INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICO PRIVADO

"DON BOSCO"

D.S. Nº 24-89-ED

Chacas, Asunción, Ancash, Perú

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA

ELABORACIÓN Y APLICACIÓN DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA "*MÚSICA Y FRACCIONES*", BASADA EN EL ENFOQUE DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO, PARA EL APRENDIZAJE DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN EN LOS ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I. E. "SANTA ROSA" DE UCHUSQUILLO, PROVINCIA CARLOS FERMÍN FITZCARRALD, DEPARTAMENTO DE ANCASH, EN EL AÑO ACADÉMICO 2016.

Autores:

ARQUÍNIGO SALAS, Jhonatan Lincoln

AYALA PARI, Nikler

LOPEZ RAMIREZ, Yoler Luis

Asesor:

Mg CUEVA HINOSTROZA César Gastón

Chacas 2017

DEDICATORIA

El presente trabajo lo dedico con cariño a mis padres por haberme enseñado que el tesoro más grande y preciado es la vida, a mis hermanos y a todas las personas queridas quienes me acompañan en la aventura de la vida.

Yoler

Este trabajo lo dedico con mucha estima y cariño a mis padres, mis hermanos, a todas las personas que me han hecho conocer este camino y a mis educadores, que se han preocupado y me han acompañado en mi formación educativa y moral.

Lincoln

Este trabajo de investigación lo dedico a mis queridos padres, quienes me han acompañado con sus consejos en mi formación personal. También de la misma forma lo dedico a todos mis superiores y compañeros con quienes he compartido algunos momentos de alegría y tristeza, con quienes he vivido por varios años.

Nikler

AGRADECIMIENTO

De manera particular agradecemos al P. Hugo De Censi por habernos abierto un camino y la puerta de su casa dándonos la oportunidad de pertenecer a la familia de Don Bosco. Del mismo modo agradecemos a la familia Casavecchia y a nuestros asistentes quienes representan una familia para cada uno de nosotros, que nos han guiado y acompañado en estos años poniéndose en el papel de los padres y hermanos. De la misma forma queremos agradecer a todas las personas queridas quienes nos han acompañado durante estos cinco años en nuestra formación personal.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación establece una relación entre la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones" basada en el enfoque del aprendizaje significativo y el nivel de aprendizaje de la noción de fracciones en los alumnos del primer grado de educación secundaria, en la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, departamento de Ancash, en el año académico 2016.

Este trabajo de investigación está fundamentado en un aprendizaje significativo, en el cual las experiencias del estudiante constituyen un factor importante; es decir, el estudiante logra interrelacionar lo aprendido con los conocimientos previos para llegar a un nuevo contexto de equilibrio. De esta manera el estudiante modifica y enfatiza su estructura cognitiva para alcanzar un aprendizaje significativo.

La estructura cognitiva de los estudiantes se fortalece paso a paso, siguiendo un orden específico a través de etapas secuenciales, promoviendo desde la observación de situaciones reales relacionando a las fracciones, por medio de representaciones gráficas y simbólicas que conducen a un aprendizaje significativo. Además se realizan algunos solfeos, para que la enseñanza de las fracciones sea dinámica y participativa.

El diseño de esta investigación es de tipo pre- experimental, y el proceso práctico es desarrollado en tres etapas: la evaluación del pre-test, la aplicación de la propuesta pedagógica y la evaluación del post-test; aplicado a un grupo experimental

de 11 estudiantes del primer grado, de Educación Secundaria de la Institución Educativa 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo.

Dentro de esta investigación se presentan dos variables. La variable independiente es la aplicación de la propuesta pedagógica “Música y fracciones”, basada en el aprendizaje significativo, conformada por algunos laboratorios matemáticos que estimulan mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones, y la variable dependiente es el aprendizaje de las fracciones que muestra el nivel de capacidad de los estudiantes.

Palabras claves: Música y fracción, aprendizaje significativo, laboratorios matemáticos.

ABSTRACT

The present research work establishes a relationship between the application of the pedagogical proposal "Music and fractions", based on the focus of significant learning and the level of learning of the notion of fractions, in the students of the first grade of secondary education in the Institution Educative "Santa Rosa" of Uchusquillo, province of Carlos Fermin Fitzcarrald, department of Ancash, in the academic year 2016.

This research work is based on meaningful learning, in which the student experiences constitute an important factor; That is, the student achieves to interrelate what has been learned with previous knowledge to reach a new context of equilibrium. In this way the student modifies and emphasizes their cognitive structure to reach a meaningful learning.

The cognitive structure of the students is strengthened step by step, following a specific order through sequential stages, promoting from the observation of real situations relating to the fractions, through graphic and symbolic representations that lead to meaningful learning. Also some sol-fa are made, so that the teaching of fractions be dynamic and participatory.

The design of this research is of a pre-experimental type, and the practical process is developed in three stages: the evaluation of the pre-test, the application of the pedagogical proposal and the evaluation of the post-test; Applied to an experimental group of 11 students of the first grade of Secondary Education of the Educational Institution 86378 "Santa Rosa" from Uchusquillo.

Within this research two variables are presented. The independent variable is the application of the pedagogical proposal "Music and fractions", based on the significant learning, conformed by some mathematical laboratories that stimulate to improve the teaching and the learning of the fractions, and the dependent variable is the learning of the fractions that Shows the capacity level of the students.

Keywords: Music and fraction, meaningful learning, mathematical laboratories.

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN 6

1.1 Caracterización del problema 6

1.2 Enunciado del problema 11

1.3 Objetivos de la investigación 11

1.3.1 Objetivo general 11

1.3.2 Objetivos específicos 11

1.4 Justificación de la investigación 12

1.5 Hipótesis 13

2 REVISIÓN DE LA LITERATURA 14

2.1 Antecedentes 14

2.2 Bases teóricas 14

2.2.1 La música y la matemática 14

2.2.2 La música y las fracciones 15

2.2.3 El concepto de fracción 16

2.2.4 Aspectos históricos del concepto de fracción 17

2.2.5 Relaciones con la realidad cotidiana y laboral 19

2.2.6 Presencia de las fracciones en el currículo 20

2.2.7 El aprendizaje del concepto de fracción 25

2.2.8 Dificultades y errores 27

2.2.9 Aprendizaje 31

2.2.10 Aprendizaje significativo 32

2.2.11 Tipos de aprendizaje significativo 33

2.2.12 Cómo se produce el aprendizaje significativo 35

3 PROPUESTA DIDÁCTICA 37

3.1 Elaboración de la propuesta pedagógica “Música y fracciones” 37

3.1.1 El valor de las figuras musicales 40

3.1.2 El ritmo y la ligadura 41

3.1.3 El compás 43

3.1.4 La antara 45

3.1.5 El puntillo 46

3.1.6 Fracción de una fracción a través de los valores de las figuras musicales …….. 48

3.1.7 El monocordio 50

4 METODOLOGÍA 52

4.1 Diseño de la investigación 52

4.2 Universo y población 52

4.2.1 Universo de investigación 52

4.2.2 Población de investigación 52

4.2.3 Muestra de la investigación 53

4.3 Técnicas e instrumentos 53

4.3.1 Definición y operacionalización de las variables 53

4.3.2 Técnicas, instrumentos y matriz de evaluación 59

4.3.3 Plan de análisis 63

5 RESULTADOS 64

5.1 Resultados de la investigación 64

5.1.1 Nivel real de aprendizajes del concepto de fracciones de los estudiantes, observado en el pre-test 64

5.1.2 Nivel real de aprendizajes del concepto de fracciones de los estudiantes, observado en el post -test 66

5.1.3 Comparación de los niveles de aprendizaje observados en la prueba del pre-test y del post-test 67

5.1.4 Contrastación del rendimiento académico 69

5.2 Descripciòn de resultados 71

5.2.1 Descripción del nivel real de aprendizajes del concepto de fracciones, observado en el pre-test 71

5.2.2 Descripción del nivel de aprendizaje de las fracciones en los estudiantes, a través del post-test 73

5.2.3 Descripción de los resultados respecto a la hipótesis de la investigación 75

6 CONCLUSIONES 76

6.1 Conclusiones 76

6.2 Recomendaciones 77

7 BIBLIOGRAFÍA 79

ANEXO 1: CUADERNO DE TRABAJO 82

ANEXO 2: UNIDAD DIDÁCTICA 127

ANEXO 2: SESIONES DE APRENDIZAJE 135

ÍNDICE DE TABLAS

Tab. 1Niveles de logro por estrados modificada de “Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2015” 8

Tab. 2: Tabla matriz de actividades, contenidos y capacidades 39

Tab. 3 **:** Esquema de la sesión de clase “El valor de las figuras musicales” 40

Tab. 4**:** Esquema de la sesión de clase “El ritmo y la ligadura” 42

Tab. 5: Esquema de la sesión de clase “El compás” 44

Tab. 6: Esquema de la sesión de clase “La Antara” 46

Tab. 7: Esquema de la sesión de clase “El puntillo" 47

Tab. 8: Esquema de la sesión de clase “Fracción de una fracción a través de los valores de las figuras musicales" 49

Tab. 9: Esquema de la sesión de clase “El Monocordio” 51

Tab. 10: Composición del grupo experimental. 53

Tab. 11: Operalización de la variable. 58

Tab. 12: Lista de cotejo con su respectiva puntuación. 61

Tab. 13: Escala de calificación de aprendizaje aplicada a la lista de cotejo..... 62

Tab. 14: Escala de calificación de los aprendizajes en la E B R (Educación Secundaria) 62

Tab. 15: Cuadro de confiabilidad, a través de la prueba de Kuder Richardson 20 63

Tab. 16: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 10 de agosto del 2016 65

Tab. 17: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de post-test del 12 de setiembre de 2016 66

Tab. 18: Prueba de normalidad para los grupos de datos registrados en el pre-test y en el post-test 68

Tab. 19: Prueba T de Students para muestras relacionadas (Pre-test y Post-test) 69

1 INTRODUCCIÓN

El siguiente trabajo de investigación, ha sido elaborado con la visión de ayudar a los estudiantes del primer grado de educación secundaria a comprender el concepto de fracción, tomando como eje de su aprendizaje, la transversalidad del tema y, consecuentemente, su relación con la música.

Es así que al interior de este trabajo se ha plasmado un conjunto de teorías, para luego plantear una propuesta pedagógica, que se concretiza en el desarrollo de un manual basado en la fusión de conceptos matemáticos y experiencias musicales a través de ejercicios de solfeo y el aprendizaje de conceptos básicos tales como el valor de cada figura musical, el compás del pentagrama, la relación entre las figuras y sus silencios musicales, el valor del puntillo y los compases simples y compuestos que permitirán a los estudiantes la comprensión del concepto de clasificación, de equivalencia, de comparación de las fracciones y de realizar todas las operaciones en el conjunto de los racionales.

En este sentido se pretende que la propuesta pedagógica "Música y fracciones" sea uno de los materiales que pueda ayudar a los alumnos a comprender mejor los conocimientos de la matemática, especialmente de las fracciones. El método que se ha utilizado para realizar el presente trabajo de investigación es de carácter cuantitativo; y de alcance correlacional y explicativo; así mismo el diseño de esta investigación es experimental y especificadamente de tipo pre- experimental. La comparación entre los resultados del pre-test y los del post- test nos evidenciará los resultados de la aplicación de la propuesta pedagógica "música y fracciones".

1.1 Caracterización del problema

Los resultados de las últimas pruebas internacionales de evaluación de la calidad educativa aplicadas a los estudiantes peruanos muestran nuestro sistema educativo en una situación preocupante. Tanto en las evaluaciones del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), como en las del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), los estudiantes peruanos se encuentran muy por debajo de lo esperado.

Analizando los resultados de la prueba PISA 2012, se evidencia que solamente el 5% de los estudiantes peruanos demuestra un desempeño superior a la media de los países participantes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) y, aún más preocupante, es el hecho que aproximadamente la mitad de los alumnos no superan ni siquiera el nivel uno de los seis niveles que plantea la prueba PISA. Es decir que logran solamente aplicar procedimientos rutinarios, siguiendo instrucciones directas y explícitas, sin poder interpretar y reconocer situaciones que requieran una mínima inferencia (Guadalupe Mendizábal, Boccio Zúñiga, Bardales Rios, Miranda Molina, & Flores Ari, 2013).

Así, a pesar del esfuerzo del gobierno peruano en materia de educación, esfuerzo también económico con una inversión por estudiante semejante a la de países como Uruguay, el nivel académico de los alumnos se establece fuertemente por debajo de lo esperado, en comparación a otros países caracterizados por condiciones sociales y económicas similares a las del Perú (Granimian, 2015).

Estos resultados son remarcados por la evaluación censal de estudiantes y denuncian fuertes disparidades en el nivel educativo entre géneros, áreas geográficas, áreas urbanas y rurales del país y entre las distintas áreas pedagógicas. Esto indica la fuerte influencia en el proceso de aprendizaje de las disparidades de las condiciones sociales que afectan el sistema educativo nacional; en especial manera, afectan a los estudiantes provenientes de las provincias alejadas del territorio andino como la de Carlos Fermín Fitzcarrald, área de interés de este estudio.

Tabla N°1

Resultados ECE 2015

Nacional		Previo al inicio	En inicio	En proceso	Satisfactorio	Medida promedio
		%	%	%	%	
		37,6	40,2	12,7	9,5	549
Sexo	Hombres	35,3	40,3	13,4	10,9	554
	Mujeres	40,1	40,1	11,9	8,0	543
Gestión	Estatal	42,9	40,4	10,5	6,2	537
	Estatal urbano	39,0	42,4	11,6	6,9	543
	No estatal	22,3	39,6	19,0	19,2	582
Área	Urbano	34,0	41,7	13,7	10,5	555
	Rural	65,2	28,5	4,3	2,0	504

Tab. 1Niveles de logro por estrados modificada de "Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2015"

Efectivamente, en las zonas rurales de nuestro país, los alumnos tuvieron un desempeño bastante menor que los de las áreas urbanas, estableciendo el nivel de logro, de casi la totalidad (93,7%) de la muestra, en inicio o por debajo de este; los alumnos de la zona de interés de nuestro estudio resultan, indicativamente, atrasados de dos años de aprendizaje respecto a sus compañeros que cursan el mismo grado en instituciones educativas de las ciudades.

Comparando los resultados de la prueba 2012 con las pruebas anteriores, resalta una tendencia positiva en la comprensión lectora y en las habilidades comunicativas. Este dato positivo no se registra en el área curricular de matemática, en la cual los estudiantes han obtenido resultados similares a los de sus compañeros evaluados en el 2009.

Las evaluaciones realizadas en el 2012 resaltan también una fuerte desigualdad del nivel de logro académico en relación a las condiciones socio-económicas de los alumnos: en el área de matemática, entre los estudiantes de instituciones privadas y los estudiantes de las instituciones públicas, se ha registrado una diferencia indicativa de dos años de aprendizaje (Granimian, 2015).

El cuadro que resalta de estas pruebas y que describe la realidad del sistema educativo nacional, requiere una toma de conciencia seria.

A la base del bajo desempeño pueden constatarse varios factores: limitada disponibilidad de recursos económicos, falta de materiales educativos, condiciones

inadecuadas de las infraestructuras y de los recursos humanos, es decir un número reducido de profesores con respeto al número de los alumnos y docentes desmotivados, entre otros.

Estas condiciones, combinadas con las desigualdades del background socio-económico de los alumnos, conllevan a la problemática que afecta el sistema educativo nacional.

Otro problema que perjudica a nivel nacional la calidad de la educación peruana es la alta tasa de ausentismo y el bajo esfuerzo docente. Existe evidencia de que en los países en desarrollo, hay un fuerte ausentismo en el caso de los trabajadores de la educación, por ejemplo, en el caso de Perú la tasa de ausentismo es del 11% (Fernando Parras, 2012). De este modo se hace indispensable mejorar la calidad de la plana profesoral, introducir planes de entrenamiento y capacitación continuos que hagan atractiva y dinámica la carrera docente e incentiven los profesores a mejorar.

La situación registrada a nivel nacional se agrava si se observa a nivel regional y local. Si se analiza el nivel de eficiencia de los centros educativos de Ancash estos resultan aprovechar solamente al 42% de sus potencialidades, considerando los recursos y el entorno en el cual operan, índice que coloca esta realidad por debajo de la media nacional, que corresponde al 46%.

Examinando las pruebas censales del 2014, el cuadro que describe la situación educativa del departamento de Ancash resulta preocupante, con menos del 20 % de estudiantes que alcanzan un nivel satisfactorio. Una realidad similar a la de departamentos como Tumbes, Madre de Dios y Huánuco y mejor solamente a los departamentos de Ucayali y Loreto (UMC, 2016).

Examinando las pruebas censales del 2015, el cuadro que describe la situación educativa del departamento de Ancash resulta preocupante, con menos del 7 % de estudiantes que alcanzan un nivel satisfactorio. Una realidad similar a la de departamentos como Amazonas, Cajamarca y Puno y aproximadamente 3 puntos porcentuales por debajo de la media nacional.

En este cuadro resulta que más del 80% de los alumnos no logran los aprendizajes esperados al finalizar el VI ciclo ni demuestran haber consolidado los

aprendizajes del ciclo anterior, valor que varía notablemente entre las áreas urbanas y rurales del departamento. Resalta que mientras los alumnos ancashinos de las instituciones educativas urbanas obtuvieron un promedio de 546, con un 8,3% de alumnos que alcanzan un aprendizaje esperado, los alumnos de las áreas rurales obtuvieron un promedio de 492; en estas áreas el porcentaje de alumnos que no alcanza tampoco un aprendizaje en proceso llega a más del 97% y tan solo el 0,7 % de los alumnos alcanzan resultados satisfactorios.

Los resultados registrados en la UGEL de la provincia Carlos Fermín Fitzcarrald, encajan en el marco de las instituciones que operan en las áreas rurales de Ancash, con un 67,8% de alumnos que se califican debajo del nivel 1, un 25,9% calificados con aprendizaje en inicio, el 4,3% de alumnos que se califican en proceso y solamente el 2% de los alumnos censados que alcanza el aprendizaje esperado. Es decir que la UGEL de la provincia CFF se encuentra en uno de los últimos puestos en cuanto a los resultados que corresponden al nivel satisfactorio (UMC, 2016).

El bajo desempeño de los alumnos en las instituciones rurales puede estar relacionado a los bajos recursos socioeconómicos de las familias, de las comunidades de donde provienen y de las instituciones educativas. Como es de esperar, los colegios ubicados en distritos con mayor nivel de ingreso tienen un desempeño significativamente mejor; mientras que los ubicados en áreas rurales, con ingresos económicos familiares reducidos y servicios básicos como el servicio médico sanitario, el servicio eléctrico y los sistemas de aguas servidas, inadecuados, demuestran resultados pésimos. En el estudio presentado por Álvarez Parras Fernando en el 2012, la brecha entre los colegios operantes en los niveles socio-económicos más bajos y los que trabajan en las realidades sociales más favorecidas, es notable, con un 9% de colegios del primer quintil que alcanzan un aprendizaje esperado contra el 22% del quinto quintil. Así interpretar los datos del desempeño de los alumnos de las áreas más desfavorecidas es difícil. ¿Cuánto de este déficit educativo es atribuible a las condiciones socio-económicas adversas? ¿Cuánto es debido a una ineficiencia del sistema? (Fernando Parras, 2012).

Lo que queda objetivo es que los alumnos de las áreas rurales, como los de la provincia Carlos Fermín Fitzcarrald, quedan fuertemente afectados y casi excluidos de las posibilidades de recibir una educación adecuada.

1.2 Enunciado del problema

Ante la problemática descrita, se formula la siguiente pregunta:

¿De qué manera la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, favorece el aprendizaje del concepto de fracción en los alumnos del primer grado de educación secundaria?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Determinar la influencia de la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, para el aprendizaje del concepto de fracción en los alumnos del primer grado de educación secundaria.

1.3.2 Objetivos específicos

– Diseñar la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, para el aprendizaje de las fracciones en los alumnos del primer grado de educación secundaria.

– Determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente del concepto de fracciones de los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo en el año académico 2016, a través de un pre-test.

– Aplicar la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo para el aprendizaje de las fracciones en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

– Determinar el nivel real de aprendizajes matemáticos y especificadamente del concepto de fracciones de los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo en el año académico 2016, a través de un post-test.

– Contrastar los niveles de aprendizaje observados en la prueba del pre-test y el post-test, para determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica “Música y fracciones”, basada en el enfoque del aprendizaje significativo, favorece el aprendizaje del concepto de fracción en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” de Uchusquillo, distrito de San Luis, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, Ancash, Perú, en el año académico 2016.

1.4 Justificación de la investigación

Frente a las problemáticas antes descritas, el presente trabajo de investigación se justifica con la finalidad de mejorar uno de los aspectos de la debilidad del sistema educativo de las áreas rurales del Perú y específicamente de la Institución Educativa Pública Santa Rosa de Uchusquillo. Efectivamente, a través de la aplicación de la propuesta pedagógica “Música y fracciones”, se pretende lograr un aprendizaje significativo de las fracciones, la comprensión de su uso en los diferentes aspectos de la vida real, la capacidad de operar con ellas y resolver problemas que implican el uso de ellas.

Con esta finalidad, en la propuesta pedagógica “Música y fracciones”, se presenta un modo diferente de afrontar la enseñanza de la matemática, a través de un trabajo transversal que abarca distintas áreas pedagógicas. Con esto se pretende, a través de la música, estimular el interés de los alumnos a los temas contenidos en el currículo por el área pedagógica de matemática y descubrir los enlaces que los relacionan a todos los aspectos de la vida diaria, en las infinitas situaciones significativas en las cuales se implican.

Los resultados del presente estudio de investigación constituirán un aporte significativo para que otras instituciones educativas promuevan el uso y la implementación de la propuesta pedagógica “Música y fracciones”, luego de

verificar los resultados de la aplicación de la misma. De esta manera, la educación secundaria en el área curricular matemática en las áreas rurales podrá ser más eficaz, y se podrán superar las dificultades que perjudican los resultados académicos de los alumnos de estas regiones.

1.5 Hipótesis

H_1 La diferencia entre los resultados de la prueba pre-test y la prueba post-test, en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. "Santa Rosa" de Uchusquillo, indica que la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, favorece el aprendizaje del concepto de fracción a los alumnos del primer grado de educación secundaria.

H_0 La ausencia de diferencia entre los resultados de la prueba pre-test y la prueba post-test en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. "Santa Rosa" de Uchusquillo, indica que la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, no favorece el aprendizaje del concepto de fracción a los alumnos del primer grado de educación secundaria.

2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 Antecedentes

Se pueden encontrar numerosos trabajos de investigación que relacionan contenidos musicales a contenidos matemáticos y especificadamente relacionan las figuras musicales con el concepto de fracción. Entre estos Trabajos podemos citar *"Una propuesta de enseñanza de la fracción y de los números racionales positivos implementando las figuras musicales. Experiencia de caso en una escuela indígena nasa"* presentado durante el 10° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, *"La música también cuenta: combinando matemáticas y música en el aula"*, publicado en la revista electrónica LEEME en el año 2014, "Musicalizando fracciones", del 2013, publicado en la Revista Electrónica de Didáctica en Educación Superior.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 La música y la matemática

La música y la matemática tienen cierta semejanza y comúnmente se dice que tienen al menos cierta relación. Ambas poseen algo de mágico, son tan abstractas que parecen pertenecer a otro mundo, sin embargo tienen gran poder en este mundo; la música afecta a la escucha y las matemáticas tienen múltiples aplicaciones prácticas. Una parte de las matemáticas estudia los números, sus patrones y formas y estos elementos son inherentes también a la ciencia, la composición y la ejecución de la música. Sin ninguna base matemática que la apoye, difícilmente existiría la música; es decir si una obra musical es hermosa y compensada es considerada un trabajo matemático bien resuelto.

Tambien existen varios aspectos que las diferencian: la música se crea a partir de algo físico, en otras palabras de instrumentos creados de todo tipo de materiales; además puede cambiar su textura y carácter según el lugar y la época; puede ser cristalina o densa, sentimental o explosiva, mientras que las matemáticas son abstracciones directas (nunca alteran su carácter). La música está cargada de

emociones, por ejemplo puede ser alegre o triste, suave o agresiva, espiritual, estética, religiosa. Mientras que en la matemática no podemos hablar de emociones, de un teorema “triste” o de una demostración “agresiva”.

A pesar de estas diferencias ambas desde la antigüedad han tenido un poder místico, por la mezcla entre lo terrenal y lo celestial, lo universal y lo particular. El aspecto mágico y ritual se mantiene hasta la fecha tanto para introducir en la lectura de una partitura como también para poder seguir la demostración de un teorema.

En la enseñanza de la matemática se acostumbra a poner énfasis únicamente en el desarrollo interno de la materia, hecho que contrasta los programas vigentes, intentando enseñar con eficacia pero sin hacer relaciones con otras disciplinas, como con la música (Blásquez Lozano R. M., 2012).

En conclusión, enfatizando los aspectos intrínsecos que tienen en común, es importante aprovechar de la relación existente con la musica, para incentivar una comprensión significativa de la matemática.

2.2.2 La música y las fracciones

La música y la matemática tienen una vinculación muy común y conocida; ambas disciplinas se expresan mediante las fracciones. Para la música éstas representan los diferentes compases de las notas, mientras que para la matemática representa la idea de dividir una totalidad en partes iguales (Brunner, Lascuraiñ, & Cavallaro, 2013).

En la didáctica de la matemática surge la necesidad de contextualizar y relacionar las ideas matemáticas con aspectos reales de la vida y así, en esta propuesta pedagógica, nace la intención de incluir los objetos musicales que permitan un mejor entendimiento de las matemáticas y especificadamente de las fracciones. Ambas admiten una estrecha relación de complementación. Mediante la comprensión de una unidad musical, como por ejemplo en el caso de la redonda, donde comprendemos la reciprocidad que se da entre las equivalencias de las demás figuras musicales, relacionadas con la unidad inicial, se afirma la relación que existe entre la música y el concepto de la fracción. Sin embargo no sólo ocurre esto con la

descomposición binaria de las figuras musicales, sino también sucede lo mismo con la implementación de los compases al iniciar una obra musical.

En el estudio de las matemáticas y de la música, se genera un gran campo de acción entre el objeto matemático que es el número racional y el comportamiento de aspectos musicales; en éste sentido se abren las puertas para incluir la relación entre la música y las matemáticas, dejando entrever que la medida, el ritmo, la lectura de las notas y las figuras musicales, son las primeras impresiones con las que se debe enfrentar cualquier amante de la música, y el sentido en el que confronte estas y genere su coordinación, ganará entendimiento del comportamiento de las mismas.

En ocasiones obviamos que dentro de una comprensión musical existe la intervención de la matemática; por ejemplo expresamos que la mayoría de los músicos poseen un excelente oído, talento necesario y fundamental para un artista, pero no mencionamos las habilidades matemáticas, principalmente el conocimiento de las fracciones, que son necesarios para la comprensión de la música (Arias Vargas & Hrnández Hernández, 2010).

2.2.3 El concepto de fracción

Los números naturales expresan cantidades referidas a objetos enteros, mientras las fracciones, expresan la parte de un todo. Una fracción es el cociente de dos números; es decir, es una división sin realizar que expresa el valor o número que resulta al realizar esa división.

