatriz, y sus elementos.

LA ESFERA

La esfera es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un semicírculo (o un círculo) alrededor del diámetro. La recta en la que se sitúa éste es el eje de revolución y la semicircunferencia la generatriz.



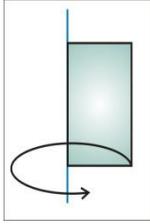
Casquete esférico	Zona esférica	Huso esférico
Es la porción de superficie esférica comprendida entre dos planos paralelos, uno secante y otro tangente.	Es la porción de la superficie esférica comprendida entre dos planos paralelos que la intersecan	Es la porción de superficie esférica comprendida entre dos semicircunferencias máximas
		

V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

Plumones, regla, mota, papelógrafo.

SÓLIDOS DE ROTACIÓN

1) ¿Qué figura del espacio se genera al girar el rectángulo inferior alrededor de su lado derecho?



.....

.....

.....

.....

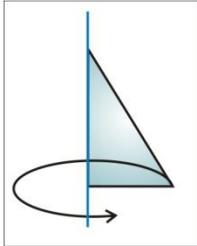
.....

.....

.....

.....

2) ¿Qué figura del espacio se genera al girar el triángulo dibujado abajo alrededor de su altura?



.....

.....

.....

.....

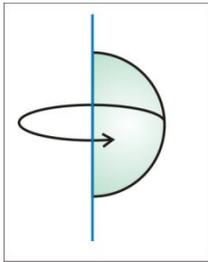
.....

.....

.....

.....

3) ¿Qué figura del espacio se genera al girar el semicírculo alrededor de su diámetro?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 13

I. DATOS INFORMATIVOS

Unidad de Gestión Educativa : CARLOS FERMÍN FITZCARRALD
 Institución Educativa : N° 86378 “SANTA ROSA” DE UCHUSQUILLO
 Área : Matemática
 Grado : Tercero
 Fecha : 04/10/2016
 Duración : 2 horas pedagógicas

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

“DEMUESTRO LO APRENDIDO”

III. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica las posiciones de rectas y planos en el espacio ▪ Identifica los elementos de un poliedro ▪ Relaciona un poliedro y sólido de revolución el desarrollo correspondiente
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Halla el área y volumen de un poliedro

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (15 minutos)

- El docente saluda a los estudiantes y señala el propósito de la sesión de clase:
- El docente entrega el examen del pre-test y da las indicaciones de cómo desarrollar el examen

Desarrollo: (60 minutos)

- Los estudiantes desarrollan el examen respetando las indicaciones del docente.
Examen de post-test “El joven arquitecto”

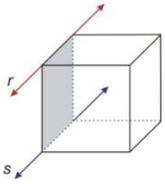
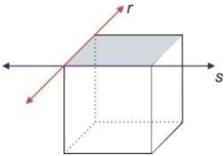
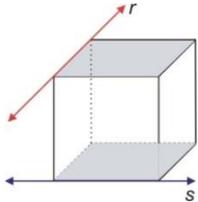
APELLIDOS Y NOMBRES:

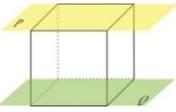
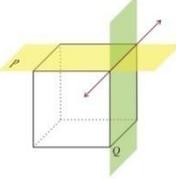
GRADO Y SECCIÓN:

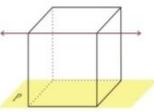
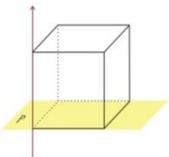
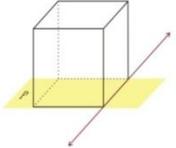
FECHA: _____

Elementos de la geometría en el espacio

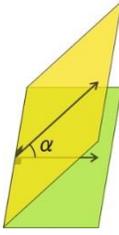
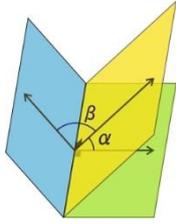
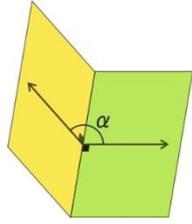
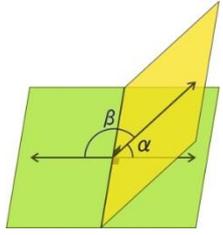
1) *Completa el cuadro describiendo las posiciones de las rectas y de los planos representados en las imágenes.*