Las fracciones se utilizan cotidianamente en contextos relacionados con la medida, el reparto o como forma de relacionar dos cantidades. Por ejemplo en nuestro lenguaje habitual, utilizamos expresiones como éstas: "me queda la mitad", "falta un cuarto de hora", "tengo un décimo", "caben tres cuartos de litro", "está al ochenta y cinco por ciento de su capacidad", “un medio”, “tres cuartos”, “la quinta parte de”, “la centésima parte...”,etc. En estas expresiones estamos utilizando las fracciones (Barbero Corral, 2009).

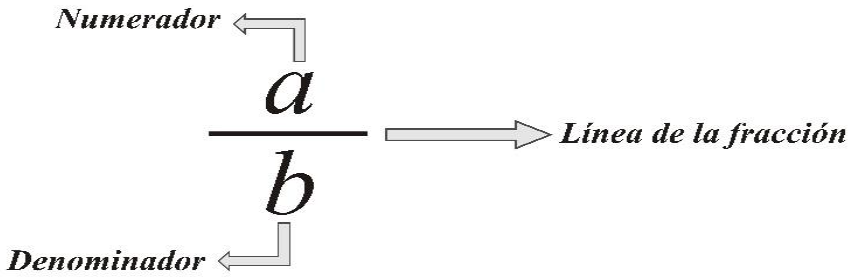
El descubrimiento de los números racionales fue debido a la necesidad de resolver problemas de la vida cotidiana. Para medir longitudes, áreas, tiempo, pesos

y todas las necesidades que requieren la medición, no eran suficientes los números naturales.

Los números naturales expresan cantidades referidas a objetos enteros, y no son suficientes para responder con exactitud a estas nuevas necesidades, ya que estas medidas requieren la división de la unidad en partes más pequeñas (Flores Gil, 2008).

Cuando dividimos algo en varias partes iguales y tomamos algunas de ellas, podemos representar el resultado mediante la fracción. Las fracciones representan un valor numérico, expresan cantidades en las que los objetos están divididos en partes iguales. Una fracción es el cociente de dos números; es decir, es una división sin realizar que expresa el valor o número que resulta al realizar esa división.

La fracción es la representación simbólica de un número racional, escrito de la forma a/b, donde "a" y "b" son números enteros y $b \neq 0$. El valor del número representado corresponde al cociente de a entre b.



Los elementos que forman la fracción son el numerador, el denominador y la raya de fracción. El numerador està situado por encima de la raya fraccionaria y es el número que indica las partes que tenemos, es decir representa la cantidad que obtenemos de una cantidad dividida en partes iguales; el denominador indica el número de partes en que dividimos a cada unidad; la raya de fracción es una raya horizontal que separa al numerador del denominador (Barbero Corral, 2009).

2.2.4 Aspectos históricos del concepto de fracción

En la historia es posible distinguir dos motivos principales por los que fueron inventadas las fracciones y se hizo necesario su empleo. El primero fue la existencia

de divisiones inexactas mientras que el segundo resultó de la aplicación de unidades de medida de longitud.

Se considera que fueron los egipcios quienes utilizaron por primera vez las unidades fraccionarias: con estas resolvían problemas de la vida diaria como la distribución del pan, el sistema de construcción de las pirámides y las medidas utilizadas para estudiar el planeta y la astronomía. Esto lo podemos comprobar en numerosas inscripciones antiguas, entre todas el papiro de Ahúmes o papiro Rinda, escrito aproximadamente en el 1650 a. c., donde aparecen problemas de aritmética con el uso de fracciones.

Sin embargo fueron los Hindúes mucho más tarde, en el VII siglo antes de Cristo, que establecieron las reglas para las operaciones entre fracciones (León Robles, 2011).

El nombre de fracción se lo debemos a Juan de Luna, que tradujo al latín, en el siglo XII, el libro de aritmética de Al-Juarismo. De Luna empleó la palabra «fractio» para traducir la palabra árabe «al-Kars», que significa quebrar, romper.

En occidente tuvieron que pasar muchos siglos hasta que los musulmanes introdujeron su sistema de numeración, conocido como indo-arábigo. Este paso fue clave para la comprensión y el estudio de los números racionales en la vieja Europa. Sin embargo, no fue hasta el S. XIII cuando Leonardo de Pisa, más conocido por su apodo Fibonacci, introdujo el concepto de números quebrados o números “ruptus”, empleando además la raya para separar el numerador del denominador, tomando como ejemplo a los matemáticos árabes, porque ellos fueron los primeros en usar la raya horizontal.

A medida que pasaban los años las fracciones se han escrito de formas variadas, siendo muchas de ellas distintas a las que utilizamos en la actualidad. Los matemáticos hindúes, por ejemplo, escribían las fracciones tal como lo hacemos actualmente, pero sin colocar la raya entre numerador y denominador.

En la actualidad utilizamos la forma árabe, con la raya horizontal, y también, para ocupar menos espacio, se suelen colocar el numerador y el denominador a la misma altura separados por una barra inclinada.

2.2.5 Relaciones con la realidad cotidiana y laboral

En nuestro lenguaje habitual, utilizamos expresiones como éstas: “me queda la mitad”, “falta un cuarto de hora”, "tengo un décimo", "caben tres cuartos de litro", "está al ochenta y cinco por ciento de su capacidad". En todas estas expresiones estamos utilizando las fracciones. Por tanto el empleo de fracciones es tan antiguo como nuestro lenguaje. Una fracción nos sirve para expresar las partes de cosas o números divididos en partes iguales, el valor numérico resultado de una división, la razón que guardan dos magnitudes proporcionales (Barbero Corral E. , 2009).

Es muy común que dentro del lenguaje cotidiano sea incorporado de forma espontánea un lenguaje fraccionario. La mayor parte del tiempo estas aproximaciones se encuentran asociadas a unidades del sistema métrico decimal, por ejemplo, como cuando se pide medio metro de cable eléctrico o a periodos temporales, como cuando acuerdan una cita a medio día, o a medidas de capacidad como la compra de una bebida de un litro y medio, o bien de peso cuando van de compras por un kilo de manzana, medio kilo de naranjas etc. Sin embargo, si bien este lenguaje ya posee un significado de forma internalizada, generalmente nuestros alumnos no logran ser conscientes de las implicancias que estos enunciados tienen, vale decir, si bien desean recibir la mitad de un sándwich, no están pensando en la relación que esta porción tiene con el sándwich entero (Friz Carrillo M. , Sanhueza Henríquez, Sánchez Bravo, & Belmar Mellado, 2008).

La relación de las fracciones con nuestra vida la podemos destacar en las siguientes situaciones:

- Situaciones personales que están relacionadas con las actividades diarias: se refieren a la forma en que un problema matemático afecta inmediatamente al individuo y al modo en que el individuo percibe el contexto del problema. En este tipo de situaciones suele aparecer la fracción como parte de la unidad, como por ejemplo: Luis y Juan pesan juntos 105 kilogramos. Luis pesa 3/4 de lo que pesa Juan .Hallar el peso de Juan.
- Situaciones laborales que son las que se encuentran en el centro escolar o en un entorno de trabajo: se refieren al modo en que el centro escolar o el lugar de

trabajo proponen tareas que necesitan una actividad matemática para encontrar una respuesta. En este tipo de situaciones suele aparecer la fracción como parte de la unidad; como por ejemplo: un sastre compró la mitad de 9 metros de tela y utilizó 4 1/2 metros, ¿cuánta tela sobró?; Un cartero dejó 1/5 de las cartas en una oficina y 3/8 en un banco; si después de eso aún le quedaban 34 cartas por repartir, ¿cuántas tenía en principio?; En una clase asisten a un examen 2/3 de los alumnos, y de éstos aprueban 3/7 y suspenden 24, ¿cuántos alumnos hay en la clase?

- Situaciones públicas que se refieren a la comunidad local o a otra más amplia, en la cual se observan determinados aspectos sociales de su entorno que aparecen en los medios de comunicación. En este tipo de situaciones suele aparecer la fracción como parte de la unidad; como por ejemplo: en una ciudad hay un depósito de 2300 m^3 que abastece a una parte de la población. Se extrae 1/4 de su capacidad y, posteriormente, se gastan 175 m^3. ¿Cuántos metros cúbicos quedan?, ¿Qué fracción del total representan?; Un autobús hace el servicio entre Granada y Madrid. Cuando ha recorrido la cuarta parte del trayecto se encuentra a 25 km de la primera parada, que está a 125 km de Granada. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?
- Situaciones científicas que son más abstractas e implican la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático. De hecho, cada una de las disciplinas científicas o técnicas hace un cierto uso técnico específico, en ocasiones muy elaborado, de los conceptos y estructuras matemáticas. En este tipo de situaciones suele aparecer la fracción como operador. Como ejemplos se pueden encontrar: ¿cuál es la velocidad de un automóvil que en 5 horas recorre 202 kilómetros?; una aleación está compuesta por 24 partes de cobre, 4 de estaño y 1 de zinc. ¿Cuántos kilogramos de cada metal habrá en 348 kg de aleación? (León Robles, 2011).

2.2.6 Presencia de las fracciones en el currículo

Una de las finalidades de la educación, quizás la más evidente, es la de lograr que los estudiantes desarrollen la capacidad de saber actuar en un contexto particular, en función de un objetivo, y desarrollen la capacidad de dar solución a un problema

que se les presente. Es decir que entre los fines de la educación resalta el reto que los adolescentes puedan realizar sus potencialidades como persona y aportar al desarrollo social. Es en este marco que el Ministerio de Educación, como una de sus políticas priorizadas, busca asegurar que todos y todas logren aprendizajes de calidad con énfasis en comunicación, matemática, ciudadanía, ciencia, tecnología y productividad (Guerrero Ortiz, 2013).

Para tal fin, el Proyecto Educativo Nacional establece la necesidad de transformar las instituciones de Educación Básica de manera tal que asegure una educación pertinente y de calidad; los especialistas del Ministerio de Educación producen cada año nuevos documentos y nuevas herramientas para los docentes que seleccionan o ponen en acción las diversas capacidades y recursos del entorno vivencial de los estudiantes.

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades en su relación con la vida cotidiana. Es decir, se entiende la realidad cotidiana como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas.

En las "Rutas del aprendizaje" se formulan cuatro competencias matemáticas a partir de distintas situaciones que provienen del entorno inmediato o de experiencias cercanas y cotidianas a la vida de los estudiantes:

- **El alumno actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.** Esta primera competencia implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a resolver problemas sobre números enteros, múltiplos y divisores, proporcionalidad directa e indirecta, fracciones y decimales en diferentes contextos, máximo común múltiplo y mínimo común divisor. Implica también que los estudiantes expresen formas de razonamiento basadas en argumentar sobre experiencias con las variaciones porcentuales, los incrementos bajo condiciones de razón proporcional, regularidades relacionadas a exponentes positivos, así como las propiedades de las cuatro operaciones con fracciones y decimales.

- **El alumno actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.** Esta implica explorar el entorno y reconocer en él problemas referidos a situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en los diferentes campos del arte, la economía, la física la biología. Estos campos permiten abordar la matemática mediante las transformaciones geométricas, las progresiones aritméticas y geométricas, las ecuaciones e inecuaciones lineales con una incógnita, y funciones lineales. Implica también que los estudiantes expresen formas de razonamiento basados en argumentar experiencias para generalizar expresiones basadas en la progresión aritmética y geométrica, la igualdad y desigualdad, así como en las funciones.
- **El alumno actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma y movimiento.** Esta competencia implica que los estudiantes practiquen matemática mediante acciones orientadas a resolver problemas referidos a prismas, cilindros, polígonos, triángulos y cuadriláteros, así como la ubicación y medida de cuerpos en el plano. Estas acciones contribuyen al proceso de aprendizaje de la matemática, cuando el estudiante puede expresarlas en modelos matemáticos de tal forma que caracteriza los atributos de forma, localización y medida de formas bi y tridimensionales
- **El alumno actúa y piensa matemáticamente en situaciones que requieren gestionar datos.** Esta implica que los estudiantes tengan la oportunidad de cuestionar su entorno, plantearse preguntas sobre su escuela, localidad y comunidad, de tal forma que puedan recoger, organizar y presentar datos relevantes que faciliten reconocer diferentes clases de estudio estadístico, así como, reconocer los tipos de inferencias incluyendo el papel que desempeña la población y muestra, lo muestral y lo aleatorio en encuestas y experimentos, comprendiendo el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, interpretando gráficos estadísticos basados en tablas de frecuencia para datos agrupados y no agrupados.

Por cada una de las competencias así planteadas, las “Rutas del aprendizaje” consideran seis capacidades matemáticas que permiten hacer más visible el desarrollo de la competencia matemática y trabajarla de forma integral:

- Matematiza situaciones
- Comunica
- Representa
- Elabora diversas estrategias para resolver problemas
- Utiliza expresiones simbólicas técnicas y formales
- Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Para poder trabajar más fácilmente estas seis capacidades se han agrupado en cuatro bloques:

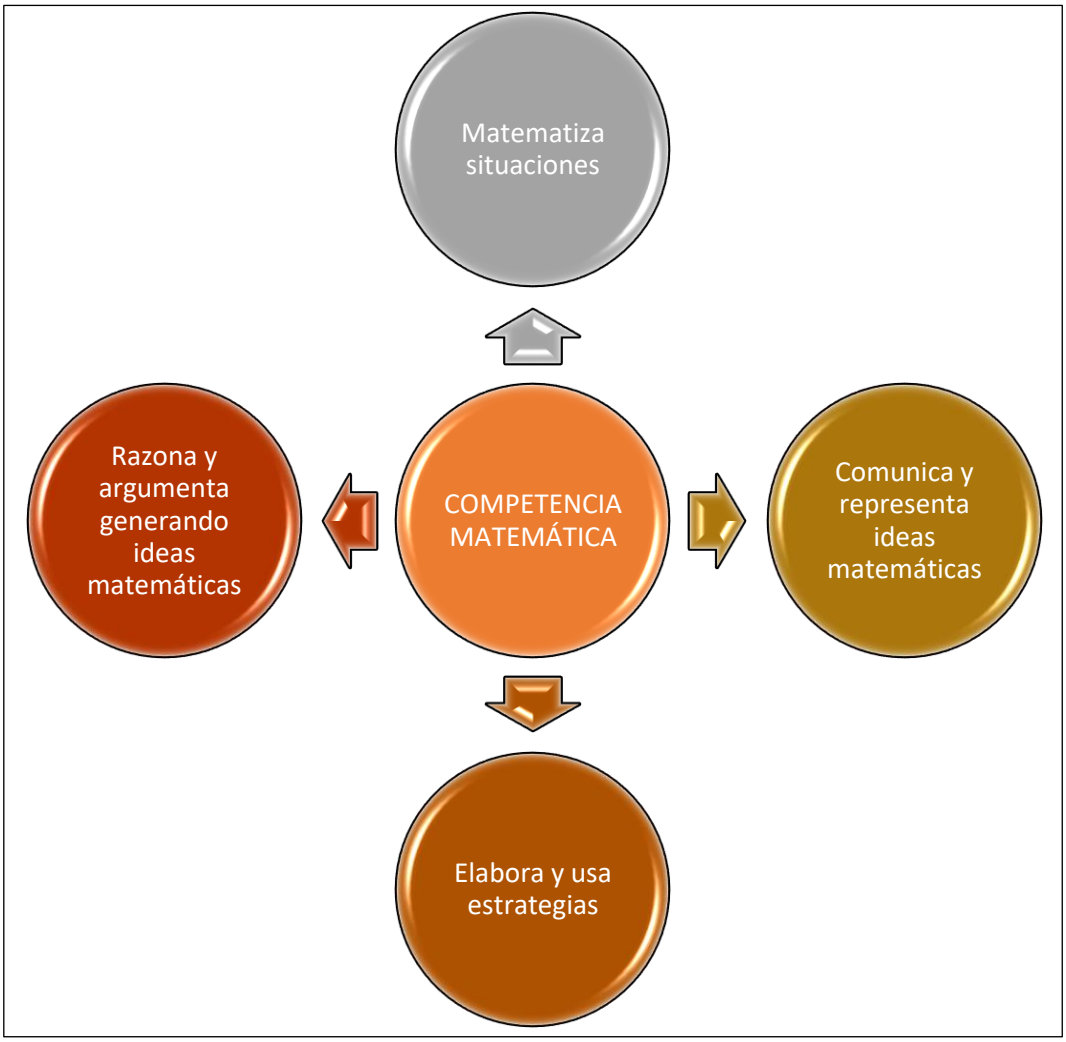


Fig. 1: *Modificada de "**Rutas del aprendizaje**", Fascículo 1, Ministerio de Educación 2013*

Analizando en específico la presencia de las fracciones y de los números racionales en el currículo, este contenido se encuentra como componente importante

de la primera competencia matemática “Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad”.

Las Rutas del aprendizaje, fascículo 1 “Números y operaciones, cambio y relaciones”, correspondiente al ciclo VI primero y segundo grado de Educación Secundaria, prevé un estándar de aprendizaje que los alumnos deben lograr al concluir el sexto ciclo de la EBR.

El estándar establecido parte con objetivos específicos que señalan que cada estudiante logre representar cantidades discretas o continuas mediante números enteros y racionales en su expresión fraccionaria y decimal en diversas situaciones. Además que pueda comparar y establecer equivalencias entre números enteros, racionales y porcentajes, para llegar a relacionar los órdenes del sistema de numeración decimal con potencias de base diez.

Al mismo tiempo el estudiante de este ciclo será capaz de seleccionar unidades convencionales e instrumentos apropiados para describir y comparar la masa de objetos en toneladas o la duración de un evento en décadas o siglos.

En esta misma instancia el estudiante será capaz de resolver y formular situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra, determinar aumentos o descuentos porcentuales sucesivos, relacionar magnitudes directa o inversamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la potenciación y la radicación como procesos inversos (Guerrero Ortiz, 2013).

Respecto a las fracciones estos estándares planteados en las “Rutas del aprendizaje” se precisan con las siguientes habilidades:

• Experimentar y describir situaciones de medición de masa, de tiempo, de longitud con el uso de las fracciones.

• Ordenar datos expresados en fracciones y decimales.

• Expresar representaciones distintas de un mismo número entero y racional, usando fracciones, decimales.

• Plantear estrategias de representación gráfica y simbólica.

• Explicar la pertinencia de usar el número racional en su expresión fraccionaria en diversos contextos para el desarrollo de su significado.

• Usar la recta numérica para establecer relaciones de orden y comparación entre los números enteros y racionales.

• Usar las expresiones =, <, >, ≤, ≥ para establecer relaciones de orden y comparación entre los números racionales expresados en fracciones homogéneas.

Para alcanzar los estándares de aprendizaje establecidos por los documentos curriculares es conveniente que los estudiantes se enfrenten a situaciones problemáticas próximas a la realidad o que puedan captar su interés, tales como la música, la informática, las ciencias entre otras, en las que realizan operaciones de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y obtención del común denominador de varias fracciones. Esto involucra crear un ambiente que aliente a los estudiantes a experimentar, ensayar, producir diferentes estrategias de resolución y aportar ideas para enfrentar los problemas propuestos. Las "Rutas del aprendizaje" recomiendan que los ensayos, resoluciones e ideas deberían constituirse a partir de contextos reales en los cuales el docente organice las interacciones en la clase, con el objetivo de discutir sobre la validez, la precisión, la claridad, la generalidad y el alcance de lo que se produzca.

Siguiendo esta perspectiva, la presente investigación propone una unidad didáctica que desarrolla y fomenta escenarios de aprendizaje respecto a los números racionales por medio de laboratorios matemáticos, en los cuales el estudiante, a partir de actividades vivenciales y lúdicas, logra construir conceptos y propiedades matemáticas.

2.2.7 El aprendizaje del concepto de fracción

En la vida cotidiana, podemos aproximarnos al concepto de fracción de diversas formas que pueden ser conceptualizadas de diferentes maneras. Las diferentes nociones de fracción se presentan sucintamente a través de modelos que han surgido durante el desarrollo histórico:

- La fracción como parte de un todo: entiende la fracción como una o varias partes de un objeto de referencia (la unidad), por ejemplo n/m, es

decir la unidad se ha dividido en m partes iguales (equivalentes) y se han tomado n de ellas. Es decir, un todo (que puede estar constituido por uno o más objetos) se divide en partes iguales y se toman o consideran algunas de esas partes.

- La fracción como resultado de un reparto equitativo. Repartir "n" objetos de un tipo a "m" objetos de otro tipo, originando fracciones que representan el resultado del reparto. Es decir el reparto equitativo en las que el número de objetos a repartir no es múltiplo del número de individuos entre los que se efectúa el reparto: los objetos pueden ser divididos en partes sin que pierdan sus propiedades básicas. En este caso la existencia de un resto obliga a dividir en partes iguales la unidad de reparto para poder seguir repartiendo el resto de forma igualitaria entre los individuos.
- La fracción a partir del problema de la medida: la medición de magnitudes continuas requiere cuantificarlas mediante números que permitan tomar una parte de ella, es decir, cuando la medida no es un entero. Así como los enteros son útiles para el conteo, las fracciones lo son para la medición de magnitudes.
- La fracción como operador aritmético: entendida como una ley o regla que actúa sobre un conjunto determinado, provocándoles una transformación homogénea a todos los involucrados, es decir, asocia cada elemento de un conjunto de inicio con los elementos de un conjunto de llegada. Esta asociación es realizada por el operador que carece de magnitud (Friz Carrillo M. , Sanhueza Henríquez, Sánchez Bravo, & Belmar Mellado, 2008).

En relación con las situaciones de medida, se pueden distinguir dos casos que generan fracciones:

- Por fraccionamiento de la unidad: en estas situaciones existe una magnitud a medir que no equivale a la unidad o a alguno de sus múltiplos. Para precisar más la medida se divide la unidad en partes iguales, sub-multiplos, y la magnitud a medir mide a/b unidades quiere decir que dividiendo la unidad en

"b" partes iguales la magnitud a medir equivale a un número "a" de dichas partes.

- Por conmensurabilidad: situaciones de medida en las que se comparan dos cantidades de una magnitud, estableciendo cuántas veces tiene que ser repetida cada una de ellas para obtener dos cantidades iguales.
- Reparto proporcional de una cierta cantidad en partes que guardan una cierta relación: en este caso el reparto no es equitativo, sino que cada individuo recibe o contribuye en función de una jerarquía establecida. La relación entre las cantidades repartidas puede ser de tipo aditivo o multiplicativo, según que se mantenga constante la diferencia entre las cantidades a repartir o el cociente.
- Las situaciones de trueque, en la que los individuos intercambian mercancías: un trueque se efectúa en la razón a/b si por cada "a" objetos de un tipo que el primer individuo le entrega al segundo, este último le entrega al primero "b" objetos de otro tipo. Posteriormente se encuentran las situaciones de transformación: en el estudio del cambio de un objeto, un conjunto de objetos o una cantidad de magnitud, cuando se compara un estado actual con otro pasado o futuro también se utilizan fracciones. En este caso la fracción tiene un uso como función u operador que se aplica sobre una cantidad inicial para hallar una cantidad final.
- Situaciones de división no entera: en el contexto algebraico, la solución de la ecuación a = bx, con "a" y "b" enteros y cuando "b" no es un divisor de "a" y distinto de 0, se expresa mediante la fracción a/b, como el cociente entre los números "a" y "b" (León Robles, 2011).

2.2.8 Dificultades y errores

Los estudiantes comprenden progresivamente la noción de fracción, a partir de sus diferentes significados, derivados de los diversos tipos de situaciones de uso, que no son todos igualmente sencillos de comprender para ellos.

Será fundamental que el profesor presente el contenido de forma bien estructurada, organizada y secuenciada, adaptándose a las particularidades de cada alumno/a y enfatizando los contextos de la vida real donde los alumnos puedan reconocer los contenidos relativos a las fracciones. La conceptualización de las fracciones lleva tiempo y los alumnos la necesitan para comprender, interpretar y usar sus notaciones con sentido en las diferentes aplicaciones de las mismas.

Asimismo, es importante respetar la forma cíclica de la enseñanza de las matemáticas, y especialmente de las fracciones, logrando por ejemplo que los alumnos que tuviesen algún problema la primera vez que se explicara algo, tuvieran la opción de enterarse en otra ocasión.

El aprendizaje de los números racionales presenta para los alumnos dificultades que pueden estar asociadas a factores psicológicos, pedagógicos o personales. Por lo tanto, a partir de algunas consideraciones de autores tales como Escalona, Noriega, Llinares, Sánchez y Castro, describimos algunas de las dificultades en el aprendizaje de las fracciones:

- Dificultades y errores relacionados con la comprensión del significado y uso de las fracciones; una de las dificultades en el estudio de las fracciones consiste en que los alumnos atribuyan un significado correcto a la noción de fracción, y por tanto, a cada uno de los enteros que aparecen en la escritura de una fracción. De esta dificultad nace, como consecuencia, la dificultad asociada a la posición espacial: el alumno escribe los números sobre o bajo la barra, sin tener claridad respecto a su ubicación espacial. Es decir, no ha interiorizado el verdadero significado del numerador y del denominador y de su respectiva diferenciación.
- Dificultades en concebir la fracción como división indicada de dos números enteros: al calcular porcentajes o transformar una fracción en decimales es necesario dividir dos enteros. Hay ocasiones en que los alumnos no comprenden que cualquier número entero puede dividirse en cualquier número de partes iguales. En ocasiones, a la hora de identificar una fracción con su posible representación gráfica, no tienen en cuenta la necesidad de

que las partes sean equivalentes en área y se centran tan sólo en el número de partes.

- Dificultades en el orden de fracciones y uso de la recta numérica: el alumno no reconoce el valor de la fracción como cociente entre numerador y denominador, de esta manera no determina el valor de la fracción, tiene dificultad en ubicarla en la recta numérica y en compararla con otras. Comparando fracciones, una fracción como 1/2 se considera menor que la fracción 1/3, argumentando que 2 < 3. En el caso de equivalencia de fracciones, se puede presentar una situación en la que la fracción se considera como un par de números naturales que no están relacionados entre sí. Un entero se confunde con su inverso: 1/7 se confunde con 7/1, o bien, 1/7 y 7/1 se consideran como dos escrituras equivalentes. En la representación lineal se enfatiza la idea de que una fracción, por ejemplo 4/5 es esencialmente un número, de idéntica naturaleza que los números 0 y 1, pero comprendido entre ambos. Este modelo resulta generalmente más difícil que aquel que presenta la idea de fracción como parte de un todo. Esta dificultad puede residir en una mayor abstracción y en las dificultades ligadas a la operación de división. Una ventaja de la representación lineal, es que las fracciones impropias son más naturales y no tan diferentes de las fracciones propias, también se visualiza la idea de que las fracciones "extienden" el conjunto de los números naturales y "rellenan los huecos" dejados por éstos en la recta numérica. De esta forma se enlaza de forma natural con la idea de medida no entera.
- Una de las principales causas de dificultad en la comprensión y uso de las fracciones es el desconocimiento, por parte de algunos estudiantes del manejo de las operaciones básicas de la matemática. Esto se agrava al implementarlas con las fracciones produciendo así errores y dificultades.
- Dificultades y errores relacionados con la estructura aditiva de las fracciones: extrapolar los conocimientos de cálculo (reglas y algoritmos) de los números naturales a las fracciones. A la hora de sumar o restar, aplican los operadores sobre los numeradores entre sí y los denominadores entre sí porque

generalizan las propiedades de la adición de números naturales en el campo de los números racionales. Por ejemplo, pueden pensar que 2/3+4/5=6/8

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=\frac{2+4}{3+5}=\frac{6}{8}$$

De este error deriva la idea errónea que sumar fracciones es obtener otras fracciones que tengan como numerador la suma de los numeradores, y por denominador la suma de los denominadores (Friz Carrillo M. , Sanhueza Henríquez, Sánchez Bravo, & Belmar Mellado, 2008). Otro error bastante frecuente es el de alterar algunos pasos del algoritmo de la adición y sustracción de fracciones en el buscar un denominador común y trasformar los adendos o los términos de la sustracción en fracciones homogéneas.

- También se observan frecuentemente errores relacionados con la estructura multiplicativa de las fracciones: entender que el producto de un número entero por una fracción propia disminuye y que la división de un número entero por una fracción propia aumenta. Es difícil para el alumno entender que el producto de dos fracciones puede ser menor que cualquiera de ellas, al contrario de lo que sucede en los números naturales. Como lo que él tiene asimilado son los algoritmos con esos números, a menudo trata de forzar los algoritmos con fracciones de manera que el resultado se ajuste a lo que le dicta su intuición. Las diferencias entre los algoritmos de la multiplicación y de la adición lleva a que los alumnos para multiplicar entre sí dos fracciones, reducen a un común denominador y después multiplican los numeradores olvidando de multiplicar entre sí los denominadores. La mitad de la fracción 1/6 se designa frecuentemente por la fracción 1/3 (que es en realidad el doble de 1/6), argumentando que la mitad de 6 es 3. Los alumnos van realizando las operaciones según está escrita y no respetan el orden en la prioridad de algoritmos (León Robles, 2011).
- Otra dificultad seria es que pocos estudiantes observan y relacionan claramente otros ejes temáticos como: los números decimales, porcentajes, razones y proporciones, regla de tres simple, como una aplicación de los números fraccionarios.

2.2.9 Aprendizaje

Antes de abordar el aprendizaje significativo es necesario aclarar el concepto del aprendizaje. No existe una definición específica y unívoca que reúne y pone de acuerdo a los teóricos, investigadores y profesionales que estudian y trabajan en este campo; sin embargo la mayoría de los autores proporcionan elementos comunes sobre la definición del aprendizaje (Flores, 2001).

El aprendizaje es un proceso siempre activo, un cambio constante de cada individuo influenciado por el medio en que vive, por ejemplo de acuerdo a la cultura, costumbres, valores morales y sociales de su comunidad. El individuo interrelacionándose con su entorno sociocultural cambia, modifica sus saberes y adquiere nuevos conocimientos.

En consecuencia aprender es cambiar, adquirir nuevos conocimientos a través del estudio y de la experiencia. Es el resultado de la interacción de todas las relaciones entre el individuo y su entorno que no sólo se limita a la actividad educativa formal (Santos Moreno, 2000).

El aprendizaje se puede clasificar en dos vertientes: recepción y descubrimiento.

El aprendizaje por recepción se produce cuando en las actividades de la clase el profesor desempeña el papel de comunicador de los nuevos saberes y el alumno recibe la información de modo pasivo (sólo desempeña el rol de simple receptor).

El aprendizaje por descubrimiento es producido por los alumnos, los cuales participan de manera activa y constructora al proceso de enseñanza y aprendizaje. En este aspecto se distinguen dos tipologías de procesos: por descubrimiento autónomo, que se produce cuando cada persona descubre o crea nuevas informaciones, obras y procesos por sí misma (por ejemplo, un compositor crea una melodía) y por descubrimiento guiado, cuando el estudiante descubre conceptos, reglas, leyes, principios y teorías ya descubiertas, con la guía de otros agentes como el docente y los compañeros. (Huerta Rosales M. , 2007).

El aprendizaje también se puede clasificar en base a otros parámetros; como por ejemplo la respuesta a la pregunta:” ¿qué significa que el alumno ha aprendido?” Sin embargo no todos los autores coinciden en dar una sola respuesta, sino, dependiendo del enfoque con el cual uno se acerca al estudio del aprendizaje de la matemática, se llega a obtener diferentes respuestas al interrogante: ¿qué significa aprender matemáticas?

En un enfoque asociacionista el aprendizaje matemático es relacionado a un cambio de conducta en el estudiante observable, bien sea respecto a la forma, al contenido o a la frecuencia de esas conductas. Así el alumno ha aprendido cuando da respuestas apropiadas tras la presentación de un estímulo específico.

En el conductivismo la preocupación primaria, es cómo se ejecuta, se refuerza y se mantiene la asociación entre el estímulo y la respuesta. La meta es que el estudiante logre dar la respuesta deseada cuando se le presenta un determinado estímulo (Peggy, Newby, & Timothy, 1993).

2.2.10 Aprendizaje significativo

Según la teoría ausubeliana el aprendizaje significativo se produce cuando se atribuye sentido a la nueva información (nuevo conocimiento), es decir, cuando se comprende y se construye de manera ordenada a través de una representación mental, producto de la relación entre la nueva información y la que ya posee el aprendiz (saberes previos) (Ausubel, 1976).

El proceso de aprendizaje significativo reside en que las ideas expresadas teóricamente son relacionadas de manera sustancial, (no al pie de la letra), con lo que el alumno ya sabe, señaladamente con algún aspecto esencial de su estructura de conocimientos, por ejemplo una imagen, un símbolo ya con significado, un contexto, una proposición.

El aprendizaje para David Ausubel, está establecido por las estructuras cognitivas del aprendiz, las mismas que reconoce como el conjunto de conocimientos y su forma de organización: “la estructura cognitiva de una persona es el agente decisivo acerca de la significación del material nuevo y de su adquisición y retención” (Pimienta, 2005).

El conocimiento será significativo si la estructura cognitiva es estable, segura, consistente y organizada; en consecuencia la información, el conocimiento, es asimilado de manera rápida y fácil. Por el contrario, si la estructura cognitiva es inestable, será débil y desordenada; entonces la información se recibirá de manera no organizada, y el aprendizaje no será significativo.

El profesor debe estimular y alentar a los estudiantes a especular y pensar activamente sobre el nuevo material a ser asimilado y aprendido; debe ayudarlos a encontrar relaciones entre conceptos del mismo contenido y sobre todo, lo más importante será instruirles a que relacionen lo nuevo con lo previamente aprendido (Pacheco A. , 2004).

2.2.11 Tipos de aprendizaje significativo

El aprendizaje señalado por Ausubel se divide en tres tipos que pueden darse de manera significativa:

- **Aprendizaje de representaciones**: es aquel aprendizaje donde se adquieren conocimientos e informaciones a través de símbolos o representaciones individuales (típicamente palabras). Es decir cuando el estudiante obtiene el vocabulario; así que primero aprende palabras que representan objetos existentes, reales, que resultan algo significante para él. Sin embargo, aún no los identifica como categorías; por ejemplo el niño aprende la palabra "mamá", pero esta sólo tiene significado para aplicarla a su propia madre.
- **Aprendizaje de conceptos:** es un caso especial y muy importante de aprendizaje representacional, que no sólo se designan por símbolos individuales, aún más se basa en los conceptos genéricos y categoriales. Es preciso distinguir entre aprender lo que significa la palabra- concepto, o sea, aprender que concepto está representado por una palabra dada y aprender el significado del concepto. Es decir un aprendizaje a partir de experiencias concretas, donde el niño comprende que la palabra aprendida puede usarse en general; por ejemplo la palabra "mamá" puede usarse por otras personas.
- **Aprendizaje de proposiciones:** se refiere a los significados de las ideas expresadas por grupos de palabras combinadas en proposiciones o sentencias

en las que se afirma o niega algo. Así un concepto nuevo es más asimilado al completarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos; por lo tanto dicha asimilación puede generarse mediante tres diferentes procesos que son respectivamente la diferenciación progresiva, la reconciliación integradora y la combinación. El primer proceso se genera cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusivos que el alumno ya conocía. Por ejemplo el alumno conoce el concepto de fracciones y al conocer su clasificación puede afirmar: "las fracciones pueden ser homogéneas, heterogéneas, propias e impropias". En el segundo proceso el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce los perros, los gatos, las ballenas, los conejos y al conocer el concepto de "mamíferos" puede afirmar: los perros, los gatos, las ballenas y los conejos son mamíferos. Cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos se genera un proceso de combinación. Por ejemplo, el alumno conoce los conceptos de fracciones impropias y mixtas y es capaz de identificar que: "la fracción impropia es mayor que la unidad, como la fracción mixta".

Ausubel diferencia el aprendizaje significativo en tres niveles:

a) El aprendizaje inclusivo subordinado

Durante el aprendizaje significativo los conceptos previos y lo conceptos asimilados se modifican, es decir, cuando los conceptos nuevos no pueden recuperar los previos en su estado original. Por ejemplo al aprender las fracciones, la música y la geometría.

b) El aprendizaje supra ordenado o superordinado

Se presenta cuando el nuevo concepto es más abstracto e inclusivo que los conceptos previos y logra, por tanto, subordinarlos. Por ejemplo, al aprender la potenciación y luego la teoría del exponente.

c) El aprendizaje combinatorio

Se produce cuando una idea se relaciona con las ideas existentes en la estructura del conocimiento, pero ésta no es, ni más inclusiva ni más específica que las ideas existentes. Por ejemplo, el aprendizaje de las fracciones en el curso de la matemática.

2.2.12 Cómo se produce el aprendizaje significativo

El aprendizaje será significativo si toda experiencia parte del conocimiento propio del alumno y a partir de continuos conflictos cognitivos, le permite ampliar su universo integrando experiencias anteriores con otras nuevas experiencias significativas que impliquen la generación de un proceso de reconciliación integradora, de subsunción significativa y derivativa, que conduce a un proceso de asimilación y diferenciación progresiva, relacionando lo aprendido a situaciones diversas de trabajo, de estudio o de su propia vida. Todo esto le permitirá generalizar, hacer abstracciones, sacar conclusiones, interiorizar conceptos, pero sobre todo aplicar sus nuevos saberes a su realidad.

Según Ausubel el aprendizaje significativo requiere de cinco condiciones necesarias:

- En la práctica docente, el material utilizado debe ser significativamente representativo de los conocimientos tan y debe ser apropiado a proporcionar un lugar a la construcción de significados. Es decir el material utilizado debe ser util para el conocimiento que se quiere construir. Los conocimientos que el profesor presenta, siguen una secuencia lógica y ordenada. De modo que, importa no sólo el contenido, sino la forma en que éste es presentado.
- Los temas tratados deben ser comprensibles. El alumno debe coger, contener ideas comprensivas, inclusivas en su estructura cognitiva para que relacione el conocimiento presentado con sus saberes previos; si no sucede así, el aprendizaje será de corto plazo, es decir el alumno guardará y obtendrá información de manera mecánica y arbitraria sólo para contestar un examen memorístico y olvidar después y para siempre aquel contenido.
- Es importante obtener una actitud favorable del alumno. Es necesario que el alumno pueda aprender el significado lógico y psicológico del material; asimismo la actitud del alumno es importante y fundamental, o sea que el alumno quiera aprender. Este es un componente en el aspecto emocional y actitudinal, en el que el educando desempeña un rol importante de mediar, motivar y suscitar interés en los alumnos.

- Con respeto a la actitud mental del alumno, es importante que el aprendiz realice una actividad mental, para que se produzca el doble proceso de asimilación y acomodación; porque es él quien haga el esfuerzo mental por aprender. El aprendizaje significativo implica la reconstrucción cognitiva ejecutada por el propio alumno, podría ser también con la intervención del docente, aun cuando puede ir eventualmente acompañada por actividades manipulativas.
- Debe producirse una memorización comprensiva: lo que el alumno memoriza debe ser de una manera comprensiva, y no de una manera mecánica. En ciertos argumentos el esfuerzo de repetición es indispensable, sin embargo siempre va acompañado por la comprensión; pero no siempre estas condiciones indispensables son suficientes para que ocurra un aprendizaje significativo. El aprendizaje será significativo si su contenido puede relacionarse de modo especifico, no mecánicamente (no al pie de la letra) con los conocimientos previos de los alumnos y que este resultado asuma una actitud favorable para la tarea de aprender, concediendo significados propios a los contenidos nuevos que asimila.

Para obtener un aprendizaje significativo se realiza un proceso cíclico permanente e ilimitado, donde el nuevo conocimiento obtenido a partir de experiencias anteriores, se trasforma en saberes previos para un aprendizaje sucesivo. La posibilidad de que los educandos adquieran diversas estrategias que permitan generar la construcción de aprendizajes nuevos y duraderos, dependerá en gran medida del docente (Huerta Rosales, 2007).

3 PROPUESTA DIDÁCTICA

3.1 Elaboración de la propuesta pedagógica "Música y fracciones"

El presente trabajo de investigación presenta el diseño de una propuesta pedagógica denominada "Música y Fracciones", que ha tenido como objetivo lo de desarrollar el concepto de las fracciones en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria.

La propuesta pedagógica que se presenta ha sido diseñada como un laboratorio matemático que se articula en una serie de actividades matemáticas que enlazan, por medio de experiencias significativas, los contenidos de las fracciones con la música; un primer acercamiento al mundo de la música, la experimentación de algunos de sus elementos fundamentales como el tiempo, el ritmo, la tonalidad, son actividades que permiten tratar temas matemáticos de forma nueva y significativa. Estos elementos de la música tienen relaciones claras con conceptos matemáticos y especificadamente con las fracciones; su empleo en la práctica didáctica por medio de laboratorios matemáticos despierta el interés y la iniciativa de los estudiantes porque abre ventanas a realidades distintas o situaciones paralelas y semejantes al contexto conocido por el estudiante.

Todas las actividades propuestas se organizan en el marco de una unidad de aprendizaje en la cual, de forma progresiva, se descubren los fundamentos de la música, las nociones relacionadas a las fracciones y sus relaciones. Estas se consideran como un vehículo para el conocimiento matemático de los racionales, por la natural atracción que desencadena en los jóvenes.

Es necesario enfatizar que los estudiantes desarrollan sus capacidades matemáticas, a través de situaciones significativas relacionando a diferentes contextos las ideas matemáticas que van aprendiendo; para que estas no queden como teorías abstractas, mecánicas u obligaciones ligadas únicamente al deber escolar, sino que puedan ser una herramienta para comprender su entorno, para resolver situaciones que a menudo se le presentan.

Por los resultados óptimos obtenidos en esta investigación, el laboratorio matemático “Música y Fracciones” puede ser aplicado en las Instituciones Educativas que operan en las áreas rurales de nuestro país, semejantes al contexto de estudio de esta investigación.

Este laboratorio matemático ha sido un estímulo motivador y un instrumento, para que los estudiantes logren mejorar el aprendizaje de la matemática, el desarrollo de las capacidades lógicas y la construcción significativa de las fracciones.

Para alcanzar el objetivo fijado en esta investigación, se han desarrollado las actividades de acuerdo a los contenidos que presentan los números racionales, a través de los cuales se pueden conducir los estudiantes al descubrimiento de saberes previos que tienen las fracciones en relación a la música.

A continuación presentamos una tabla que relaciona cada una de las actividades con los contenidos correspondientes:

TABLA Nº 2

ACTIVIDADES	CONTENIDOS	CAPACIDADES	HORAS PEDAGÓGICAS
El valor de las figuras musicales	El concepto de fracciones	Matematiza situaciones Comunica y representa ideas matemáticas Razona y argumenta generando ideas matemáticas	2
El ritmo y la ligadura	Clasificación de fracciones	Matematiza situaciones Comunica y representa ideas matemáticas	2
El compás	Equivalencia de fracciones	Elabora y usa estrategias	2
La antara	Comparación de fracciones	Matematiza situaciones Comunica y representa ideas matemáticas Razona y argumenta generando ideas matemáticas	2
El puntillo	Adición y sustracción de fracciones	Comunica y representa ideas matemáticas Elabora y usa estrategias. Razona y argumenta generando ideas matemáticas	2
Fracción de una fracción, a través de los valores musicales.	Multiplicación y división de fracciones	Comunica y representa ideas matemáticas Elabora y usa estrategias.	2
El monocordio	Potenciación y radicación de fracciones.	Comunica y representa ideas matemáticas Elabora y usa estrategias. Razona y argumenta generando ideas matemáticas	2

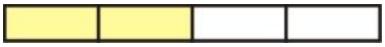
Tab. 2: Tabla matriz de actividades, contenidos y capacidades

Para mejorar la eficacia de las estrategias propuestas en este trabajo de investigación, se ha creado un material de apoyo, un libro-cuaderno de trabajo y lectura, titulado “Música y fracciones”; en este se desarrollan los conceptos de las fracciones en forma teórica, se proponen ejemplos y ejercicios de afianzamiento y sobretodo se presentan los temas tratados por medio de sus relaciones con la música proponiendo algunos laboratorios que a través de juegos, experimentaciones y manipulación de materiales concretos, permiten contextualizar la idea de fracción y

fomentan escenarios de aprendizaje en los cuales se requiere una participación activa del alumno.

3.1.1 El valor de las figuras musicales

La finalidad de esta actividad es aprender a conocer e interpretar la notación de las fracciones, el sentido de sus términos y la unidad fraccionaria. Para lograr estos objetivos este laboratorio matemático propone una exploración de las figuras musicales, redonda, blanca, negra, corchea y sus respectivos silencios, como fracciones de un tiempo, partes de una unidad.

FIGURA	SILENCIO	DURACIÓN	GRÁFICO DE LA DURACIÓN
Blanca		2 tiempos (1/2)	

En este laboratorio los estudiantes experimentan, por medio de ejercicios de solfeo, la duración de cada nota musical y de su respectivo silencio, la relación que existe entre cada nota y la unidad de tiempo y aprenden a expresar esta en forma de fracciones. Así a partir de una lámina los estudiantes relacionan la nota musical, su duración, la relación de esta con el todo y su representación gráfica y simbólica como unidad fraccionaria.

TABLA Nº 3

El valor de las figuras musicales	
Tiempo	2 horas pedagógicas.
Situación problemática	Las figuras musicales. Duración de las figuras musicales.
Contenidos relacionados	Interpretación y noción de las fracciones. Representación simbólica y gráfica de las fracciones. Unidad fraccionaria.
Materiales y recursos	Una lámina que representa las figuras musicales con su respectivo silencio, duración y gráfico de la duración.

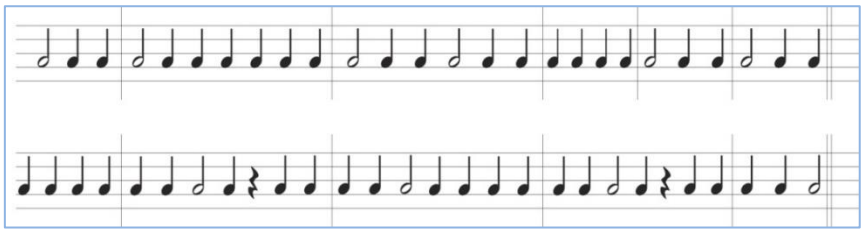
*Tab. 3 **:** Esquema de la sesión de clase "El valor de las figuras musicales"*

Para ello la actividad se desarrolla siguiendo la siguiente secuencia:

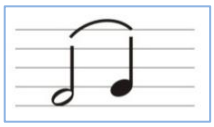
- Antes de empezar con las actividades es necesario que los estudiantes sepan que existe una relación de la música con las fracciones. En este sentido se empieza formulando las siguientes preguntas: ¿Cuáles son las notas musicales? ¿Cuáles son sus representaciones gráficas? ¿Cuál es la duración de cada una de ellas? ¿De qué forma están representados los valores de las figuras musicales?
- A partir de las preguntas propuestas, y de acuerdo a la noción que presentan los estudiantes se explica sobre los valores de las figuras musicales utilizando una lámina que representa las figuras musicales, con sus respectivos valores de duración representadas en fracciones.
- Para explicar esta lámina, el docente presenta un ejercicio de solfeo haciendo escuchar y repetir a los alumnos el valor de cada figura musical a través de la voz y los gestos o utilizando otros recursos del aula.
- Haciendo uso de la duración de las figuras musicales, a través de los gráficos se obtienen las nociones conceptuales de las fracciones.
- Los estudiantes realizan un ejercicio que consiste en reconocer el valor de cada figura musical representada por una fracción y luego la relacionan con su respectivo gráfico de duración.

3.1.2 El ritmo y la ligadura

El objetivo de esta actividad es aprender el concepto de fracciones mayores y menores que la unidad. Para lograr este objetivo el laboratorio matemático busca de motivar a los estudiantes a partir de un ejercicio rítmico. A través de este ejercicio los estudiantes experimentan la duración de las figuras musicales, la relación de la nota con la unidad de tiempo. Explorando la duración de las notas musicales a través del ejercicio rítmico los estudiantes aprenden a diferenciar y compararla con la unidad, reconociéndolas fracciones propias e impropias.



De otro lado el laboratorio matemático presenta una actividad haciendo uso de la función que cumple la ligadura en la escritura musical.



La ligadura nos indica que dos o más figuras musicales ligadas constituyen una nueva figura musical y para determinar su duración debemos sumar las duraciones de todas las notas ligadas. Realizando este ejercicio, los estudiantes experimentan que la duración de dos o más figuras musicales afectadas por la ligadura expresan fracciones propias o impropias.

TABLA Nº 4

El ritmo y la ligadura	
Tiempo	2 horas pedagógicas.
Situación problemática	El ritmo La función de la ligadura.
Contenidos relacionados	Las fracciones propias. Las fracciones impropias.
Materiales y recursos	Una lámina que representa el ritmo. Una lámina que representa dos figuras musicales afectadas por la ligadura.

Tab. 4: Esquema de la sesión de clase "El ritmo y la ligadura"

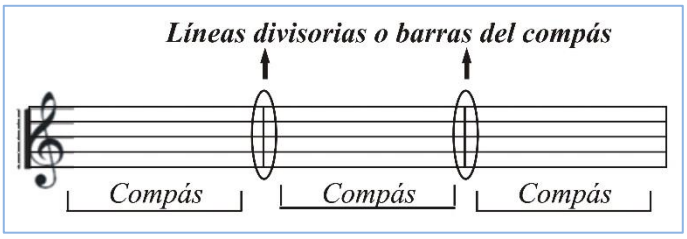
La secuencia de esta actividad se ha desarrollado de la siguiente manera:

- Antes de empezar con el desarrollo del tema "clasificación de fracciones", el docente organiza grupos y desarrolla un ejercicio de ritmo utilizando la voz, el cuerpo u objetos presentes en el aula. El ritmo se puede realizar de diferentes maneras o con diferentes sonidos, se pueden tomar los números, las vocales u otras imitaciones de sonidos.
- A continuación el docente da a conocer la "ligadura de valor" dando el conocimiento previo de su característica, estructura y su función.
- Se presentan los contenidos sobre la clasificación. Luego de haber contextualizado la clasificación de fracciones, los estudiantes hallan la

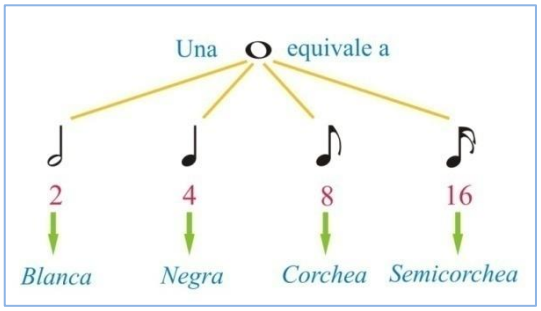
duración de las figuras musicales unidas por la ligadura, y luego reconocen si son fracciones propias o impropias.

3.1.3 El compás

A través de esta actividad los estudiantes deben adquirir las nociones y el concepto sobre las fracciones equivalentes, la composición y descomposición de las fracciones. Para lograr este objetivo se propone partir del concepto del compás. Este representa el módulo con el cual se escribe una melodía: cada compás, a pesar de ser compuesto de diferentes figuras musicales, tiene un mismo valor de tiempo, representa siempre una fracción de la unidad. Esta fracción se presenta al empiezo de la partitura y generalmente se mantiene constante en todos los compases. Así los compases de un tema musical son fracciones equivalentes compuestas por medio de diferentes combinaciones de notas. Así que, explorando la idea musical del compás, los estudiantes conciben la noción y el significado de equivalencia de las fracciones y las posibles composiciones y descomposiciones que se obtienen realizando adiciones, en el compás, entre notas musicales y en la matemática entre fracciones.



A partir de la duración de las figuras musicales se hace una correspondencia de equivalencia, tomando como base la redonda; esta figura corresponde como equivalencia a dos blancas, cuatro negras, ocho corcheas y dieciséis semicorcheas. Experimentando esta correspondencia, los estudiantes comprenden el concepto de fracciones equivalentes. De la misma forma se puede formar equivalencia realizando una correspondencia entre ritmos sencillos y ritmos complejos.



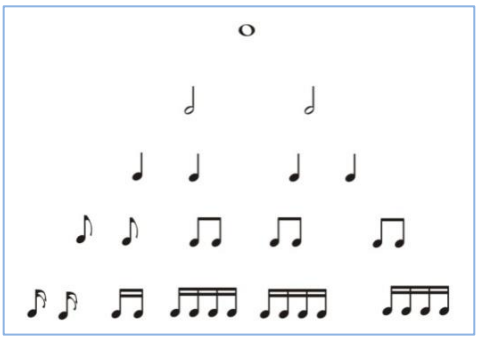


TABLA Nº 5

El compás	
Tiempo	2 horas pedagógicas
Situación problemática	La fórmula del compás Duración de las figuras musicales
Contenidos relacionados	Equivalencia de fracciones.
Materiales y recursos	Los compases del pentagrama representado en una lámina Una lámina que representa una redonda como una unidad que genera una equivalencia con las demás figuras musicales Una lámina que a partir de ritmos sencillos se generan ritmos complejos como una equivalencia de correspondencia

Tab. 5: Esquema de la sesión de clase "El compás"

A continuación presentamos los pasos convenientes que se han desarrollado en esta actividad:

- El docente presenta las nociones conceptuales sobre "El compás". Explica que cada compás del pentagrama representa una fracción del tiempo musical. Estos compases que forman una partidura, a pesar de ser compuestos por diferentes figuras musicales, son todos equivalentes (compás equivalente).
- Así mismo se da a conocer que existe una relación de equivalencia entre la duración de las figuras. Como también podemos crear ritmos sencillos y pasar poco a poco a ritmos complejos que puedan darnos la noción de equivalencia.
- Los estudiantes resuelven ejercicios que consisten en relacionar las figuras musicales respecto a su equivalencia. Interpretan las figuras musicales representadas en pentagramas, aprendiendo de esta forma a dar el justo valor a

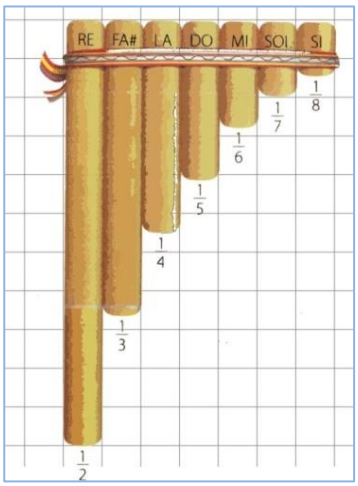
cada una de ellas. Comprueban que los valores da las notas musicales por cada compás sean equivalentes y si es necesario las aumentan.