<i>Posiciones de dos rectas</i>	Las rectas r y s son entre ellasy	Las rectas r y s son entre ellas y	Las rectas r y s son entre ellas
			

<i>Posiciones de dos planos</i>	Los planos p y q son	Los planos p y q son
		

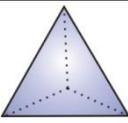
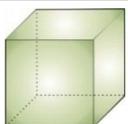
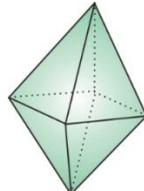
<i>Posiciones de una recta y un plano</i>	La recta representada es al plano p .	La recta representada es al plano p .	La recta representada es al plano p .
			

1. *Observa los ángulos diedros en el espacio representados en el cuadro y completa su descripción.*

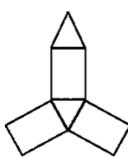
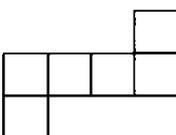
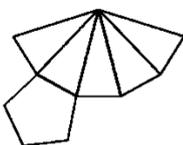
α es un ángulo diedro..... ...	α y β son ángulos diedros	α es un ángulo diedro.....	α y β son ángulos diedros
			
$\alpha < 90^\circ$	$\alpha + \beta = 90^\circ$	$\alpha > 90^\circ$	$\alpha + \beta = 180^\circ$

Los cuerpos geométricos

2. Observa las imágenes y completa el cuadro:

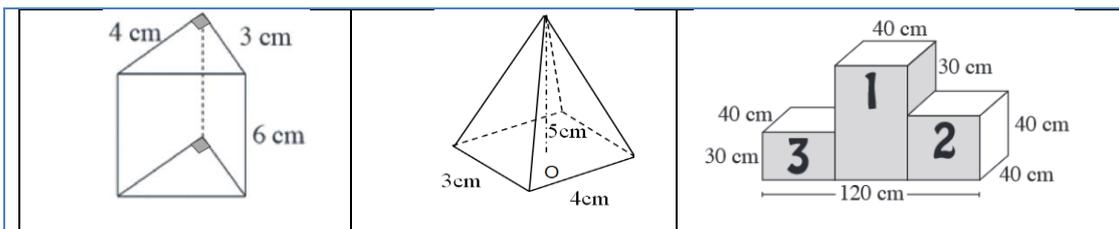
Nombres	figuras	Nº de		
		CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
Tetraedro:				
Hexaedro				
Octaedro:				

3. Observando el desarrollo determina cuales cuerpos geométricos representa

			
.....

Áreas y volúmenes

4. Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras

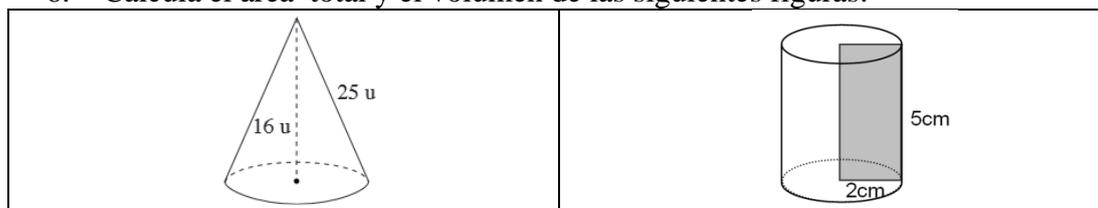


5. Observa la figura generatriz y determina el sólido de rotación que se obtiene

	<p>Se obtiene un</p> <p>.....</p> <p>...</p>		<p>Se obtiene un</p> <p>.....</p> <p>...</p>		<p>Se obtiene una</p> <p>.....</p> <p>...</p>
--	--	--	--	--	---

Áreas y volúmenes

6. Calcula el área total y el volumen de las siguientes figuras:



Cierre: (15 minutos)

El docente recoge los exámenes y desarrolla algunos ejercicios del examen.

V. MATERIALES

Copias, Mota, Plumones y Regla.