- Teniendo un pentagrama con varios compases en blanco los estudiantes componen, con el uso las notas musicales y de los silencios, compases equivalentes a la fórmula dada.

3.1.4 La antara

Este laboratorio matemático propone una actividad lúdica de manipulación de material concreto orientada a la comparación de fracciones.

Para esta actividad se presenta un instrumento musical de viento muy común en el área andina del país, la antara. La característica que se conduce este laboratorio es la relación existente entre la longitud de las cañas y la nota que estas producen. Estas longitudes, en la antara, varían manteniendo una proporción de crecimiento indicada por medio de fracciones.



En esta actividad los estudiantes experimentan y comparan el valor de las diferentes fracciones que representan las longitudes de los tubos de la antara. Descubren manipulando el material concreto propuesto que entre las fracciones con un mismo numerador y diferente denominador es mayor la que tiene el denominador más pequeño. Al unir dos o más tubos y compararlas con otro, se puede llegar a formar fracciones homogéneas y así expresar que entre dos o más fracciones homogéneas es mayor la que tiene el numerador más grande.

Este laboratorio por su carácter lúdico permite trabajar contenidos matemáticos de forma atractiva y los estudiantes aprenden por descubrimiento, haciendo experiencia de los nuevos saberes que van adquiriendo.

TABLA Nº 6

La antara	
Tiempo	2 horas pedagógicas.
Situación problemática	Las longitudes de los tubos de la antara. Representación simbólica de las longitudes.
Contenidos relacionados	Comparar fracciones. La unidad fraccionaria.
Materiales y recursos	Una lámina que representa una antara con sus respectivas notas y medidas de longitudes de los tubos.

Tab. 6: Esquema de la sesión de clase "La Antara"

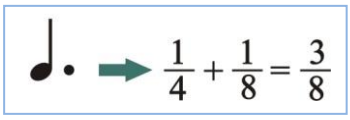
La actividad "La antara" se articula en los siguientes pasos:

- El docente da a conocer las nociones conceptuales de la antara a través de una lámina, resaltando las medidas de las longitudes de los tubos que lo componen, denotadas por las fracciones.
- Los estudiantes dibujan una antara con sus respectivas notas, cuyas medidas de los tubos se denotan como fracciones.
- Usando el molde de la nota DO dibuja tres tubos en fila realizando el conteo en el numerador a medida que va colocando cada uno.
- Combinando las representaciones gráficas de los distintos tubos los alumnos responden a las preguntas: ¿Qué fracción representa?; representa la unión de dos tubos de la nota MI y compárala con el tubo de la nota FA: ¿Es una fracción homogénea o heterogénea? ¿Por qué es correcto asegurar que estas dos representaciones son homogéneas si las construcciones no son de igual medida? ¿Cuál de las fracciones es mayor?

3.1.5 El puntillo

El objetivo presentado por este laboratorio matemático es que los estudiantes aprendan a sumar fracciones, siguiendo los procesos algorítmicos correspondientes. Dado el concepto y la función del puntillo, los estudiantes realizan la suma de dos fracciones, la duración de la nota musical y su mitad. En la escritura musical, el puntillo a lado de una nota nos indica que al valor de dicha nota se debe añadir su mitad, obteniendo así una nueva figura cuya duración es el resultado de una adición de fracciones.

Sabiendo que los compases son equivalentes entre sí, los estudiantes al observar un pentagrama con las diferentes combinaciones por las figuras musicales acompañadas de puntillos, comprueban que la adición de las figuras es equivalente a la adición de los demás compases, expresada por la fórmula del compás.



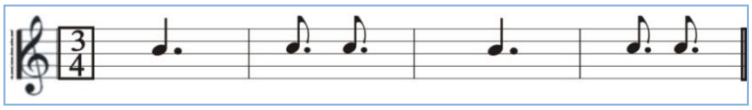


TABLA Nº 7

El puntillo	
Tiempo	2 horas pedagógicas
Situación problemática	Representación gráfica y simbólica de un puntillo
Contenidos relacionados	Adición de fracciones
Materiales y recursos	Una lámina que representa una figura musical acompañado por un puntillo Un pentagrama dando función al puntillo

Tab. 7: Esquema de la sesión de clase "El puntillo"

La secuencia propuesta es la siguiente:

- El docente da a conocer las nociones conceptuales sobre el puntillo resaltando que su función es aumentar a la nota afectada la mitad de la duración correspondiente a esa figura o silencio, si está al lado de un silencio. Por

ejemplo si es afectada la redonda, en el entendido que la redonda vale un tiempo, entonces con el puntillo aumenta a uno y medio, dado que el medio es la mitad de uno, siendo este su valor.

- Los estudiantes realizan estos ejercicios haciendo varias sumas de las figuras musicales con su puntillo.
- Observando figuras musicales acompañadas por el puntillo dentro del pentagrama, los estudiantes intentan comprobar si la suma de todas las figuras musicales es equivalente a la fórmula del compás.
- El otro ejercicio consiste en resolver la adición usando los moldes de la lámina anterior; usando los moldes de la antara en forma horizontal, realiza la siguiente actividad: dibuja en forma horizontal la unión de la nota DO y la nota SI ¿Cuál es la fracción que resulta de dicha unión? ¿Cómo se resuelve este problema?

3.1.6 Fracción de una fracción a través de los valores de las figuras musicales

La finalidad de esta actividad es llegar a multiplicar dos o más fracciones haciendo uso de los procesos algorítmicos correspondientes. Sabiendo que existe una relación entre las duraciones de las figuras musicales con una diferencia de un medio, los estudiantes experimentan e interpretan la duración de una nueva figura. Si se sabe que la duración de una redonda es la unidad, la duración de la blanca se puede interpretar como la mitad de la redonda, es decir un medio de uno. Como es conocimiento, las expresiones “de” y “del” expresan una multiplicación; por lo tanto la operación que da el resultado a la duración de la blanca es la multiplicación de fracciones.

De esta manera los estudiantes obtienen la duración de las demás figuras haciendo la fracción de una fracción.

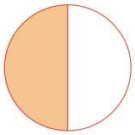
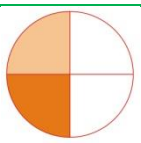
		$\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$

TABLA Nº 8

Fracción de una fracción a través de los valores de las figuras musicales	
Tiempo	2 horas pedagógicas
Situación problemática	La duración de las figuras musicales
Contenidos relacionados	Multiplicación de fracciones (fracción de una fracción)
Materiales y recursos	Representación de las figuras musicales con sus respectivos gráficos de duración en una lámina

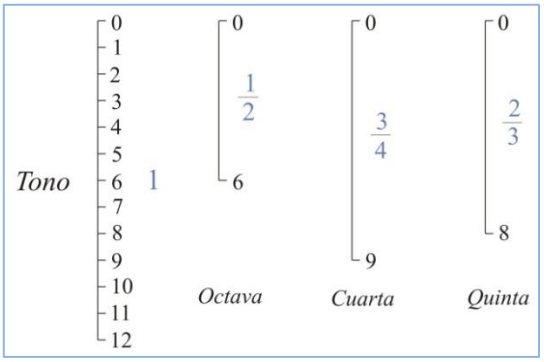
Tab. 8: Esquema de la sesión de clase "Fracción de una fracción a través de los valores de las figuras musicales"

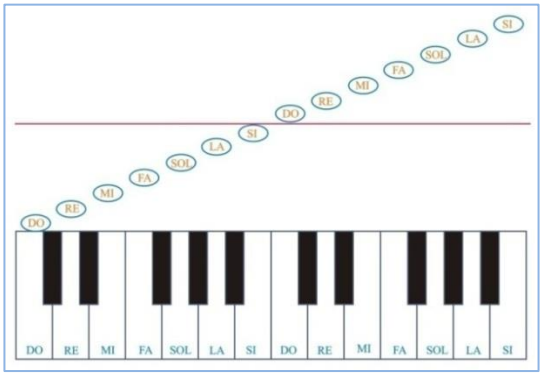
La metodología de esta actividad es la siguiente:

- Utilizando la primera lámina se realiza un repaso sobre la duración de las figuras musicales a través del solfeo. A partir de esta introducción se observa que a partir de la figura musical "blanca" se puede realizar una fracción de una fracción, es decir si la "blanca" vale un medio la "negra" vale un medio de un medio; el cual nos da el entendimiento de una multiplicación.
- A partir de este ejercicio se pueden deducir que las demás figuras o silencios musicales representan una fracción de una fracción es decir representan una multiplicación.
- Los estudiantes completan un cuadro teniendo como base las siguientes preguntas: ¿Cuánto es el valor de la corchea, si vale la mitad de una negra? ¿Cuánto es el valor de la semicorchea, si vale la mitad de una corchea o la cuarta parte de una negra?

3.1.7 El monocordio

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes aprendan a resolver siguiendo los procesos algorítmicos la potencia de fracciones. Para lograr este objetivo el laboratorio matemático utiliza como un instrumento que motiva y organiza sus ideas el monocordio, una cuerda que Pitágoras dividió en doce partes iguales y obtuvo las siguientes conclusiones: al pisar en el nueve resulta la octava, al pisar en el seis resulta la cuarta, mientras cuando se pisa en el ocho resulta la quinta. Sabiendo esta relación y teniendo como guía el teclado con sus respectivas notas en escala, los estudiantes experimentan y obtienen, partiendo de una nota base, las demás notas encadenando las quintas consecutivas, lo que da lugar a las siete notas de la escala.





Si se considera el valor 1 a la nota DO, su quinta será el SOL que le corresponderá $\frac{3}{2}$; la quinta de SOL es RE que tendrá asignada el valor de $\left(\frac{3}{2}\right)^2$; así sucesivamente los estudiantes experimentan la nueva nota obteniendo los resultados de una potencia de fracciones.

TABLA Nº 9

El monocordio	
Tiempo	2 horas pedagógicas
Situación problemática	El monocordio La escala de las notas musicales
Contenidos relacionados	Potenciación de fracciones
Materiales y recursos	Una lámina que representa un monocordio Una lámina que representa el teclado con sus respectivos notas por escala

Tab. 9: Esquema de la sesión de clase "El Monocordio"

La actividad se presentó siguiendo la siguiente secuencia:

- El docente introduce las nociones sobre el monocordio, que consiste en una cuerda tensada en doce partes iguales, a partir de las cuales se han deducido los sonidos realizando algunas divisiones y fraccionamientos.
- Para este concepto se muestra un teclado con sus respectivas notas. A través de este instrumento se profundiza el origen de los sonidos realizando algunos fraccionamientos, que consisten en una potencia de fracciones.

4 METODOLOGÍA

El presente trabajo de investigación es de tipo cuantitativo; de alcance correlacional y explicativo.

4.1 Diseño de la investigación

El diseño de este trabajo de investigación experimental, de tipo pre-experimental y se diagrama de la siguiente manera:

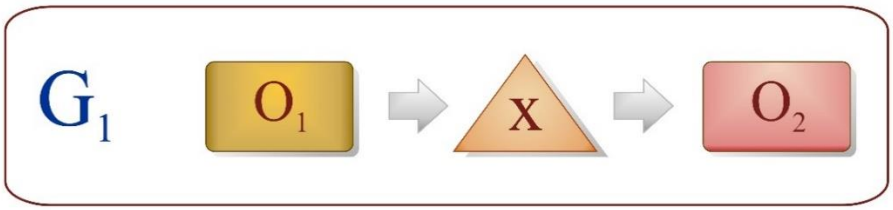


Fig 2: *Representación gráfica del diseño de la investigación*

- **G:** Alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo.

- **O_1:** Aplicación del pre-test para evaluar el nivel de conocimientos inicial de los componentes del grupo experimental.

- **X:** Aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones" para el aprendizaje significativo de la noción de fracciones.

- **O_2:** Aplicación del post-test para evaluar los efectos del tratamiento y relacionar las variables.

4.2 Universo y población

4.2.1 Universo de investigación

Son los estudiantes y docentes de las Instituciones Educativas de la San Luis del Nivel de Educación Secundaria.

4.2.2 Población de investigación

La población de la presente investigación está formada por los docentes y estudiantes de la Institución Educativa "Santa Rosa" de Uchusquillo.

4.2.3 Muestra de la investigación

El grupo experimental está formado por los 11 estudiantes del primer grado, sección única, de Educación Secundaria de la Institución Educativa 86378 “Santa Rosa” de Uchusquillo.

TABLA Nº 10

GRADO	SECCIÓN	N° DE ALUMNOS	
1ro	ÚNICA	VARONES	MUJERES
		4	7
		PORCENTAJE	
		36.36 %	63.64 %

Tab. 10: Composición del grupo experimental.

4.3 Técnicas e instrumentos

4.3.1 Definición y operacionalización de las variables

Las variables estudiadas en el presente trabajo de investigación se diversifican de la siguiente manera:

Variable independiente: Aplicación de la propuesta pedagógica “Música y fracciones”.

Variable dependiente: Las fracciones.

La variable independiente representa una estimulación para lograr optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje en los alumnos del primer grado de Educación Secundaria en el área curricular de matemática. Esta está conformada por un conjunto de laboratorios matemáticos que, a través de la relación entre música y fracciones, conducen los estudiantes en una ruta del aprendizaje hasta explorar los conceptos básicos de las fracciones, sus propiedades, sus operaciones tal como considerado en los documentos ministeriales.

La variable dependiente es el nivel de aprendizaje de los alumnos en cuanto al concepto de fracción. Para trabajar con esta variable se han determinado cuatro dimensiones que la caracterizan:

- Concepto de fracción
- Clasificación de fracciones

- Comparación de fracciones
- Operaciones con fracciones

Para lograr una mayor especificidad en el tratamiento de la variable dependiente “las fracciones”, se han adoptado cuatro sub-dimensiones que recalcan las cuatro capacidades matemáticas establecidas por el Ministerio de Educación en las “Rutas de aprendizaje”:

- Matematiza situaciones.
- Comunica y representa ideas matemáticas.
- Elabora y usa estrategias.
- Razona y argumenta generando ideas matemáticas.

TABLA Nº 11

OPERALIZACIÓN DE LA VARIABLE				
Variable	Dimensión	Sub-Dimensión	Indicadores	Instrumento
LAS FRACCIONES	CONCEPTO DE FRACCIÓN	Matematiza situaciones	Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos	Prueba de pre-test, prueba de post-test, lista de cotejo
			Conoce el significado del numerador y denominador de una fracción	
		Comunica y representa ideas matemáticas	Representa gráficamente fracciones mayores que la unidad	
			Representa simbólicamente fracciones mayores que la unidad	
		Elabora y usa estrategias	Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación	
			Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación	
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Relaciona la fracción con la parte y con el todo de la unidad	
			Relaciona el numerador y el denominador con superficies pintadas y no pintadas	

Variable	Dimensión	Sub-Dimensión	Indicadores	Instrumento
LAS FRACCIONES	CLASIFICACIÓN DE FRACCIONES	Matematiza situaciones	Clasifica e identifica la unidad fraccionaria	Prueba de pre-test, prueba de post-test, lista de cotejo
			Clasifica e identifica las fracciones de acuerdo a la relación de igualdad o desigualdad entre sus denominadores	
			Clasifica e identifica las fracciones al compararlas con la unidad	
			Clasifica e identifica las fracciones según sea mayor o menor que la unidad y de acuerdo a la relación entre sus términos.	
			Clasifica e identifica las fracciones homogéneas	
		Comunica y representa ideas matemáticas	Representa simbólicamente la unidad fraccionaria	
			Representa gráficamente la unidad fraccionaria	
			Representa simbólicamente fracciones propias e impropias	
		Elabora y usa estrategias	Obtiene fracciones irreducibles a partir del proceso de simplificación	

Variable	Dimensión	Sub-Dimensión	Indicadores	Instrumento
LAS FRACCIONES	COMPARACIÓN DE FRACCIONES	Matematiza situaciones	Compara fracciones reduciéndolas a denominador común	Prueba de pre-test, prueba de post-test, lista de cotejo
			Ordena fracciones a partir de criterios establecidos	
		Comunica y representa ideas matemáticas	Representa fracciones en la recta numérica	
			Usa las expresiones >, = y < para establecer relaciones de comparación de fracciones	
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones	
			Interpreta el significado de los números racionales en distintos contextos	
			Resuelve problemas aplicando las distintas interpretaciones de las fracciones	
	OPERACIONES CON FRACCIONES	Comunica y representa ideas matemáticas	Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran suma y sustracción de fracciones	
			Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran multiplicación de fracciones	
			Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran división de fracciones	
			Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran potenciación de fracciones	

Variable	Dimensión	Sub-Dimensión	Indicadores	Instrumento
LAS FRACCIONES	OPERACIONES CON FRACCIONES	Elabora y usa estrategias	Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran radicación de fracciones	Prueba de pre-test, prueba de post-test, lista de cotejo
			Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos	
			Aplica los procesos algorítmicos de la división de fracciones respetando los signos de colección	
			Aplica los procesos algorítmicos de la multiplicación de fracciones respetando los signos de colección	
			Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos	
			Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones	
		Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones	
			Resuelve problemas que involucran multiplicación de fracciones	
			Infiere resultados de un problema a partir de la observación de gráficos	
			Resuelven problemas que involucran calcular la potencia de una fracción	
			Resuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción	

Tab. 11: Operalización de la variable.

4.3.2 Técnicas, instrumentos y matriz de evaluación

El instrumento que se ha empleado para medir los efectos de la variable independiente sobre la variable dependiente ha sido una lista de cotejo, elaborada en base a 39 indicadores correspondientes a cada una de las dimensiones y sub-dimensiones a evaluar, con respecto a la variable dependiente. Por medio de este instrumento, aplicado a una evaluación inicial y a una final, pre-prueba y post-prueba, se pudo confirmar el efecto de la aplicación de las estrategias propuestas en este estudio y así comprobar que los estudiantes, trabajando bajo el enfoque del aprendizaje significativo utilizando las estrategias dela propuesta pedagógica "Música y Fracciones", han demostrado progresos significativos en la adquisición de las nociones de las fracciones.

La prueba aplicada en el pre-test y post-test presenta cuatro ítems con el objetivo de indagar sobre la capacidad de los estudiantes de comprender el concepto de las fracciones. El primero de los cuatro ítems, *"Interpreta y representa las siguientes fracciones"*, tiene como objetivo el de verificar el nivel de aprendizaje de los estudiantes explorando su capacidad de interpretar el concepto de fracciones y el significado de sus términos y de representar gráficamente y simbólicamente los números racionales. El segundo, "C*lasifica e identifica las siguientes fracciones"*, apunta a la finalidad de contrastar el nivel de aprendizaje de los estudiantes indagando sus capacidades de clasificar e identificar simbólicamente la unidad fraccionaria, clasificar y diferenciar las fracciones homogéneas y heterogéneas, propias e impropias, reducibles e irreducibles. El tercero, "*Compara las fracciones con la unidad",* con el mismo objetivo de los demás ítems, comprueba si los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo o no a través de los siguientes estándares: compara y representa fracciones en la recta numérica, compara y ordena fracciones a través de criterios establecidos: resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones, resuelve e interpreta las fracciones en distintas interpretaciones. El último ítem *"Resuelve los siguientes problemas realizando operaciones con las fracciones",* explora los saberes del estudiante indagando sobre la capacidad de comprobar y comunicar los resultados de las operaciones con fracciones y aplicar los procesos algorítmicos en el proceso de dar solución las

operaciones con fracciones y resolver problemas que involucran las operaciones con fracciones.

TABLA Nº 12

Variable	Ítems	Indicadores	SI	NO
LAS FRACCIONES	Interpreta y representa las siguientes fracciones	Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos	1	0
		Conoce el significado del numerador y denominador de una fracción	1	0
		Representa gráficamente unas fracciones mayores que la unidad	1	0
		Representa simbólicamente unas fracciones mayores que la unidad	1	0
		Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación	1	0
		Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación	1	0
		Relaciona la fracción con la parte y con el todo de la unidad	1	0
		Relaciona el numerador y el denominador con superficies pintadas y no pintadas	1	0
	Clasifica e identifica las siguientes fracciones .	Clasifica e identifica la unidad fraccionaria	1	0
		Clasifica e identifica las fracciones de acuerdo a la relación de igualdad o desigualdad entre sus denominadores	1	0
		Clasifica e identifica las fracciones al compararlas con la unidad	1	0
		Clasifica e identifica las fracciones según sea mayor o menor que la unidad y de acuerdo a la relación entre sus términos	1	0
		Clasifica e identifica las fracciones homogéneas	1	0
		Representa simbólicamente la unidad fraccionaria	1	0
		Representa gráficamente la unidad fraccionaria	1	0
		Representa simbólicamente fracciones propias e impropias	1	0
		Obtiene fracciones irreducibles a partir del proceso de simplificación	1	0

Variable	Ítems	Indicadores	SI	NO
LAS FRACCIONES	Compara fracciones con la unidad	Compara fracciones reduciéndolas a denominador común	1	0
		Ordena fracciones a partir de criterios establecidos	1	0
		Representa fracciones en la recta numérica	1	0
		Usa las expresiones >, = y < para establecer relaciones de comparación de fracciones	1	0
		Resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones	1	0
		Interpreta el significado de los números racionales en distintos contextos	1	0
		Resuelve problemas aplicando las distintas interpretaciones de las fracciones	1	0
	Resuelve los siguientes problemas realizando operaciones con las fracciones	Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran suma y sustracción de fracciones	1	0
		Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran multiplicación de fracciones	1	0
		Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran división de fracciones	1	0
		Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran potenciación de fracciones	1	0
		Comprueba y comunica resultados de problemas que involucran radicación de fracciones	1	0
		Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos	1	0
		Aplica los procesos algorítmicos de la división de fracciones respetando los signos de colección	1	0
		Aplica los procesos algorítmicos de la multiplicación de fracciones respetando los signos de colección	1	0
		Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos	1	0
		Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones	1	0
		Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones	1	0
		Resuelve problemas que involucran multiplicación de fracciones	1	0
		Infiere resultados de un problema a partir de la observación de gráficos	1	0
		Resuelven problemas que involucran calcular la potencia de una fracción	1	0
		Resuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción	1	0

Tab. 12: Lista de cotejo con su respectiva puntuación.

Para poder determinar el nivel de aprendizaje de los estudiantes se ha asignado un mismo puntaje por cada indicador obteniendo así una escala de puntuación que va de 0 hasta 39 puntos. En base a esto se han individuado cuatro niveles de aprendizaje, caracterizados por un intervalo de puntuación específico:

TABLA Nº 13

NIVEL DE APRENDIZAJE	DEFINICIÓN DE APRENDIZAJE	RENDIMIENTO ACADÉMICO
0 - 20	APRENDIZAJE EN INICIO	0 - 10
21 - 26	APRENDIZAJE EN PROCESO	11 – 13
27 - 34	APRENDIZAJE PREVISTO	14 - 17
35 - 39	APRENDIZAJE DESTACADO	18 - 20

Tab. 13: Escala de calificación de aprendizaje aplicada a la lista de cotejo

La siguiente tabla facilita una interpretación lógica y significativa de los puntajes estándares del test de capacidades matemáticas que provee el Ministerio de Educación en las "Rutas del aprendizaje":

TABLA Nº 14

NIVEL DE APRENDIZAJE	RENDIMIENTO ACADÉMICO	DEFINICIÓN DE APRENDIZAJE	DESCRIPCIÓN
0-20	00-10	EN INICIO	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje
21-26	11-13	EN PROCESO	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo
27-34	14-17	LOGRO PREVISTO	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado
35-39	18-20	LOGRO DESTACADO	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo responsable y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas

Tab. 14: Escala de calificación de los aprendizajes en la E B R (Educación Secundaria)

Para dar rigor a los resultados del presente trabajo de investigación, se aplica a la lista de cotejo la prueba de Kuder Richardson.

TABLA Nº 15

Pre-test	0.88
Post test	0.84

Tab. 15: Cuadro de confiabilidad, a través de la prueba de Kuder Richardson 20

Para los datos del pre-test la prueba de confiabilidad ha mostrado un puntaje de 0.88, mientras los datos del post–test presentan un puntaje de 0.84; estos resultados ubican la confiabilidad del instrumento aplicado en un nivel muy alto.

4.3.3 Plan de análisis

Para el análisis de los datos, se asignará un puntaje a cada lista de cotejo por alumno; posteriormente, se obtiene un promedio tanto de la prueba del pre-test como del post-test y se compara la variante del puntaje para establecer si es una variación significativa.

Para contrastar las hipótesis de la investigación se empleará la prueba T para muestras relacionadas, con un nivel de significancia del 5 %.

El procesamiento y análisis de los datos se realizará con el programa estadístico SPSS (Static Program) versión 20.

5 RESULTADOS

5.1 Resultados de la investigación

El objetivo general de esta investigación ha sido demostrar que la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, favorece el aprendizaje del concepto de fracciones en los estudiantes del primer grado de educación secundaria.

Teniendo en cuenta los objetivos específicos planteados y la hipótesis que se pretende verificar, los resultados de la presente investigación se presentan de la siguiente manera

- Nivel real de aprendizajes matemáticos y específicamente del concepto de fracciones de los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Pública 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, departamento de Ancash, en el año académico 2016, registrado a través de un pre-test.
- Nivel real de aprendizajes matemáticos y específicamente del concepto de fracciones de los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Pública 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo, provincia de Carlos Fermín Fitzcarrald, departamento de Ancash, en el año académico 2016, registrado a través de un post-test.
- Comparación de los niveles de aprendizaje observados en la prueba del pre-test y el post-test, para determinar si la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", basada en el enfoque del aprendizaje significativo, favorece el aprendizaje del concepto de fracción en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria.

5.1.1 Nivel real de aprendizajes del concepto de fracciones de los estudiantes, observado en el pre-test

El primer objetivo específico de esta investigación ha sido determinar el real nivel de aprendizaje de los alumnos del primer grado de Educación Secundaria de la

I.E. “Santa Rosa” del centro poblado de Uchusquillo por los contenidos matemáticos referidos a las fracciones en el momento de empezar la experimentación. Este objetivo ha sido alcanzado por medio de una pre-prueba aplicada el 10 de agosto del 2016. Los resultados de dicha prueba se presentan a continuación por medio de un cuadro estadístico y de un gráfico.

TABLA Nº 16

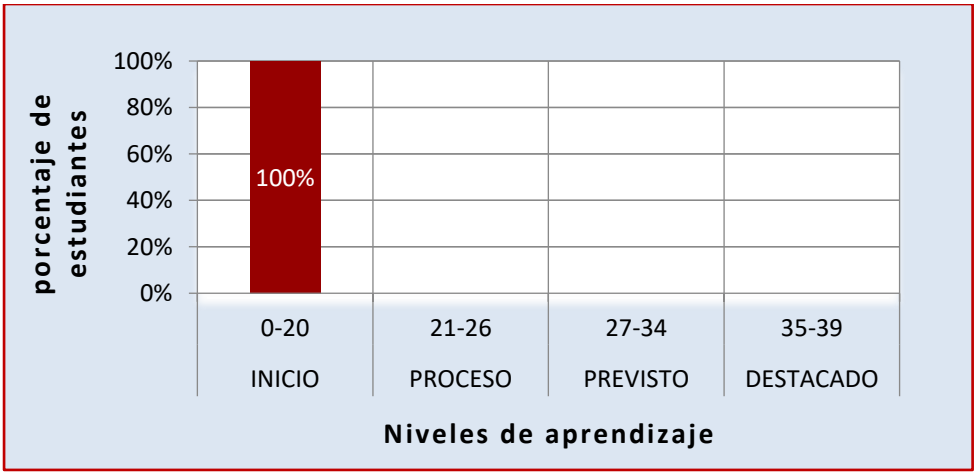
Nivel real de las operaciones con fracciones de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” (pre-test)

Definición de aprendizaje		**Pre-test**	
		F_i	H_i%
INICIO	0-20	11	100.00%
PROCESO	21-26	0	0.00%
PREVISTO	27-34	0	0.00%
DESTACADO	35-39	0	0.00%
	TOTAL	11	100.00%

Tab. 16: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 10 de agosto del 2016

GRÁFICO Nº 1

Nivel real de las operaciones con fracciones de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Santa Rosa” (pre-test)



Graf. 1: *Representación gráfica de frecuencias relativas de los niveles de aprendizaje obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de pre-test del 10 de agosto del 2016.*

En la tabla 6 y en el gráfico 1, se observan los resultados de la prueba del pre-test obtenidos con la lista de cotejo, en los cuales se aprecia un dato alarmante. La totalidad de los estudiantes se encuentra, al momento de iniciar la experimentación,

en un nivel de aprendizaje apenas en inicio, alcanzando una puntuación que varía de 2 puntos hasta un máximo de 14 puntos con una media de 3.64 puntos. Estos resultados evidencian claramente una dificultad en los estudiantes con respecto al concepto y a las operaciones con fracciones.

5.1.2 Nivel real de aprendizajes del concepto de fracciones de los estudiantes, observado en el post -test

El segundo objetivo específico que consideramos ha sido determinar el real nivel de aprendizaje de los alumnos del primer grado de Educación Secundaria de la I.E. "Santa Rosa" del centro poblado de Uchusquillo por los contenidos matemáticos referidos a las fracciones al concluir la experimentación. Este objetivo ha sido alcanzado por medio de una post-prueba aplicada el 12 de setiembre de 2016. Los resultados de dicha prueba se presentan a continuación por medio de un cuadro estadístico y de un gráfico.

TABLA Nº 17

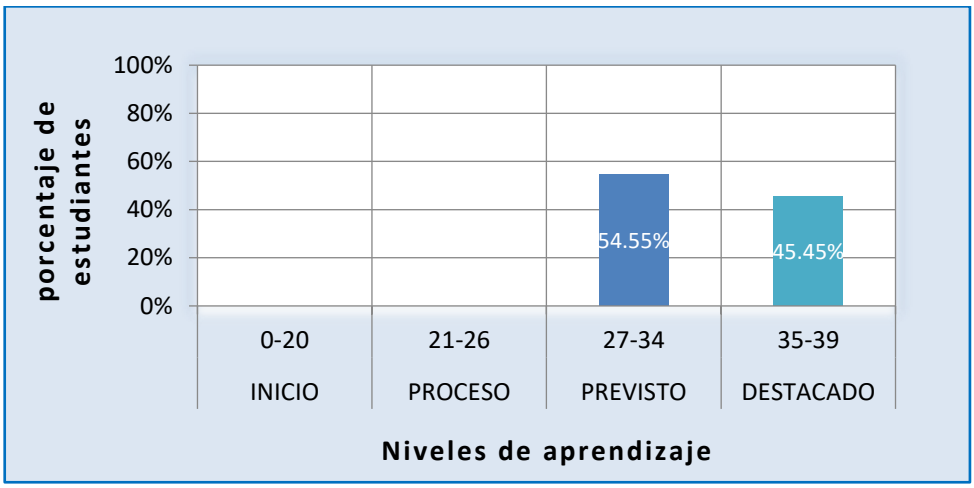
Nivel real de las operaciones con fracciones de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa" (post-test)

Definición de aprendizaje		**Post-test**	
		F_i	H_i%
INICIO	0-20	0	0.00%
PROCESO	21-26	0	0.00%
PREVISTO	27-34	6	54.55%
DESTACADO	35-39	5	45.45%
	TOTAL	11	100.00%

Tab. 17: Resumen de los resultados obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de post-test del 12 de setiembre de 2016.

GRÁFICO Nº 2

Nivel real de las operaciones con fracciones de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "Santa Rosa" (post-test)



Graf. 2: *Representación gráfica de frecuencias relativas de los niveles de aprendizaje obtenidos con la lista de cotejo aplicada a la prueba de post-test del 12 de setiembre de 2016.*

Mediante la tabla 7 y el gráfico 2 se muestran los resultados obtenidos en la prueba del post-test:

el 54,55% de los estudiantes logró desarrollar el aprendizaje previsto en el concepto y las operaciones con fracciones. Además resalta que el 45,45% de los estudiantes superaron este nivel demostrando una capacidad destacada en el uso de las fracciones.

En la prueba del post-test los estudiantes alcanzaron una puntuación que varía entre 28 puntos y 39 puntos con una media de 33,45 puntos. La observación de los resultados presentados evidencia una mejora en la capacidad de resolver operaciones con fracciones por parte de los estudiantes. De tal forma también, demuestra la validez de la propuesta aplicada puesto que todos los estudiantes han superado la calificación de los niveles de aprendizaje de inicio y proceso.

5.1.3 Comparación de los niveles de aprendizaje observados en la prueba del pre-test y del post-test

Para comparar los resultados de la prueba de pre-test y los de la prueba de post-test a fin de verificar las hipótesis, se ha aplicado, como prueba preliminar, el test de normalidad. Por ser una muestra conformada de 11 casos se ha aplicado, tanto al conjunto de datos del pre-test como al del post-test, la prueba de Shapiro–Wilk.

TABLA Nº 18

	Prueba de normalidad Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
pre-test	,324	11	,000
post-test	,181	11	,115

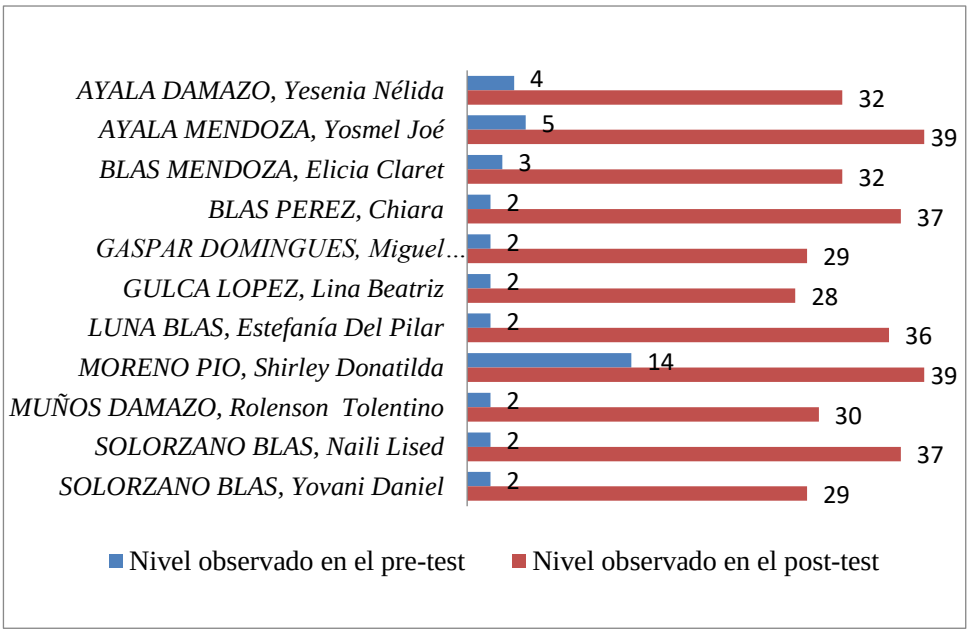
Tab. 18: Prueba de normalidad para los grupos de datos registrados en el pre-test y en el post-test

Esta prueba evidencia que la distribución de los datos registrados en el pre-test no cumple con el supuesto de normalidad, presentando asimetría positiva siendo la moda coincidente al valor mínimo registrado e inferior a la media aritmética.

También se puede observar de los resultados de la prueba de Shapiro-Wilk que el aprendizaje registrado en el post-test tiene una distribución normal, siendo el valor 0,115 mayor que el nivel de significancia. Por tal motivo se ha elegido la prueba T de Student para muestras relacionadas.

La comparación de los resultados registrados en el pre-test y en el post-test evidencia que la totalidad de los estudiantes, después de la aplicación del laboratorio matemático "Música y fracciones" ha obtenido un mejor resultado superando las dificultades evidenciadas por la pre-prueba. Este dato puede apreciarse observando el gráfico estadístico a continuación.

GRÁFICO Nº 3



Graf. 3: *Nivel de aprendizaje observados en la prueba del pre-test y post- test*

Los 11 estudiantes que conforman el grupo experimental han obtenido mejores resultados en el post-test respecto a los resultados obtenidos en el pre-test. Este resultado indica que la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", ha favorecido significativamente el aprendizaje del concepto de fracciones.

La prueba T de Students, muestra que existe una relación significativa entre la variable independiente, aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones", y la variable dependiente, aprendizaje significativo de las fracciones, evidenciando un cambio significativo entre las mediciones del pre-test y del post-test.

TABLA Nº 19

Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
			Inferior	Superior			
29,818	3,868	1,166	27,219	32,417	25,566	10	0,000

Tab. 19: Prueba T de Students para muestras relacionadas (Pre-test y Post-test)

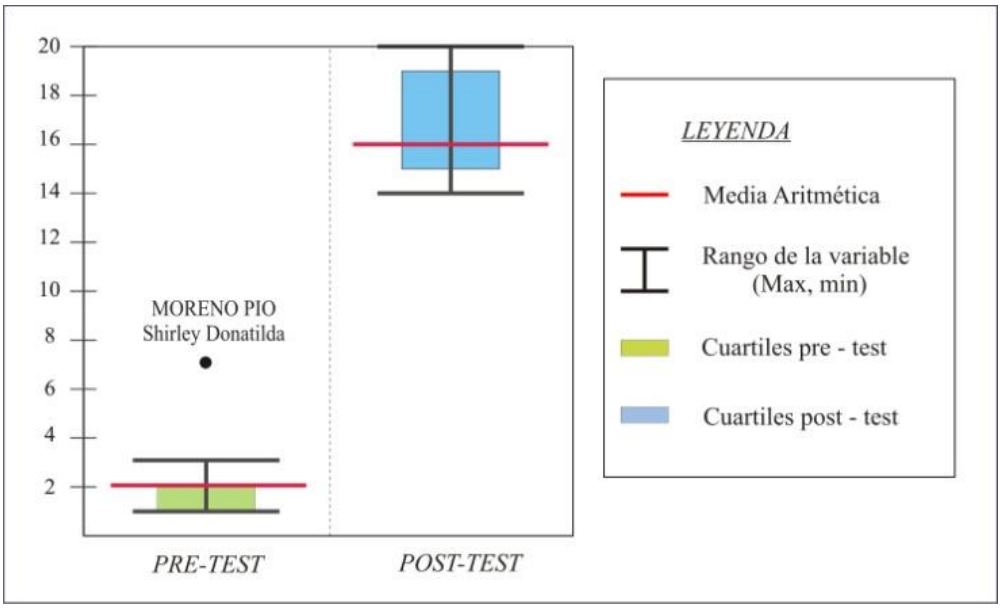
De la prueba T de Students resalta que la significancia es inferior a 0,05 es decir inferior al 5%. Este resultado rechaza la hipótesis nula resaltando un cambio significativo entre el nivel de aprendizaje registrado antes y el nivel de aprendizaje registrado después de la experimentación.

De esta manera la hipótesis se ha verificado positivamente, puesto que la propuesta pedagógica "Música y Fracciones", ha tenido una influencia significativa en el desarrollo de las operaciones con fracciones.

5.1.4 Contrastación del rendimiento académico

En el siguiente gráfico presentamos los resultados obtenidos en las evaluaciones del pre-test y el pos-test, aplicados a los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria.

GRÁFICO Nº 4



En los resultados de la evaluación del pre-test, los estudiantes han alcanzado una nota compresa en un rango que varía uniformemente de 1.03 a 2.56, con una media de 1.86, excepto uno de los estudiantes que ha obtenido una nota muy distinta a la media, es decir ha alcanzado 7.18. Estos resultados nos evidencian que la totalidad de los estudiantes se encuentran en un nivel de aprendizaje en inicio. Los cuartiles de la evaluación del pre-test muestran que el 50 % de las notas están concentrados en un intervalo que varía de 1.03 a 2.05.

En cuanto a los resultados obtenidos en la evaluación del post-test, observamos que las notas obtenidas por los estudiantes se ubican en un rango que varía de 14.36 a 20, con una media aritmética de 17.16. Lo que nos evidencian los cuartiles del post-test es que el 50 % de las notas están concentrados en un intervalo que varía de 14.87 a 18.97.

Al contrastar los rangos, las medias aritméticas y los cuartiles obtenidos en la evaluación del pre-test y post-test, administrados antes y después de la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y Fracciones", afirmamos una mejora en la capacidad de adquirir los contenidos y el desarrollo de las fracciones. De tal forma justificamos la validez de la propuesta pedagógica mencionada.

5.2 Descripción de resultados

Los resultados obtenidos en las evaluaciones del pre-test y el post-test de nuestra investigación en relación a los objetivos específicos y a la hipótesis se explican a continuación.

5.2.1 Descripción del nivel real de aprendizajes del concepto de fracciones, observado en el pre-test

En cualquier operación que resuelva el estudiante debe tener en cuenta algunas características específicas por cada contexto de los números; siguiendo un algoritmo adecuado, algunas transformaciones, el uso de los signos, y el interés de querer aprender y ser constante en su práctica.

Teniendo en cuenta la importancia de los números racionales, nos centramos al análisis de los resultados mostrados en la tabla 6 y en el gráfico 1. Al observar estos dos cuadros estadísticos de los resultados del pre-test, se aprecia que la totalidad de los estudiantes, es decir el 100% se ubican en un nivel de aprendizaje, en inicio.

La primera dimensión, (el concepto de fracciones) presenta ocho indicadores, de los cuales han sido desempeñados por la mayoría de los estudiantes lo que corresponde a la representación gráfica y simbólica de las fracciones mayores que la unidad. La dificultad que se ha presentado, por parte de los estudiantes es el poco conocimiento sobre la interpretación de los términos de una fracción y la interpretación de las fracciones, a consecuencia resultó que los estudiantes no lograron simplificar o amplificar las fracciones para poder representarlas a través de un gráfico ya dado.

La segunda dimensión, (clasificación de las fracciones) presenta nueve indicadores, donde la mayoría de los estudiantes han presentado la dificultad de clasificar e identificar la unidad fraccionaria, las fracciones según la igualdad o desigualdad entre sus denominadores, según sea mayor o menor que la unidad. Estas dificultades se han presentado a causa de una insuficiencia en la acción de reconocer y clasificar las fracciones según los criterios establecidos, así mismo se ha observado que la mayoría de los estudiantes ha tenido una dificultad en comprender las preguntas para poder marcar o resolver los ejercicios.

Describiendo la tercera dimensión (comparación de fracciones), conformado, por siete indicadores, evidenciamos que la totalidad de los estudiantes han sido descalificados. Es decir que todos los estudiantes han tenido la dificultad en comparar dos o más fracciones a través de criterios establecidos o reduciéndolas a denominador común y, debido a esto, no han logrado ordenarlas en la recta numérica.

Con respecto a la cuarta dimensión (operaciones con fracciones), los indicadores expuestos son quince, de los cuales la mayoría de los estudiantes han presentado dificultades de resolver problemas con fracciones, por falta de conocimiento de cómo operar o de seguir los algoritmos por cada una de las distintas operaciones y la comprensión de los problemas para plantear la ecuación.

Analizando aún más detalladamente los resultados, podemos observar que la totalidad de los estudiantes no lograron alcanzar los siguientes indicadores:

- Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos.
- Conoce el significado del numerador y denominador de una fracción.
- Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación.
- Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación.
- Relaciona la fracción con la parte y con el todo de la unidad.
- Relaciona el numerador y el denominador con superficies pintadas y no pintadas.
- Representa gráficamente la unidad fraccionaria.
- Compara fracciones reduciéndolas a denominador común
- Ordena fracciones a partir de criterios establecidos
- Representa fracciones en la recta numérica
- Usa las expresiones >, = y < para establecer relaciones de comparación de fracciones.
- Resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones.
- Interpreta el significado de los números racionales en distintos contextos.
- Resuelve problemas aplicando las distintas interpretaciones de las fracciones.

- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran multiplicación de fracciones
- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran potenciación de fracciones
- Aplica los procesos algorítmicos de la división de fracciones respetando los signos de colección.
- Aplica los procesos algorítmicos de la multiplicación de fracciones respetando los signos de colección.
- Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos.
- Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones
- Resuelve problemas que involucran multiplicación de fracciones.
- Infiere resultados de un problema a partir de la observación de gráficos.
- Resuelven problemas que involucran calcular la potencia de una fracción.

Esto trajo como consecuencia que los estudiantes se ubiquen en un nivel de aprendizaje en inicio, debido a la falta de uso de representaciones gráficas y simbólicas de una fracción y al poco interés por aprovechar los saberes previos sobre los números racionales, que presentaban los estudiantes.

En conclusión se puede confirmar que la totalidad de los estudiantes han presentado dificultades en cómo proceder con los algoritmos de las soluciones de un ejercicio o problema con fracciones.

5.2.2 Descripción del nivel de aprendizaje de las fracciones en los estudiantes, a través del post-test.

De acuerdo a los niveles de aprendizaje destacamos que el 45,45% de los estudiantes ha alcanzado un nivel de aprendizaje destacado y el 54, 55% de los estudiantes ha alcanzado un nivel de aprendizaje previsto, de esta manera superando los niveles de inicio y de proceso. Analizando nuestra lista de cotejo por cada uno de las dimensiones, tenemos los siguientes resultados:

- Globalizando la primera y la segunda dimensión destacamos que diez estudiantes obtuvieron un resultado positivo, sin presentar alguna dificultad,

es decir han mostrado una mejora respecto a la primera evaluación, demostrando de esta manera sus capacidades de interpretar el concepto de las fracciones, representar gráfica y simbólicamente una fracción mayor o menor que la unidad, amplificar o simplificar fracciones, clasificar e identificar la unidad fraccionaria, las fracciones homogéneas y heterogéneas.

- La mayor dificultad que han presentado los estudiantes ha sido con respecto a la tercera dimensión, donde la mayoría de los estudiantes no han logrado cumplir los cinco indicadores que corresponden a comparar y ordenar las fracciones en la recta numérica.
- En cuanto a la cuarta dimensión, los estudiantes presentaron dificultades en seguir los procesos algorítmicos y en comprobar los resultados obtenidos de cada una. En esta dimensión se ha observado que dos estudiantes han presentado un resultado positivo.
- Los temas transversales interrelacionados a temas curriculares conllevan a un aprendizaje significativo por ser motivadores, dinámicos y participativos. En ese sentido la propuesta pedagógica "Música y fracciones" estimula una buena disposición y comprensión entretenida de los estudiantes para la enseñanza de los aprendizajes del concepto y las operaciones con fracciones.
- Contrastando los resultados del pre-test con el post-test, verificamos una diferencia sustancial. Se observa, que la mayoría de los estudiantes han alcanzado desarrollar sus capacidades para resolver las operaciones con fracciones; al desarrollar estos contenidos los estudiantes han presentado una orden lógica y han presentado procesos algorítmicos ordenados y especificos por cada una de las distintas operaciones con las fracciones. De este modo se demuestra que nuestro laboratorio matemático ha tenido una influencia significativa en el aprendizaje de las fracciones.

En conclusión los resultados del post-test con respecto al pre-test demuestran que el aprendizaje mediante el laboratorio matemático mejora la capacidad de los estudiantes para desarrollar problemas matemáticos, específicamente en nuestro estudio de las fracciones.

5.2.3 Descripción de los resultados respecto a la hipótesis de la investigación

Poniendo a contraste las dos pruebas de evaluación, pre-test y post-test se observó claramente una influencia positiva de la propuesta pedagógica "Música y fracciones" basada en el enfoque del aprendizaje significativo sobre la variable dependiente, "las fracciones". A través de la prueba de rangos y la prueba t de Students se evidencia una diferencia notable de los resultados obtenidos tanto en el pre-test y post-test.

Haciendo una comparación del pre-test y post-test, se muestra en la tabla 9 el análisis de los rangos que nos evidencia que ningún estudiante ha obtenido un rango negativo o nulo; es decir la totalidad de los estudiantes han alcanzado los rangos positivos, de esta manera demostrando un resultado positivo y significativo.

La prueba T, mostrada en la tabla 10, nos evidencia la diferencia de las evaluaciones realizadas antes y después de la aplicación de la propuesta pedagógica. La media mostrada en esta tabla es de 15.091, que muestra una diferencia notable entre las dos evaluaciones. Es decir se demuestra que la propuesta pedagógica "Música y fracciones" ha tenido una influencia relevante en el aprendizaje de las fracciones resolviendo las distintas dudas y dificultades de los estudiantes.

6 CONCLUSIONES

6.1 Conclusiones

Al finalizar la aplicación de nuestra propuesta pedagógica "Música y fracciones" basado en el enfoque del aprendizaje significativo, para la enseñanza de la noción de fracciones en los estudiantes del primer grado, se han analizado y contrastado los datos, obteniendo las siguientes conclusiones:

- El nivel de aprendizaje de los estudiantes del primer grado obtenido, a través del pre-test, muestra un resultado deficiente con una media de 1.86, ubicándose de esta manera en un nivel de inicio. Se observó que los estudiantes presentaron deficiencia en desarrollar el concepto y las operaciones con fracciones.
- Después de haber aplicado la propuesta pedagógica "Música y fracciones", se muestran resultados positivos en cuanto al desarrollo de los algoritmos de la noción y las operaciones de fracciones. Esto se corrobora porque el 54.55% de los estudiantes han alcanzado el nivel de aprendizaje en proceso, en tanto el 45.45% de los estudiantes alcanzaron el nivel de aprendizaje previsto, superando los niveles de inicio y proceso.
- Realizando un contraste entre el pre-test y el post-test se concluye que hay una diferencia notable en el aprendizaje de la noción y las operaciones de fracciones. Analizando los datos estadísticos observamos que la media obtenida en el pre-test es de 1.86 puntos, mientras tanto en el post-test es de 17.16 puntos, esto evidencia claramente un resultado positivo.
- De acuerdo a la hipótesis planteada en nuestro estudio, la deficiencia de los estudiantes en el desarrollo de la noción y las operaciones con fracciones se ha mejorado, tal como se muestra en los resultados mostrados en los gráficos estadísticos. Por ello podemos mencionar que la aplicación de la propuesta pedagógica "Música y fracciones" tuvo una influencia significativa en la enseñanza de las fracciones en los estudiantes del primer grado de educación secundaria.

6.2 Recomendaciones

Después de haber culminado con la aplicación de la propuesta pedagógica "música y fracciones" y obtenido resultados significativos, es importante mencionar algunas recomendaciones para ayudar a mejorar en el aprendizaje de los números racionales.

- Es importante que los docentes utilicen estrategias y metodologías relacionando los contenidos con situaciones significativas al contexto de los estudiantes, para la enseñanza de los contenidos matemáticos, específicamente de los números racionales, ya que es uno de los contenidos matemáticos que presenta mayor dificultad en los estudiantes de la Educación Básica regular.
- Es fundamental emplear esta propuesta pedagógica "Música y fracciones" como una de las estrategias que permite a los estudiantes a desarrollar el concepto y operaciones con fracciones, basada en un laboratorio matemático a través de actividades.
- Es primordial que el proceso de adquisición del aprendizaje de los estudiantes esté ligado a temas transversales, como por ejemplo en nuestro estudio la música. Estas situaciones ayudan a los estudiantes a ser motivados y a tomar interés para relacionar y comparar sus conocimientos y desarrollar los conceptos matemáticos de manera significativa.
- El trabajo educativo para desarrollar las capacidades matemáticas se deb realizar respetando los pasos de las sesiones de clase presentadas.
- El docente debe preparar sesiones de clase, donde los estudiantes son partícipes de manera grupal o individual, de esta manera las sesiones resultarán eficaces y significativas.
- Los conceptos matemáticos que se desarrollan dentro del salón deben ser motivados mediante materiales concretos o láminas que puedan hacer partícipes y protagonistas a los estudiantes de manera activa. Es importante destacar la participación constante de los estudiantes en las actividades o en la resolución de los procesos algorítmicos de los contenidos matemáticos desarrollados durante toda la clase.

- Es necesario que los resultados alcanzados por los estudiantes sean valorados para que de esta forma se sientan motivados y tomen la iniciativa de ser partícipes y autónomos en la adquisición de los conocimientos matemáticos.

7 BIBLIOGRAFÍA

A, P., Newby, E., & J, T. (1993). *CONDUCTIVISMO, COGNITIVISMO Y CONSTRUCTIVISMO: UNA COMPARACIÓN DE LOS ASPECTOS CRÍTICOS DESDE LA PRESPECTIVA DEL DISEÑO DE INSTRUCCIÓN.* s. l.: Improvement Quarterly.

Álvarez Parra, F. (2012). *DIFERENCIAS EN LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN E INEFICIENCIA: UN ANÁLISIS BASADO EN EL MÉTODO DE FRONTERA ESTOCÁSTICA.* Caracas: CAF.

Arias Vargas, P., & Hernández Hernández, E. (s.f.). *UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE LA FRACCIÓN Y DE LOS NÚMEROS RACIONALES POSITIVOS IMPLEMENTANDO LAS FIGURAS MUSICALES. EXPERIENCIA DE CASO EN UNA ESCUELA INDÍGENA NASA.* Colombia.

Ausubel, D. (1976). *PSICOLOGÍA EDUCATIVA: UN PUNTO DE VISTA COGNOSCITIVO.* México.

Barbero Corral, E. (2009). FRACCIONES. En E. Barbero Corral, *MATEMÁTICA.* Madrid: CIDEAD.

Blásquez Lozano, R. M. (2012). *MÚSICA Y MATEMÁTICAS.* Salamanca: Universidad de Salamanca.

Brunner , V., Lascuraiñ, N., & Cavallaro, K. (2013). MUSICALIZANDO FRACCIONES. *Revista Electrónica de Didáctica en Educación Superior*.

Flores Gil, F. L. (2008). *Historia y Didáctica de los números racionales e irracionales.* Jaén-España: Íttakus, sociedad para la información, S.L.

Flores Martinez, P. (s.f.). *DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA.* s. l.: Síntesis Educación.

Friz Carrillo , M., Sanhueza Henríquez, S., Sánchez Bravo, A., Belmar Mellado, M., & Figueroa Manzi, E. (2008). PROPUESTAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN FRACCIONES. *Horizontes Educacionales*.

Ganimian, A. J. (2015). *BAJOS RESULTADOS, ALTAS MEJORAS ¿CÓMO LES FUE A LOS ESTUDIANTES PERUANOS EN LAS ÚLTIMAS EVALUACIONES INTERNACIONALES?* Lima: UMC-MINEDU.

Guadalupe Mendizábal, C., Boccio Zúñiga, K., Bardales Rios, K., Miranda Molina, L., & Flores Ari, S. (2013). *PISA 2012: PRIMEROS RESULTADOS. INFORME NACIONAL DEL PERÚ.* Lima: Ministerio Nacional del Perú.

Guerrero Ortiz, L. A. (2013). *RUTAS DEL APRENDIZAJE.* LIMA: MINEDU.

Huerta Rosales, M. (2007). *CURRICULO ESCOLAR* . s. l.: San Marcos .

León Robles, G. (2011). *UNIDAD DIDÁCTICA: FRACCIONES.* Granada.

Minedu. (2014). *RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN CENSAL DE ESTUDIANTES ECE 2014.* Lima.

Pacheco, A. (2004). *APRENDIENDO A ENSEÑAR, ENSEÑANDO A APRENDER EN LA UNIVERSIDAD*. Lima: Realidad Visual.

Pimienta Prieto, J. H. (2005). *METODOLOGÍA CONSTRUCTIVISTA*. México: Pearson Educacion.

Santos Moreno, A. (2000). LA TECNOLOGÍA EDUCATIVA ANTE EL PARADIGMA COSTRUCTIVISTA. *Revista Informática Educativa*, *13*(1).

ANEXOS

<u>ANEXO 1</u>: CUADERNO DE TRABAJO

MÚSICA & MATEMÁTICA

MONOCORDIO

Pitágoras inventó, el MONOCORDIO, un instrumento musical que le sirvió como un instrumento científico para verificar la teoría musical. Comprobó y cuantificó su intuición genial de la conexión de la armonía musical con los números. Hizo señales en su cuerda, que la dividían en doce partes iguales. Pisó la cuerda en el 6 y entonces observó que se producía la octava más aguda que el original (Do al Do superior). Pisó luego en el 9 y resultaba la cuarta. Al pisar el 8 se obtenía la quinta (la distancia de Do a Sol).

Durante muchos siglos se ha considerado que las matemáticas y la música tienen cierta similitud y comúnmente se dice que tienen al menos cierta relación. Ambas tienen algo de mágico, son tan abstractas que parecen pertenecer a otro mundo y sin embargo tienen gran poder en este mundo, la música afecta a la escucha y las matemáticas tienen múltiples aplicaciones prácticas. Una parte de las matemáticas estudia los números, sus patrones y formas, estos elementos son inherentes a la ciencia, la composición y la ejecución de la música. La música difícilmente existiría sin una base matemática que la apoye y cómo en realidad una obra musical, si es hermosa y compensada, podría ser considerada un trabajo matemático bien resuelto.

La música cambia su textura y carácter según el lugar y la época. Puede ser cristalina o densa, sentimental o explosiva. Por su parte, las matemáticas son directas, nunca alteran su carácter.

La música se crea a partir de algo físico, instrumentos de todo tipo de materiales que la producen. Las matemáticas son, sobre todo, abstracciones.

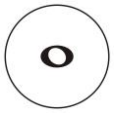
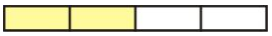
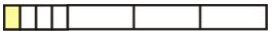
Relación entre música y fracciones

La relación entre las fracciones y los elementos musicales se realizó por partes, cada una de ellas está ilustrada por la imagen original; desde la perspectiva de la música y desde la perspectiva de la matemática.

La música como operador fraccionario

Los símbolos musicales

Los símbolos musicales se refieren a la representación gráfica de las figuras musicales (redonda, blanca, negra, corchea, semicorchea, fusa y semifusa) que nos indican el tiempo de duración de los sonidos. Cada figura musical tiene asignado un silencio que representa la misma duración de ausencia de sonido, al igual que las figuras musicales sin ellos sería imposible la escritura y la interpretación de una partitura.

Las figuras y los silencios musicales:			
Valor de las figuras			
FIGURA	SILENCIO	DURACIÓN	GRÁFICO DE LA DURACIÓN
 Redonda		4 tiempos (un entero)	
Blanca		2 tiempos (1/2)	
Negra		1 tiempo (1/4)	
Cochea		1/2 tiempo (1/8)	
Semicorchea		1/4 de tiempo (1/16)	

Las notas sirven para expresar la altura o tono de un sonido que permite decir un sonido musical que corresponde a cierta frecuencia que puede ser grave o aguda.

1. LAS FRACCIONES

Como ha sucedido por la gran mayoría de los conceptos matemáticos, también para los números racionales, su descubrimiento fue debido a la necesidad de resolver problemas de la vida cotidiana.

Los antiguos necesitaban medir longitudes, áreas, tiempo, pesos y todo tipo de medidas. Estas actividades presentaron un problema: los números naturales no son suficientes para responder con exactitud a estas nuevas necesidades, ya que estas medidas requieren la división de la unidad en partes más pequeñas. Por esto fue necesario ampliar el concepto de número natural y así surgieron los números racionales.

¿Cuál es el resultado de dividir: (+20): (+3)?

Como verás, no existe en el conjunto de números enteros ($\mathbb{Z}$) un número que multiplicado por (+3) dé como resultado (+20). Luego, en $\mathbb{Z}$, no es posible resolver la ecuación $(+3)\,x = (+20)$.

Ante esta situación, surge la necesidad de ampliar el conjunto de números $\mathbb{Z}$, a otro que llamaremos **fracciones.**

Historia de las fracciones

Las fracciones aparecen ya en los primeros textos matemáticos de los que hay constancia, quizás uno de los más antiguos y más importantes sea el Papiro Rhind de Egipto, escrito hacia el 1.650 a.C.

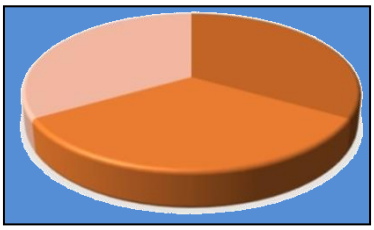
En Occidente tuvieron que pasar muchos siglos hasta que los musulmanes introdujeron su sistema de numeración, conocido como indoarábigo. Este paso fue clave para la comprensión y el estudio de los números racionales en la vieja Europa.

Sin embargo, no fue hasta el S. XIII cuando Leonardo de Pisa, más conocido por su apodo Fibonacci, introdujo el concepto de números quebrados o números "ruptus", empleando además la raya para separar el numerador del denominador.

Francisco Luis Flores Gil, *Historia y didáctica de los números racionales e irracionales*, Íttakus, 2008

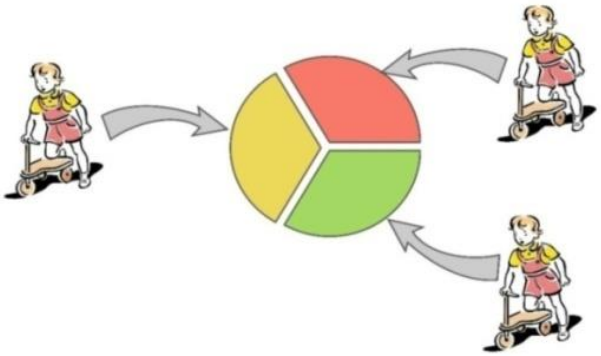
1.1. ¿QUÉ ES UNA FRACCIÓN?

Tenemos un queso y debemos repartirlo entre tres niños en partes iguales. ¿Qué parte del queso corresponderá a cada niño?



La operación que resuelve el problema es dividir 1 entre 3. Al dividir el queso en tres partes iguales; le tocaría a cada niño la tercera parte del queso.

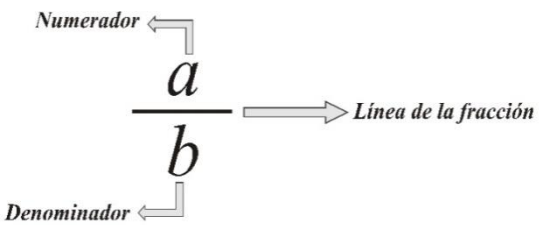
Se dará a cada niño $\frac{1}{3}$ de queso.



La fracción es la representación simbólica de un número racional, escrito de la forma $\frac{a}{b}$, donde "a" y "b" son números enteros y b $\neq 0$. El valor del número representado corresponde al cociente de a entre b. Fracción = $\left\{\frac{a}{b}\ a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\right\}$

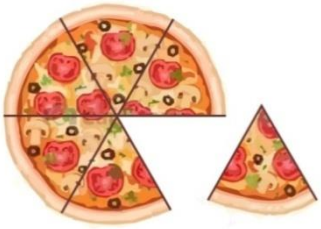
1.2. TÉRMINOS DE LA FRACCION:

El ***denominador***: indica el número de partes iguales en que se ha dividido la unidad principal.
El ***numerador***: indica el número de partes que se toman, o se consideran.
Línea de la fracción: separa al numerador del denominador.



Ejemplo:

Cuando dividimos algo en varias partes iguales y tomamos algunas de ellas, podemos representar el resultado mediante la fracción.



$$\frac{1}{6}$$

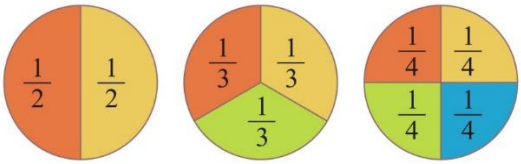
- El denominador 6 representa la cantidad de partes en que dividimos a la unidad.
- El numerador 1 representa la cantidad de unidades fraccionarias que se han tomado.

1.3. UNIDAD FRACCIONARIA

La unidad fraccionaria es cada una de las partes iguales en que se ha dividido la unidad principal. Si la unidad se divide en "**b**" partes, la unidad fraccionaria se representa por $\frac{1}{b}$.

Ejemplo:

Si la unidad se divide en dos partes iguales, estas partes se llaman medios, si se divide en tres partes iguales estas partes se llaman tercios, si se dividen en cuatro partes se llaman cuartos, etc.



En la vida diaria cada uno se encuentra a utilizar las fracciones y en particular el concepto de unidad fraccionaria.

1 día = $\frac{1}{7}$ de la semana. 1 día = $\frac{1}{30}$ del mes. 1 día = $\frac{1}{365}$ del año.

¿Cómo se lee una fracción?

Primero se lee los numeradores como cualquier número, después los denominadores de la siguiente manera.

Si es el 1 se lee enteros	Si es el 2 se lee medios	Si es el 3 se lee tercios
Si es el 4 se lee cuartos	Si es el 5 se lee quintos	Si es el 6 se lee sextos
Si es el 7 se lee séptimos	Si es el 8 se lee octavos	Si es el 9 se lee novenos
Si es el 10 se lee décimos	Si es más de 10 se lee el número terminado en "avos".	

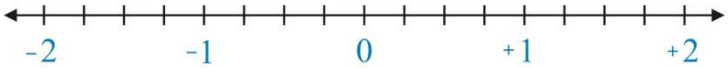
Ejemplos:

$\frac{2}{3}$ Se lee "dos tercios" $\frac{1}{10}$ Se lee "un décimo" $\frac{7}{15}$ Se lee "siete quinceavos"

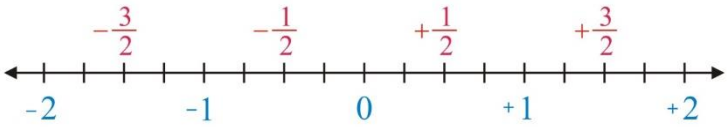
1.4. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA

La recta numérica es una forma gráfica de representar los conjuntos numéricos. A cada punto le corresponde uno y un solo número, moviéndose en la recta de la izquierda hacia la derecha los números crecen hacia el $+\infty$.

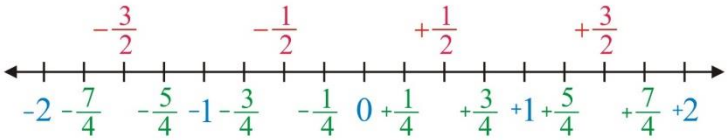
Los números enteros ($\mathbb{Z}$) se representan en la recta numérica como un conjunto discreto de puntos.



Entre dos números enteros consecutivos existen infinitos números racionales. Así, por ejemplo, en el punto medio entre dos números enteros consecutivos tendremos un número racional generado siempre por fracciones con denominador 2.



Si en lugar de dividir cada segmento en dos partes iguales se les divide en cuatro partes iguales, quedan representadas las fracciones con denominador 4.



Como este proceso puede continuar indefinidamente. De esta manera se tiene en la recta un número infinito de puntos y cada uno representa uno y un solo número racional.

1.5. FRACCIONES POSITIVAS, NEGATIVAS Y NULAS

Como los términos de una fracción son números enteros (siendo el denominador diferente de cero), cada término puede ser positivo o negativo.

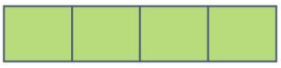
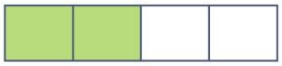
SIGNOS DE LA FRACCIÓN	
Una fracción es positiva si ambos términos tienen el mismo signo.	$\frac{a}{b} > 0 \Leftrightarrow a > 0\ y b > 0; a < 0\ y < 0$
El cociente entre dos factores positivos es positivo; el cociente entre dos factores negativos es positivo.	$\frac{+}{+} = +\ ;\ \frac{-}{-} = +$
Una fracción es negativa si sus términos son de signos contrarios.	$\frac{a}{b} < 0 \Leftrightarrow a > 0\ y b < 0; a < 0\ y b > 0$
El cociente de dos factores de signos opuestos siempre es negativo.	$\frac{+}{-} = -\ ;\ \frac{-}{+} = -$
Una fracción nula es aquella que tiene como numerador cero.	$\frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0$
El resultado de una fracción nula no tiene signo.	$\frac{0}{b} = 0$

ACTIVIDADES:

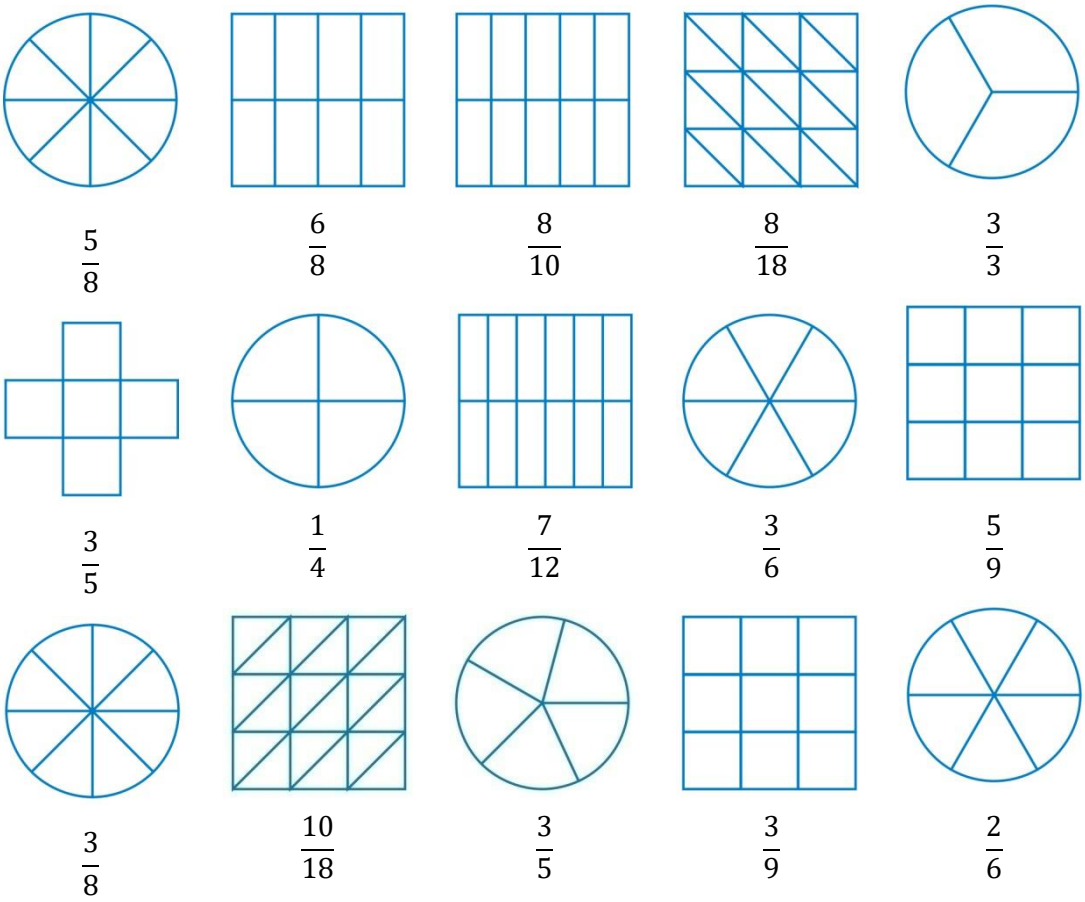
1. Relacione ambas columnas escribiendo el número que corresponda en el paréntesis.

( )	Negras	**1)** Es el número o figura que corresponde al valor de un tiempo.
( )	Sonido	**2)** Es la nota musical cuya duración es la mitad de una blanca.
( )	Blancas	**3)** Indica el número de tiempos que hay en cada compás.
( )	Numerador	**4)** Es el resultado de vibraciones de un cuerpo sonoro o elástico.
( )	Denominador	**5)** Es la nota musical que vale un valor equivalente a dos negras o a la mitad de una redonda.

2. Relacionar con una recta según corresponde la duración, la figura y el gráfico de duración.

DURACIÓN	*FIGURA*	*GRÁFICO DE DURACIÓN*
$\frac{1}{4}$	♪	
$\frac{1}{2}$	♫	
$\frac{1}{8}$	𝅝	
$\frac{1}{16}$	♩	
1	𝅗𝅥	

3. En las siguientes figuras colorea la parte correspondiente a la fracción referida:

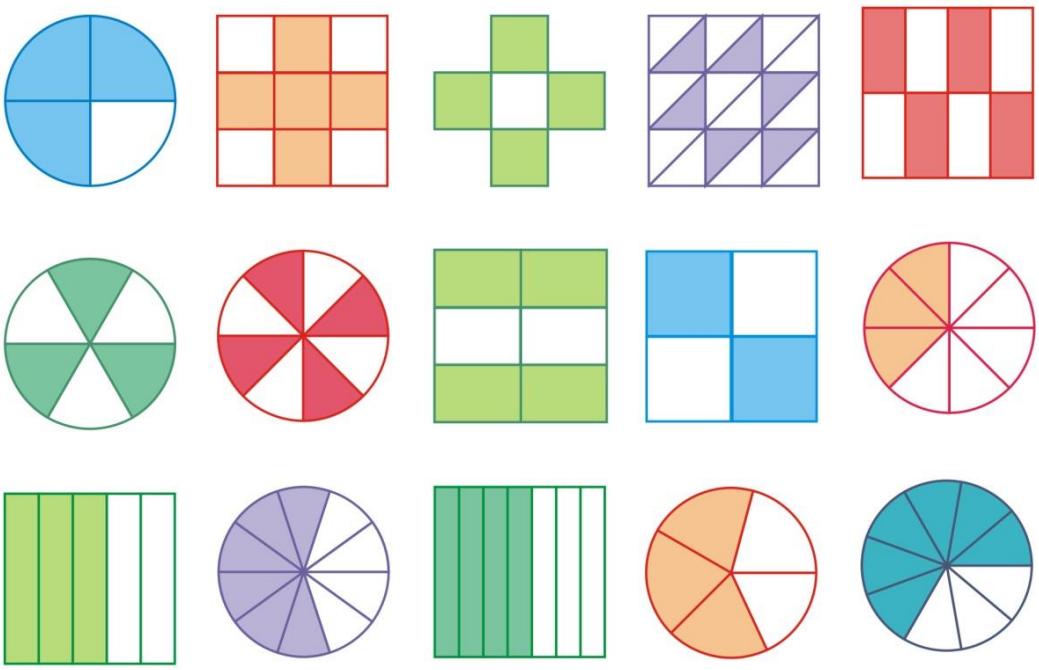


$\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{8}{18}$ $\frac{3}{3}$

$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{9}$

$\frac{3}{8}$ $\frac{10}{18}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{2}{6}$

4. En las siguientes figuras, ¿Qué fracción representa la región sombreada?



5. ***Escribe en fracción:***

Tres octavos = Dos treceavos = Cinco cuartos =

6. ***Según la fracción completa***

$\frac{7}{10}$, 7 es el……

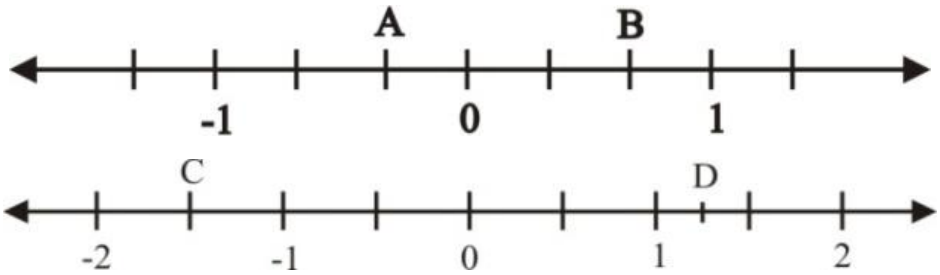
10 es el……...…..

La fracción se lee…….…….……

7. ***Subraya solo a las unidades fraccionarias***

$\frac{1}{10}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{30}$

8. ***¿Qué fracción representa las letras:***



9. ***Resuelve los siguientes problemas:***

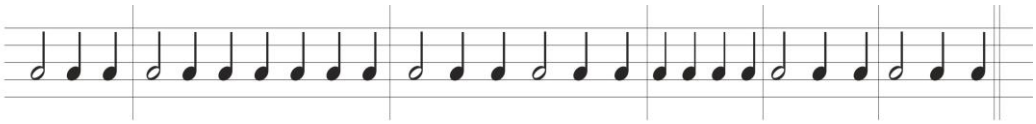
a. Gabriel dividió un pastel en 8 partes iguales y repartió 3 porciones. ¿Qué fracción de pastel repartió?

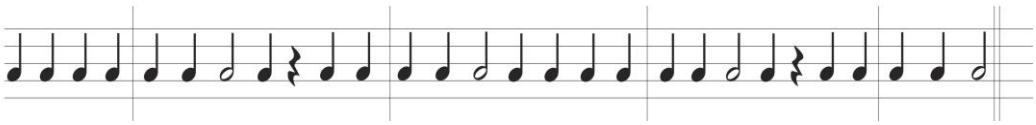
b. Valeria tiene 150 estampillas, 30 son del Perú y el resto de otros países. ¿Qué fracción de las estampillas de Valeria son del Perú.

La música como operador fraccionario

El ritmo

Para los griegos el ritmo era el elemento principal, se trataba de un elemento activo de la música y al mismo tiempo era considerado el principio generador de las pasiones, para ellos la melodía sin ritmo significaba algo carente de energía y fuerza, por lo tanto, es el ritmo lo que da forma concreta al tema del sonido. El ritmo sólo puede dar a la música un sentido que le hace inteligible. Se podría decir que el ritmo es el vehículo por medio del cual la música tiene el poder de acercarse y penetrar en el intelecto, los sonidos y el ritmo muestran una poderosa atracción y un encanto tan notable en el ser humano (y en ciertos animales) que sin necesidad de entender su sentido, se puede experimentar una sensación de deleite y felicidad, si esto es así, vamos a llevar este tema al campo de las deficiencias y nos daremos cuenta de lo importante que va a ser, mediante la adaptación de sus elementos básicos: pulso, subdivisión, acento, etc., en las diferentes deficiencias; discapacitados, autistas, discapacitados físicos y personas con problemas sensoriales.

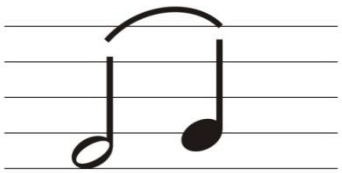




La ligadura de valor

La ligadura de valor es un símbolo que sirve para unir la duración de dos figuras de valor que estén a la misma altura. Se trata de un pequeño arco, paralelo al pentagrama que une a las dos notas musicales.

Cabe decir que mínimo son dos unidas, pero pueden ver más notas afectadas por la ligadura. Por otro lado, en la práctica solo se toca la primera nota, y se mantiene sonando durante la suma de las restantes.



2. CLASIFICACIÓN

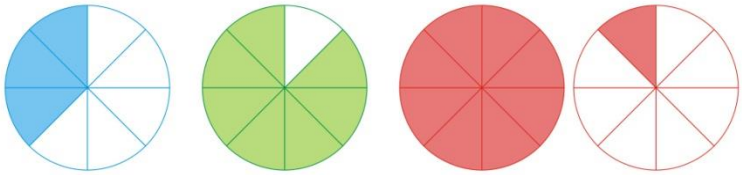
Las fracciones podemos clasificarlas en **homogéneas** o **heterogéneas** de acuerdo a la relación de igualdad o desigualdad entre sus denominadores, respectivamente. Según sea la fracción mayor o menor que la unidad y de acuerdo a la relación entre sus términos, se clasifican en fracciones **propias** e **impropias**.

2.1 FRACCIONES HOMOGÉNEAS

Dadas dos o más fracciones estas serán llamadas fracciones homogéneas cuando tengan el mismo denominador.

Ejemplo:

Las siguientes fracciones son homogéneas entre sí.



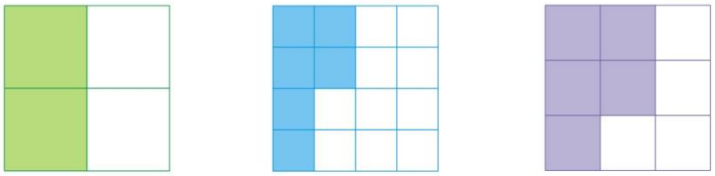
$\frac{3}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{9}{8}$

2.2 FRACCIONES HETEROGÉNEAS

Si tenemos dos o más fracciones y observamos que al menos una de ellas tiene un denominador distinto a los denominadores de las demás fracciones, entonces el conjunto de ellas se les denominara fracciones heterogéneas.

Ejemplo:

Las siguientes fracciones son heterogéneas entre sí.



$\frac{2}{4}$ $\frac{6}{16}$ $\frac{5}{9}$

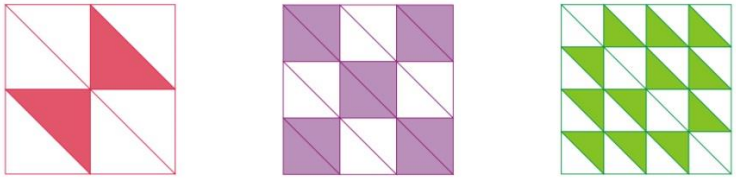
2.3 FRACCIÓNES PROPIAS

Se dice que una fracción es propia cuando el numerador es menor que el denominador. Por tanto toda fracción propia vale menos que la unidad.

$$\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b$$

Ejemplo:

Los gráficos representan las fracciones propias.



$\frac{2}{8}$ $\frac{10}{18}$ $\frac{12}{32}$

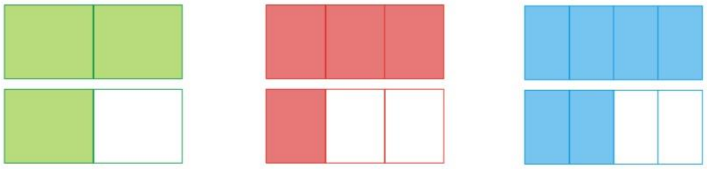
2.4 FRACCIONES IMPROPIAS

Se dice que una fracción es impropia, cuando el numerador es mayor o igual que el denominador. Toda fracción impropia es mayor o igual a uno.

$$\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b$$

Ejemplo:

Los gráficos representan las fracciones impropias.



$\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{6}{4}$

Por lo tanto, toda fracción impropia se puede descomponer en la suma de un número entero y una fracción propia.

2.5 NÚMERO MIXTO

Una fracción impropia para ser representada necesita de uno o más enteros, de los cuales el último no se considera completo. Se puede escribir una fracción impropia

en forma mixta: una parte entera y una fracción. Es la suma de un número entero y una fracción propia.

A. Conversión de un número fraccionario impropio a número mixto

Ejemplo 1:

Convertir $\frac{5}{3}$ a número mixto

Paso 1: Dividimos el numerador por el denominador

$$\begin{array}{c|c} 5 & 3 \\ \hline 2 & 1 \end{array}$$

Residuo ← 2   1 → *Cociente*

Paso 2: El mixto buscado lo escribimos así:

Fracción Impropia ← $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ → *Número Mixto*

PARTE ENTERA: Esta dada por el cociente obtenido en la división.

PARTE FRACCIONARIA: El numerador está dado por el residuo.

El denominador de la fracción es el mismo de la fracción inicial.

B. Conversión de un número mixto a fracción impropia

Ejemplo 1:

Convertir $2\frac{1}{3}$ a fracción impropia

Paso 1. Multiplicamos el denominador por la parte entera: 3x2

Paso 2. A este resultado le sumamos el numerador del número fraccionario, en este caso el número (1): 3x2+1

Paso 3. El denominador del nuevo número fraccionario será el mismo del número fraccionario mixto, en este caso el 3.

Como el denominador es 3, se divide los enteros en tres partes iguales, y para el numerador se cuentan las partes pintadas.

$$1\frac{1}{2} = \frac{(2 \text{ x } 3) + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

Número Mixto   ***Fracción Impropia***

ACTIVIDADES:

1. Escribe la duración de las figuras musicales y reconoce si son fracciones propias o impropias.

FIGURAS MUSICALES	DURACIÓN	FRACCIÓN

2. Reconoce cuál de las fracciones son homogéneas y cuales heterogéneas:

$\frac{5}{8} y \frac{3}{8}$; $\frac{7}{4} y \frac{2}{5}$; $\frac{7}{9} y \frac{2}{9}$; $\frac{1}{4} y \frac{3}{4}$;

$\frac{2}{5} y \frac{3}{5}$; $\frac{3}{7} y \frac{9}{2}$; $\frac{5}{4} y \frac{2}{3}$; $\frac{6}{5} y \frac{9}{5}$

3. Convertir los siguientes números mixtos a fracciones impropia

$4\frac{3}{5} = __$ $2\frac{6}{13} = __$ $3\frac{2}{3} = __$ $15\frac{3}{5} = __$ $4\frac{2}{3} = __$ $5\frac{1}{9} = __$

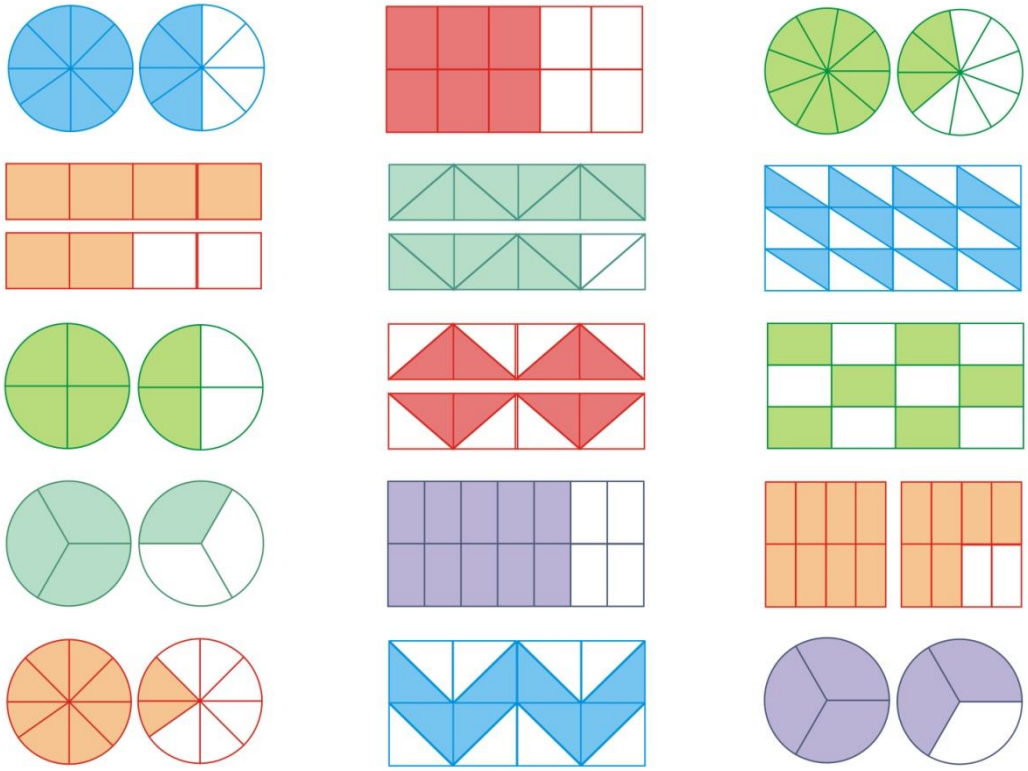
4. Completa las siguientes fracciones.

Propia	$\frac{\quad}{5}$	$\frac{\quad}{3}$	$\frac{3}{\quad}$	$\frac{\quad}{7}$	$\frac{11}{\quad}$	$\frac{\quad}{8}$	$\frac{7}{\quad}$
Impropia	$\frac{3}{\quad}$	$\frac{\quad}{5}$	$\frac{\quad}{6}$	$\frac{\quad}{2}$	$\frac{2}{\quad}$	$\frac{\quad}{9}$	$\frac{7}{\quad}$

5. Convertir los siguientes números fraccionarios a número mixto:

$\frac{58}{6} =$ $\frac{250}{7} =$ $\frac{423}{13} =$ $\frac{79}{7} =$ $\frac{37}{4} =$ $\frac{65}{3} =$

6. Escriba la fracción que representa la parte coloreada de las siguientes figuras e indica si es una fracción propia o impropia:



7. Completa el siguiente cuadro:

fracción	*mixto*	*fracción*	*mixto*
$\frac{8}{5}$		$\frac{13}{2}$	
$\frac{11}{7}$		$\frac{17}{5}$	
$\frac{15}{2}$		$\frac{13}{7}$	

mixto	*fracción*	*mixto*	*fracción*
$3\frac{1}{5}$		$5\frac{1}{9}$	
$7\frac{2}{3}$		$4\frac{1}{10}$	
$4\frac{1}{5}$		$6\frac{1}{7}$	

8. ***Convertir en fracciones impropias las siguientes cantidades:***

a) Cuatro kilos y tres cuartos de papas.

b) Ocho litros y medio de leche.

c) Seis metros y cuarto de cuerda.

d) Tres horas y media de duración.

9. ***Expresa como número mixto y representa mediante un gráfico:***

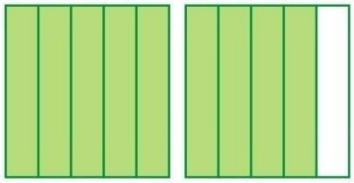
a) Iván comió una pizza y media.

b) Ana se demoró dos horas y cuarto.

c) Isabela compro tres litros y un sexto de leche.

d) Caminé cuatro kilómetros y un quinto.

10.*Lee lo que dicen Karen y Elías respecto a un gráfico:*



Karen: el grafico representa 9/5.

Elías: no, representa $1\frac{1}{4}$.

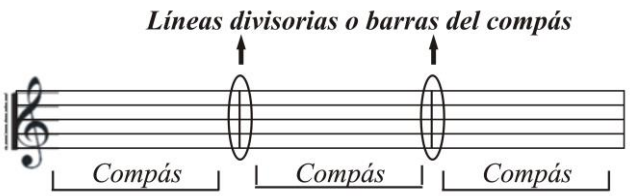
¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

La música como operador fraccionario

El compás

Para que la lectura de la música sea ordenada, necesitamos dividir la grafía en una serie de porciones iguales. Estas porciones se llaman compases. Los compases dividen al pentagrama en partes iguales, y agrupan a una porción de notas musicales en el pentagrama. El compás está dividido, a su vez, en partes iguales que se denominan tiempos. Todas estas divisiones ayudan a la lectura de la música. Imagina un pentagrama sin compases; sería imposible leer la música.

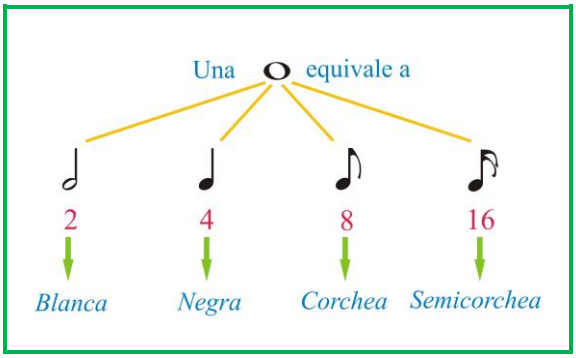
Como se aprecia en la figura, existe una línea divisoria o barra de compás que separa un compás del siguiente. Esta barra de compás cruza perpendicularmente al pentagrama.



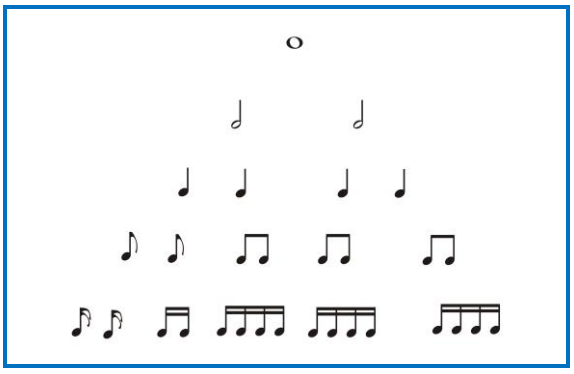
Compás equivalente

Se denomina compás equivalente a aquellos que comparten la misma cantidad de unidades de medida pero donde el metro es diferente. La música popular latinoamericana ha establecido esta relación de equivalencia como un rasgo constitutivo de sus características rítmicas.

Existe una relación en la duración de las notas entre las figuras de valor; esta relación se conoce como valor relativo, y es de $\frac{1}{2}$. Esto quiere decir que una figura de valor indica el doble de duración que la figura siguiente. Por ejemplo, la redonda es igual a dos blancas, la negra vale dos corcheas.



Al iniciar con la división de una redonda (O) podemos crear ritmos sencillos y pasar poco a poco a ritmos más complejos. En la gráfica se aprecia la división de forma binaria que se le da una nota inicial, es decir, por medio de divisiones sucesivas entre dos llegamos hasta la figura semicorchea que es la división de la redonda en 16 partes



3. FRACCIONES EQUIVALENTES

3.1 ¿QUÉ ES UNA FRACCIÓN EQUIVALENTE?

Las fracciones equivalentes representan un mismo número racional. Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si los productos cruzados de sus términos son iguales.

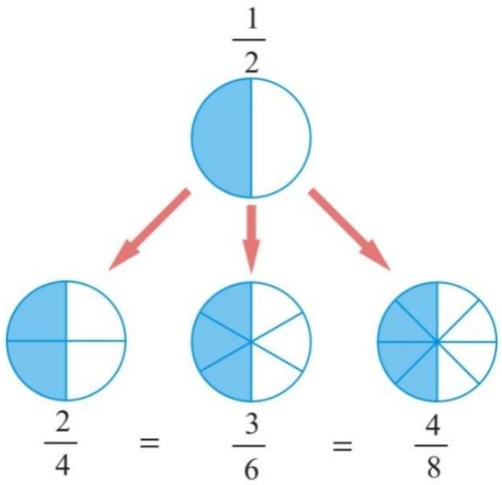
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \text{ x } d = b \text{ x } c$$

Ejemplo:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ son equivalentes

Por que $1 \text{ x } 4 = 2 \text{ x } 2$

$4 = 4$



Esta propiedad se cumple en todas fracciones equivalentes. Es decir cuando $\frac{a \text{ x } k}{b \text{ x } k} = \frac{c}{d}$, siendo k un número diferente de cero.

Las fracciones equivalentes se obtienen de dos maneras:

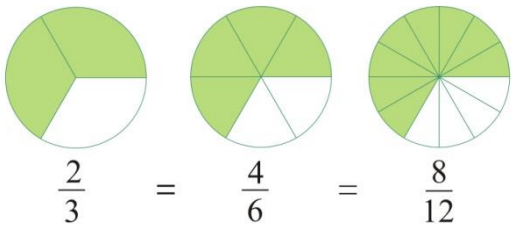
Las fracciones equivalentes **por amplificación** obtenemos multiplicando numerador y denominador por un mismo número entero no nulo.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \,.\, k}{b \,.\, k} \Leftrightarrow a \,.\, (b \,.\, k) = b \,.\, (a \,.\, k)$$

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \text{ x } 2}{3 \text{ x } 2} = \frac{2 \text{ x } 2 \text{ x } 2}{3 \text{ x } 2 \text{ x } 2}$$



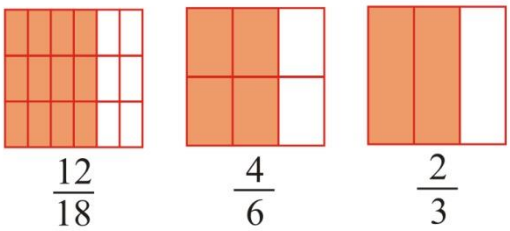
Las fracciones equivalentes **por simplificación** obtenemos dividiendo numerador y denominador por un divisor común.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n} \Leftrightarrow a\,.(b:n) = b\,.(a:n)$$

Ejemplo:

$$\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{24:2}{36:2} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$$



Una fracción tiene una cantidad ilimitada de fracciones equivalentes obtenidas por amplificación. $\left\{\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} \ldots \frac{2n}{3n}\,(n \neq 0)\right\}$

3.2 FRACCIONES REDUCIBLES E IRREDUCIBLES

Los términos de una fracción (el numerador y el denominador) pueden tener divisores comunes o no. Según esto ocurra, las fracciones se clasificarían en reducibles o en irreducibles, respectivamente.

3.2.1 FRACCIONES REDUCIBLES

Una ***fracción reducible*** es aquella cuyo numerador y denominador tienen divisores comunes aparte del uno.

Ejemplo:

$\frac{4}{8} = \frac{4:2}{8:2} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$ ⇒Esta fracción ha quedado reducida hasta llegar a ser una fracción irreducible.

3.2.2 FRACCIONES IRREDUCIBLES

Una ***fracción es irreducible*** si el numerador y el denominador no tienen divisores comunes aparte del uno, es decir su único común divisor es uno.

Ejemplo:

$\frac{2}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{5}{9}$ ⇨ $\frac{2}{3}$ ⇨ 2 y 3 Son números primos, el único común divisor es uno.

3.3 SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción significa transformarla en otra equivalente y, a la vez, irreducible. Para obtener esto se dividen numerador y denominador por un mismo número que es divisor común.

Dividimos los términos de la fracción por su máximo común divisor (***MCD***)

Ejemplo:

Simplificar la fracción $\frac{24}{180}$

Paso 1: Descomponemos los términos de la fracción en sus factores primos

$$24 = 3 \text{ x } 2 \text{ x } 2 \text{ x } 2$$

$$180 = 3 \text{ x } 3 \text{ x } 2 \text{ x } 2 \text{ x } 5$$

Paso 2: Establecemos el MCD de los términos de la fracción.

$$MCD = 3 \text{ x } 4 = 12$$

Paso 3: Hallamos la fracción equivalente e irreducible de la fracción dada dividiendo ambos términos por el MCD.

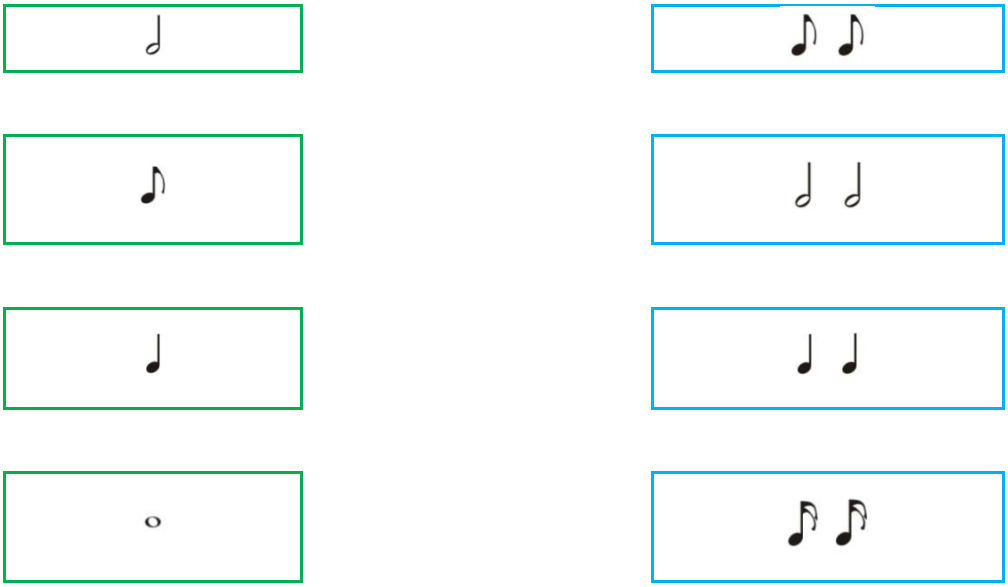
$$\frac{24}{180} = \frac{24 : 12}{180 : 12} = \frac{2}{15}$$

Tomemos una fracción como $\frac{3}{5}$ y establezcamos todas las fracciones equivalentes agrupándolas en un conjunto:

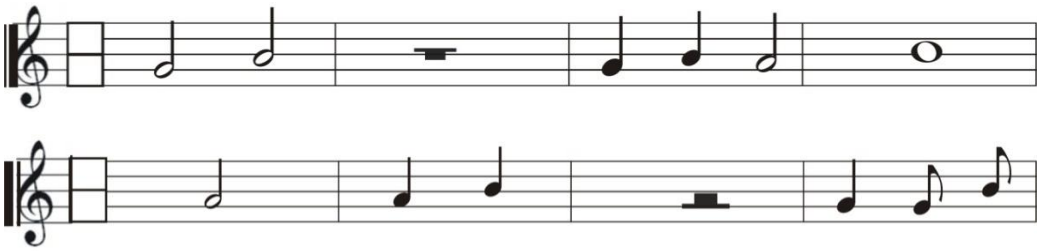
$\left\{\frac{3}{5}; \frac{6}{10}; \frac{9}{15}; \frac{12}{20}; \frac{15}{25}; \ldots; \frac{3n}{5n}\right\} n \neq 0$ A tal conjunto se llama clase de equivalencia.

ACTIVIDADES:

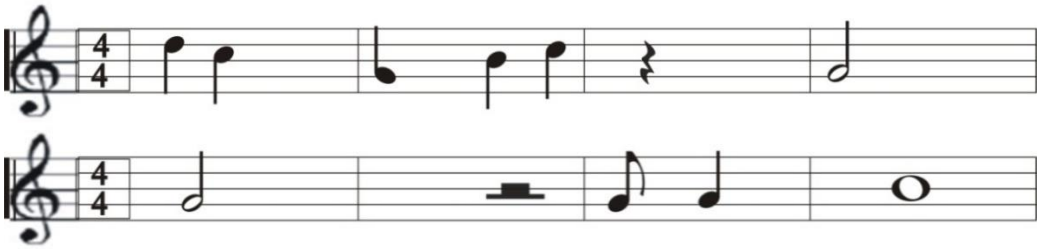
11. Relacionar con una flecha las siguientes figuras musicales con su equivalencia correspondiente



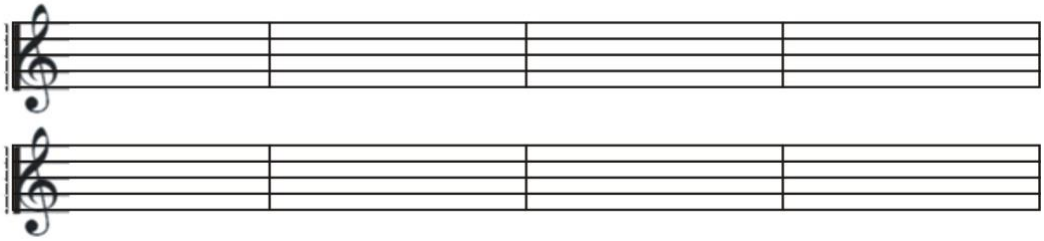
12. Interpretar las siguientes figuras musicales, aprendiendo de esta forma a dar el justo valor a cada una de ellas y a relacionarlas con el valor de las fracciones.



13. En el siguiente pentagrama, verificar los valores de las notas musicales y por cada compás comprobar si se cumplen los valores indicados: si es necesario aumentar las notas.



14. En el siguiente pentagrama dividido en ocho compases, inventa las notas musicales teniendo en cuenta la fórmula del compás.



15. Escribe tres fracciones equivalentes para cada una de las siguientes fracciones

Por amplificación: a) $\frac{7}{11} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ b) $\frac{4}{10} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ c) $\frac{12}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Por simplificación: a) $\frac{8}{16} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ b) $\frac{24}{36} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ c) $\frac{27}{81} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

16. Pinta del mismo color las fracciones equivalentes.

$\frac{3}{7}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{9}{21}$
$\frac{16}{40}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{4}{5}$

17. Reconoce las fracciones reducibles e irreducibles. Pinta de un mismo color las fracciones reducibles.

$\frac{6}{8}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{16}{48}$	$\frac{40}{60}$
$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{20}{30}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{15}{20}$

18. Simplifica las siguientes fracciones:

$a)\ \frac{35}{25}$ $b)\ \frac{84}{142}$ $c)\ \frac{120}{64}$ $d)\ \frac{70}{630}$

$e)\ \frac{24}{20}$ $f)\ \frac{480}{520}$ $g)\ -\frac{30}{80}$ $h)\ \frac{9}{27}$

19. Resuelve los siguientes problemas:

A. En una reunión se observa que 17 caballeros fueron con terno azul, 20 con terno marrón y 13 con terno negro. ¿Qué fracción del total fue con terno marrón?

B. Se tiene una fracción cuyo numerador sumado con el denominador es 54; si al simplificar la fracción se obtiene $\frac{5}{4}$, halla la fracción original.

C. ¿Las fracciones $\frac{18}{24}$ y $\frac{36}{48}$ tendrán la misma fracción irreducible? ¿Por qué?

20. Escribe la fracción equivalente a:

a) $\frac{2}{3}$ con numerador 20

b) $\frac{1}{3}$ con numerador 9

c) $-\frac{5}{9}$con denominador 54

d) $\frac{2}{5}$con denominador 80

21. Escribir en el casillero correspondiente la fracción simplificada respectiva:

$\frac{a}{b}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{18}{300}$	$\frac{24}{180}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{32}{90}$	$\frac{64}{360}$	$\frac{36}{1800}$	$\frac{38}{1440}$
Fracción irreductible								

22. Resuelve los siguientes problemas:

A. En una bolsa hay 25 caramelos; 12 son de fresa, 8 son de limón y el resto de menta. ¿Qué fracción del total son de menta?

B. Los términos de una fracción se diferencian en 48. Si se simplifica la fracción, se obtiene $\frac{7}{3}$. Halla la fracción.

C. Si la tercera parte de lo que tiene Gaby equivale a la cuarta parte de lo que tiene Orlando, ¿Cuánto tiene Gaby si Orlando tiene S/.120?

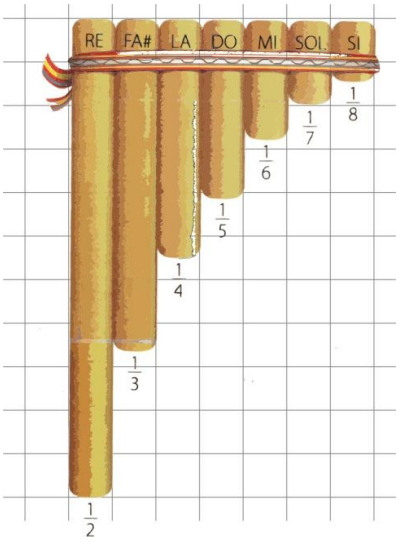
D. Al simplificar una fracción, se obtiene $\frac{2}{3}$. si antes de simplificar, la suma de sus términos era 30, ¿Cuál era la fracción?

La música como operador fraccionario

La antara

La antara es un instrumento de viento parecido a la zampoña; está constituida por siete tubos en una sola hilera, los cuales pueden variar en longitud, manteniendo una proporción de crecimiento respecto a la flauta anterior. Los cortes que pueden realizarse para cada uno de los tubos generalmente se ejecutan para varias antaras al mismo tiempo, es decir, se toma una sola vara y de ella se obtienen solo los tubos correspondientes a una nota; de otra vara se producen los tubos de la siguiente nota, y así sucesivamente.

A continuación presentamos una zampoña con sus respectivas notas y las medidas de longitud de los tubos que lo componen.



¿Cómo están representadas las medidas de las longitudes de los tubos de la antara?

……

……

……

De las siguientes medidas de las longitudes de los tubos, $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{7}$ y $\frac{1}{8}$

¿Cuál es la mayor y cuál es la menor?

……

……

……

4. COMPARACIÓN DE FRACCIONES

4.1 COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Para comparar las fracciones se siguen distintos criterios; según que las fracciones tengan signo distinto, mismo denominador o mismo numerador:

4.1.1 FRACCIONES DE SIGNO DISTINTO

Si comparamos dos fracciones de signo distinto, es mayor la fracción positiva.

$$-\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$$

Ejemplo:

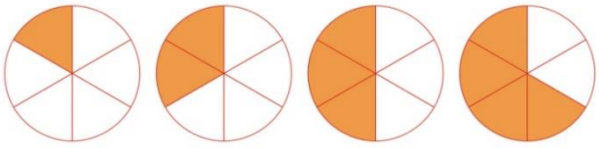
- $\frac{2}{7} > -\frac{1}{5}$
- $-\frac{8}{3} < \frac{9}{5}$

4.1.2 FRACCIONES QUE TIENEN EL MISMO DENOMINADOR

Si los denominadores son iguales comparamos solo los numeradores, el numerador mayor indicara la fracción mayor:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{b} \Leftrightarrow a < c$$

Ejemplo:



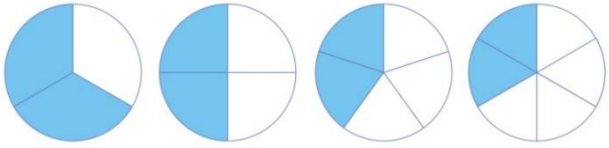
$$\frac{1}{6} < \frac{2}{6} < \frac{3}{6} < \frac{4}{6}$$

4.1.3 FRACCIONES QUE TIENEN EL MISMO NUMERADOR

Entre dos fracciones con el mismo numerador es mayor la fracción que tiene menor denominador:

$$\frac{a}{b} > \frac{a}{d} \Leftrightarrow b < d$$

Ejemplo:



$$\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5} > \frac{2}{6}$$

La fracción menor es la que tiene denominador más grande, porque tomamos el mismo número de partes (2) de una unidad dividida cada vez en partes más pequeñas (3, 4, 5,…).

4.1.4 FRACCIONES QUE TIENEN DISTINTOS NUMERADORES Y DENOMINADORES

En este caso para saber cuál de ellas es mayor o menor, se reducen a fracciones con denominador común y luego procedemos como en el caso anterior:

***1º FORMA**: Empleando el m.c.m. de los denominadores*

Ejemplo:

Transformar en denominador común las siguientes fracciones: $\frac{3}{7}$; $\frac{2}{5}$

Solución:

Paso1. Hallamos el m.c.m. de los denominador es m.c.m. $(7;\ 5)\ = 35$

Paso 2.Dividimos el m.c.m. por cada denominador y lo multiplicamos por el numerador de cada fracciona. El denominador de cada nueva fracción es el m.c.m. hallado:

$$\frac{3}{7} \Rightarrow \left(\frac{35}{7}\right) \text{x } 3\ = 15$$

$$\frac{2}{5} \Rightarrow \left(\frac{35}{5}\right) \text{x } 2\ = 14$$

Respuesta:$\frac{15}{35}\ \ y\ \ \frac{14}{35}$

***2º FORMA:** Empleando la regla de productos cruzados.*

Ejemplo:

Transformar en denominador común las siguientes fracciones: $\frac{3}{7}$; $\frac{2}{5}$

Solución:

Paso 1. El denominador común en ambas fracciones está dado por el producto de los denominadores dados:

$$\overline{7x5}\ ;\ \overline{7 \text{ x } 5}$$

Paso2. Los numeradores respectivos se obtienen multiplicando en forma cruzada el numerador dado por el denominador de la otra fracción:

$$\frac{3 \text{ x } 5}{7x5}\ ;\ \frac{2x7}{7x5}$$

Respuesta: $\frac{15}{35}$ y $\frac{14}{35}$

EN CONCLUSIÓN

Dados dos números racionales, cuyas fracciones representativas son $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, podemos afirmar que:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a\,.\,d = b\,.\,c$ $\quad$ $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a\,.\,d < b\,.\,c$ $\quad$ $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a\,.\,d > b\,.\,c$

ACTIVIDADES

1. ***Completar con los signos “>”o“<”según corresponda:***

$a)\ \frac{3}{7}\square-\frac{1}{4}$ $\quad b)\ \frac{5}{11}\square\frac{5}{13}$ $\quad c)\ \frac{7}{11}\square\frac{9}{11}$ $\quad d)\ \frac{7}{9}\square\frac{7}{4}$

$e)\ \frac{4}{7}\square\frac{6}{7}$ $\quad f)\ \frac{1}{3}\square-\frac{1}{3}$ $\quad b)\ \frac{7}{8}\square\frac{9}{10}$ $\quad c)\ \frac{12}{13}\square\frac{14}{17}$

2. ***Ordena de forma creciente las siguientes fracciones:***

$a)\ \frac{2}{3};\frac{1}{5};\frac{5}{4};\ -\frac{8}{3}$ $\quad b)\ \frac{1}{7};\frac{5}{9};\ -\frac{3}{5};\ -\frac{1}{5};\frac{1}{3}$

$c)\ \frac{7}{11};\frac{5}{11};\frac{4}{11}$ $\quad d)\ \frac{1}{3};\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8}$

3. ***Ordena de forma decreciente las siguientes fracciones:***

$a)-\frac{3}{4};\ \frac{5}{9};\ \frac{7}{12};\ -\frac{1}{2}$ $\quad b)\frac{8}{12};\ \frac{5}{12};\ \frac{7}{12};\ \frac{11}{12}$

$c)\ \frac{8}{5};\ \frac{9}{4};\ \frac{2}{3};\ \frac{7}{5}$ $\quad d)\frac{2}{9};\ \frac{2}{3};\ \frac{2}{5};\ \frac{2}{7}$

4. ***Resuelve los siguientes problemas:***

A. En una fiesta Antonio bebe $\frac{3}{5}$ de litros de cola y Miguel $\frac{4}{7}$ de litros de cola. ¿Cuál de los dos amigos bebe más cola?

B. Andrés mide $\frac{7}{8}$ de metro y su hermano Jorge mide $\frac{11}{14}$ de metro. ¿Cuál de ellos es más alto?

C. El día de ayer se observó que en el salón de 1º A asistieron $\frac{5}{6}$ de los alumnos y en 1º B asistieron $\frac{7}{9}$. ¿En qué sección asistieron más alumnos?

D. Cuatro amigas se reúnen a cenar. Al recibir la cuenta observan que Angélica paga $\frac{1}{10}$, Tania $\frac{2}{5}$, Sofía $\frac{3}{8}$ y Natalia $\frac{1}{8}$. ¿Quién pagó más?

E. Un periódico dedica $\frac{2}{5}$ de su contenido a información, $\frac{3}{8}$ a artículos de opinión y el resto a propaganda. ¿Qué fracción dedica a propaganda? ¿Cuál de estos contenidos es más amplio?

F. Para preparar un jugo, Vanesa usa $\frac{1}{8}$ de naranja, $\frac{2}{5}$ de papaya, $\frac{1}{3}$ de fresa y $\frac{17}{120}$ de otras frutas. ¿Qué fruta predomina en el jugo?

La música como operador fraccionario

El puntillo

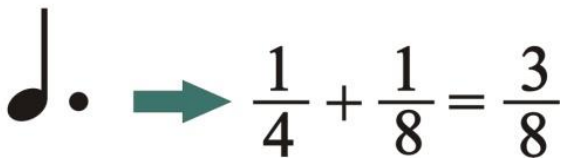
Seguramente, al observar una partitura, hayas visto un puntito al lado de la nota musical, ese punto indica que hay que aumentar la mitad del valor de la figura, o silencio si está al lado de un silencio.

Interpretar el puntillo de aumentación (𝅝·) es muy sencillo, sólo tienes que aumentar a la nota afectada la mitad de la duración que por el compás que le corresponde, es decir, si es afectada la redonda, en el entendido que la redonda vale un tiempo, entonces con el puntillo aumenta a uno y medio, dado que el medio es la mitad de uno, siendo este su valor.

Ejemplo:

Redonda (un tiempo) más su mitad (medio tiempo) es igual a uno y medio.

Negra (un cuarto de tiempo) más su mitad (un octavo de tiempo) es igual a tres octavos.



Representamos en el pentagrama teniendo en cuenta la fórmula del compás.

Verifica que en cada compás la suma coincida con el indicador de compás.

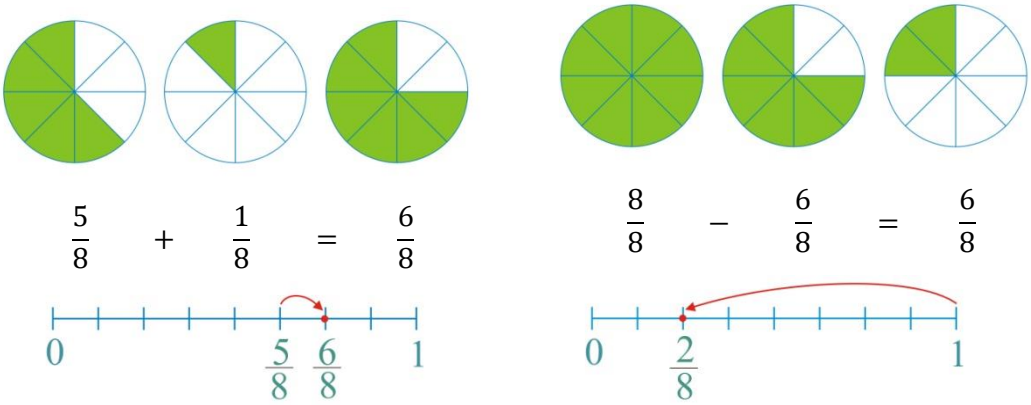
5. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

5.1 ADICIÓN DE FRACCIONES

- ***Con mismo denominador***

Diego llegó a una fiesta de cumpleaños y sus amigos habían comido $\frac{5}{8}$ de torta. Si él come $\frac{1}{8}$ ¿Qué cantidad de torta comieron entre todos? ¿Cuánto queda?

Para saber que fracción de la torta comieron calculamos: $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$



Comieron $\frac{6}{8}$ de torta y queda $\frac{2}{8}$ de ella.

Para sumar o restar números racionales con igual denominador se deja el mismo denominador y se suma o resta los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{1}{10}+\frac{7}{10}=\frac{1+7}{10}\Rightarrow\frac{1}{10}+\frac{7}{10}=\frac{8}{10}$$

- ***Con diferente denominador***

Para sumar números racionales con distinto denominador se reduce a común denominador y se resuelve como fracciones homogéneas.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

Ejemplo:

Resuelve: $\frac{1}{8}+\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{3}{24}+\frac{4}{24}=\frac{3+4}{24}=\frac{7}{24}$$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

Propiedad de clausura:	$\frac{a}{b} \epsilon\, \mathbb{Q};\ \frac{c}{d} \epsilon\ \mathbb{Q} \leftrightarrow \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right) \epsilon\ \mathbb{Q}$	$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right) \epsilon\ \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{8}{15} \epsilon\ \mathbb{Q}$
Propiedad conmutativa	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{13}{15}$
Propiedad asociativa	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{31}{30}$
Elemento neutro	$\frac{a}{b}+\frac{0}{c}=\frac{a}{b}$	$\frac{5}{7}+\frac{0}{9}=\frac{5}{7}$
Elemento opuesto	$\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$	$\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{0}{3}=0$

5.2 SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES

Efectuar la sustracción de dos números racionales equivale a efectuar la adición de uno ellos con el opuesto del otro.

Ejemplo:

Efectuar: $\frac{2}{3}-\frac{2}{5}$

$$\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{10\ +\ (-6)}{15}$$

$$\frac{2}{3}-\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$$

5.2.1 ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS MIXTOS

Para sumar o restar números mixtos se adicionan o se calcula la diferencia de las partes enteras entre si y los números racionales entre ellos mismos.

Ejemplo:

Para una receta se usaron 6 tazas y media de azúcar granulada y 2 tazas con 2 tercios de azúcar impalpable. ¿Qué cantidad de azúcar se usó?

$$6\frac{1}{6}+2\frac{2}{3}=(6+2)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)=9\frac{8}{56}$$

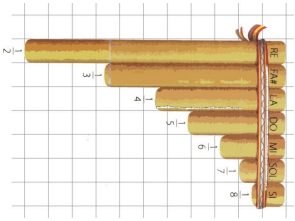
Para sumar o restar los números mixtos sumamos las partes enteras, y las partes fraccionarias por separado.

ACTIVIDADES

1. Completa el cuadro con la duración correspondiente de cada nota.

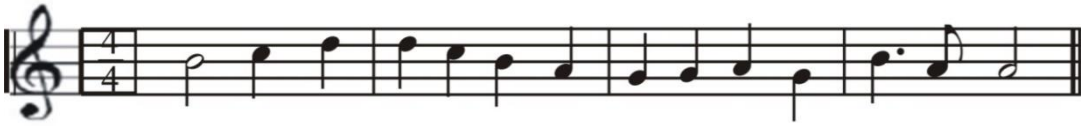
Nota musical		Duración

Actividad:
Usando los moldes de la siguiente antara en forma horizontal, realiza la siguiente actividad:



Dibuja en forma horizontal la unión de la nota DO y la nota SI
¿Cuál es la fracción que resulta de dicha unión? ¿Cómo se resuelve este problema?

2. Comprueba que en cada fragmento la suma coincida con el indicador de compás.



3. Calcula el resultado de las operaciones. Luego, completa el cuadro con la letra correspondiente y descubrirás una acción muy importante.

$a)\ 8 - \frac{1}{4} =$ $\boxed{C}$

$b)\ \frac{7}{5} - \frac{2}{3} =$ $\boxed{C}$

$c)\ -\frac{3}{4} - \frac{1}{7} =$ $\boxed{R}$

$d)\ -2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{5} =$ $\boxed{A}$

$e)\ -3\frac{1}{7} - 2\frac{1}{3} =$ $\boxed{E}$

$f)\ 1\frac{1}{3} + 2\frac{3}{7} - 1 =$ $\boxed{R}$

$g)\ \frac{3}{56}-\frac{2}{7}-\frac{1}{8}=$ $\boxed{L}$ $h)\ 3-2\frac{1}{3}-1+\frac{3}{4}=$ $\boxed{I}$

$-\frac{25}{28}$	$-\frac{115}{21}$	$\frac{31}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{11}{15}$	$-\frac{5}{14}$	$-\frac{13}{20}$	$\frac{58}{21}$

4. Resuelve los siguientes problemas:

A. ¿Cuánto falta a $\frac{2}{3}$ para ser igual a $\frac{8}{5}$?

B. Carlos gasta $\frac{3}{5}$ de su dinero en cuadernos, y $\frac{1}{4}$ de ese dinero en una revista; sí aún le quedan s/. 90. ¿Cuánto tuvo al principio?

C. Un viajero recorre: el primer día $\frac{5}{24}$ de su trayecto, el segundo día $\frac{1}{6}$ el tercer día $\frac{1}{3}$ si el cuarto día llega a su destino. ¿Qué trayecto recorrió el cuarto día?

5. En un restaurante van a preparar estos postres y utilizarán las siguientes recetas:

Tres leches (bizcocho)	**Selva negra (bizcocho)**
6 huevos $\frac{1}{5}$*kg de azúcar* $\frac{1}{5}$*kg de harina* *1 cucharadita de vainilla* $\frac{2}{4}$*cucharadita de canela molida* *1 cucharadita de polvo a hornear*	*6 huevos* $\frac{1}{3}$*kg de azúcar* $\frac{1}{4}$*kg de harina* $\frac{1}{2}$ *cucharadita de vainilla* $2\frac{1}{2}$ *cucharadita de polvo a hornear* *4 cucharaditas de cocoa* *2 cucharaditas de canela molida*

a) ¿Cuántos kilogramos de harina tendrán que comprar en total?
b) ¿Cuántas cucharaditas de polvo de hornear utilizarán?
c) ¿En qué receta se utiliza más azúcar?
d) ¿Cuántas cucharaditas de vainilla utilizarán?

La música como operador fraccionario

Fracción de una fracción

Utilizando la primera lámina, observar que a partir de la nota musical "Blanca" se puede representar una fracción de una fracción.

Si la duración de la "Redonda" es uno, la duración de la blanca es la mitad

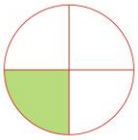
𝅝		*1*
𝅗𝅥		$\frac{1}{2}$ *de* 1 $= \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

Así mismo la duración de la "Negra" es la mitad que de la blanca, es decir $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{2}$

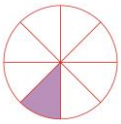
𝅗𝅥		$\frac{1}{2}$
♩		$\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Completa el cuadro de acuerdo a la pregunta:

¿Cuánto es el valor de la corchea, si vale la mitad de una negra?

♩		$\frac{1}{4}$
♪		$\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{4}$ = ……

¿Cuánto es el valor de la semicorchea, si vale la mitad de una corchea?

♪		$\frac{1}{8}$
𝅘𝅥𝅯		…… ……

6. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

6.1. MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Aída compró tres paquetes de café de $\frac{1}{4}$ kg ¿Qué cantidad de café compró?

Calculamos la cantidad de café que compró.

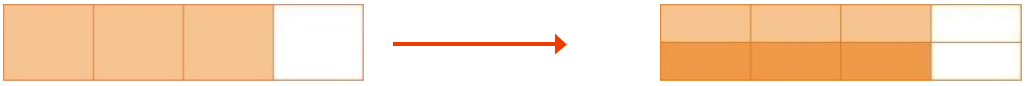
$$\frac{1}{4} \text{ x } 3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1 \text{ x } 3}{4} = \frac{3}{4}$$

El producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} x \frac{c}{d} = \frac{a \, x \, c}{b \, x \, d}}$$

Ejemplo:

Mayra tiene tres cuartas partes de una barra de pan y le da la mitad a su hija. ¿Cuánto pan le dará?



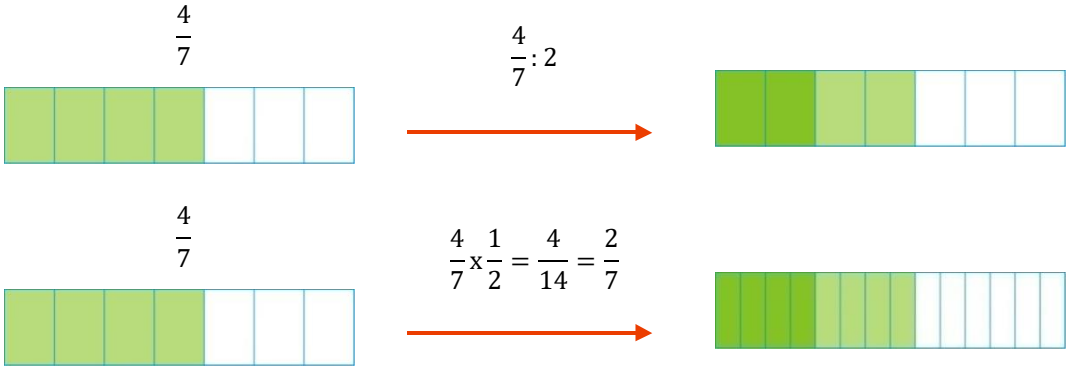
$\frac{3}{4}$ → $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4} \frac{1}{2} \text{x} \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

PROPIEDAD DE LA MULTIPLICACIÓN

Propiedad de clausura.	$\boldsymbol{\frac{a}{b} \epsilon \mathbb{Q} ; \frac{c}{d} \epsilon \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} \epsilon \mathbb{Q}}$	$\boldsymbol{\frac{2}{7} \epsilon Q ; \frac{5}{8} \epsilon Q \Rightarrow \frac{2}{7} \text{x} \frac{5}{8} = \frac{5}{28} \epsilon Q}$
Propiedad conmutativa	$\frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \text{x} \frac{a}{b}$	$\frac{4}{10} \text{x} \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \text{x} \frac{4}{10} = \frac{6}{35}$
Propiedad asociativa	$\left(\frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d}\right) \text{x} \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \text{x} \left(\frac{c}{d} \text{x} \frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{2}{3} \text{x} \frac{5}{7}\right) \text{x} \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \text{x} \left(\frac{5}{7} \text{x} \frac{4}{3}\right) = \frac{40}{63}$
Elemento neutro	$\frac{a}{b} x \frac{1}{1} = \frac{a}{b}$	$\frac{5}{7} \text{x} \frac{1}{1} = \frac{5}{7}$
Inverso de una fracción	$\frac{a}{b} \text{x} \frac{b}{a} = 1$	$\frac{7}{8} \text{x} \frac{8}{7} = 1$
Propiedad distributiva	$\frac{a}{b} \text{x} \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \text{x} \frac{e}{f}$	$\frac{2}{3} \text{x} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} \text{x} \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{x} \frac{3}{5} = \frac{11}{15}$

6.2. DIVISIÓN DE FRACCIONES

Se reparte $\frac{4}{7}$ de un molde de pan entre dos personas ¿Qué fracción del molde le corresponde a cada una?



Se observa que $\frac{4}{7}:2$ coincide con $\frac{4}{7}x\frac{1}{2}=\frac{4}{14}$

A cada persona le corresponde $\frac{2}{7}$ del molde.

Para hallar el cociente de dos fracciones, multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}x\frac{d}{c}=\frac{a\,x\,d}{b\,x\,c}$$

Ejemplo:

Por $\frac{3}{4}$ de kilo de queso se pago S/. 12, ¿Cuánto cuesta el kg de queso?

Solución

Si x es el kilo de queso:

$$\frac{3}{4}x=12$$

$$3x=48$$

$$x=16$$

ACTIVIDADES

1. Realiza la siguiente multiplicación:

a) $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ b) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{7}$ c) $6 \text{ x } -\frac{4}{7}$

d) $\frac{1}{2}$ de 100 e) $\frac{1}{5}$ de $-\frac{10}{2}$ f) $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$

2. Escribe una multiplicación para cada frase y obtén el resultado.

$a)$ Un cuarto de dos metros. $b)$ Tres quintos de nueve medios.

$c)$ Dos quintos de medio metro. $d)$ Cinco sextos de ocho décimos.

3. Completa la tabla de multiplicación de fracciones.

×	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$				
3				
$\frac{1}{3}$				

4. Resuelve los siguientes problemas:

A. Si Cecilia regala a su tía un cuarto de la mitad de su torta de cumpleaños, ¿qué fracción de la torta se llevó la tía?

B. Si recortamos los $\frac{3}{4}$ de una cartulina, y de esta parte se recorta los $\frac{2}{5}$ ¿Qué parte de la cartulina quedó?

C. Gilberto necesita 16 pedazos de madera de $3\frac{1}{4}$ m de largo. ¿Cuánta madera en total necesita?

D. Claudia tiene la mitad de los $\frac{2}{3}$ de la tercera parte de S/. 900. ¿Cuánto dinero tiene Claudia?

E. A Florencia le quedan $\frac{2}{3}$ del pastel de choclo que preparó y quiere dividirlo en porciones iguales entre sus cuatro hijos. ¿Qué fracción del pastel de choclo que preparó le tocará a cada hijo?

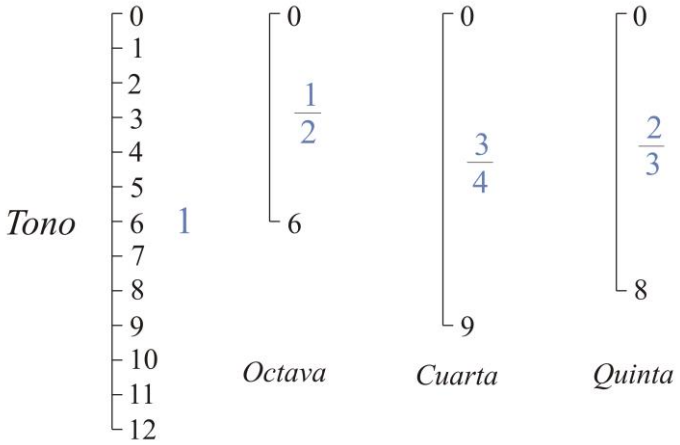
F. Daniel compró $5\frac{1}{4}$ kg de carne y pagó S/. 105. ¿Cuánto le costó el kilogramo de carne?

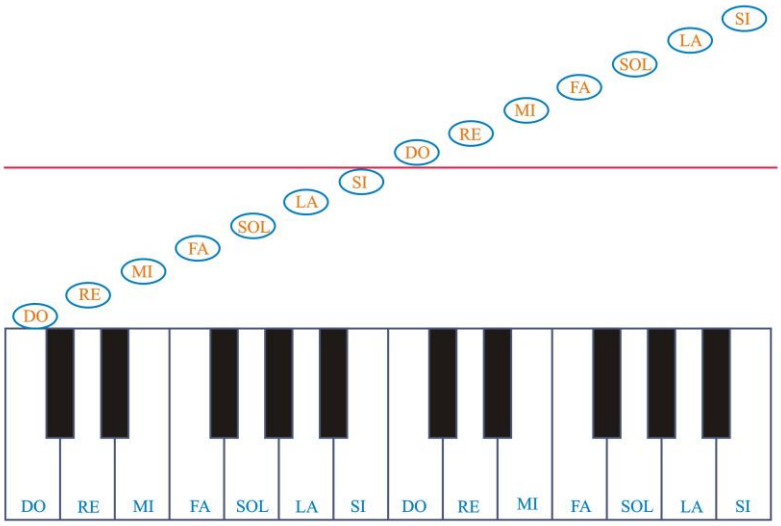
La música como operador fraccionario

El Monocordio

Pitágoras tensó una cuerda musical que producía un sonido que tomó como fundamental, el tono. Hizo señales en la cuerda, que la dividían en doce partes iguales.

Pisó la cuerda en el 6 y entonces observó que se producía la octava más agudo que el original (Do al Do superior). Pisó luego en el 9 y resultaba la cuarta. Al pisar el 8 se obtenía la quinta (la distancia de Do a Sol). A estos intervalos, cuerdas con longitudes de razones 1:2 (los extremos 1 y 2), 2:3 (media armónica de 1 y 2), y 3:4 (media aritmética de 1 y 2), los llamó diapasón, diapente y diatesarón, en la actualidad octava, quinta y cuarta.



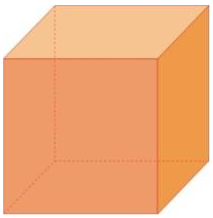


7. POTENCIA Y RADICACIÓN DE FRACCIONES

7.1. POTENCIA DE FRACCIONES

¿Cuál es el volumen de un cubo cuya arista mide $\frac{2}{3}$ m?

Para calcular el volumen de un cubo cuya arista mide $\frac{2}{3}$ m, se puede utilizar un producto de factores iguales o una potencia de números racionales.



$$\text{volumen} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \text{x} \frac{2}{3} \text{x} \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

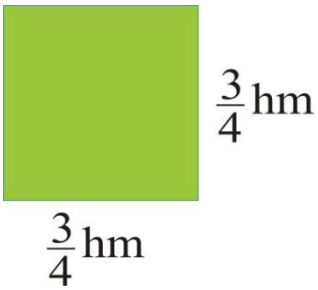
El volumen del cubo es $\frac{8}{27}\,\text{m}^3$.

La potencia de una fracción es el resultado de multiplicar dicha fracción tantas veces como indica el exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \text{x} \left(\frac{a}{b}\right) \text{x} \left(\frac{a}{b}\right) \text{x} \ldots \text{x} \left(\frac{a}{b}\right)}_{\text{n veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

¿Cuál es el área de un terreno cuadrado cuyo lado mide $\frac{3}{4}$ de hectómetro?



Como el terreno es un cuadrado, su área es igual al producto de sus lados:

$$\text{Área} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

El área del terreno es $\frac{9}{16}\,hm^2$

7.1.1 SIGNO DE LA POTENCIA DE BASE RACIONAL

Una potencia de *base positiva* y exponente *par o impar*, siempre es *positiva*.

Una potencia de *base negativa* puede ser:

- *Positiva* si el exponente es *par*.
- *Negativa* si el exponente es *impar*.

Ejemplo:

- $\left(+\frac{2}{5}\right)^2 = \left(+\frac{2}{5}\right) \text{x} \left(+\frac{2}{5}\right) = \frac{(+2)\text{ x }(+2)}{5 \text{ x } 5} = +\frac{4}{25}$

- $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{2}{5}\text{x} - \frac{2}{5}\text{x} - \frac{2}{5} = \frac{(-2)\text{x}(-2)\text{x}(-2)}{5 \text{ x } 5 \text{ x}5} = -\frac{8}{125}$

PROPIEDAD DE LA POTENCIACIÓN

Producto de potencias de igual base	$\left(\frac{a}{b}\right)^m x \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 x \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \frac{32}{243}$
Cociente de potencias de la misma base	$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
Potencia de un producto	$\left(\frac{a}{b} x \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n x \left(\frac{c}{d}\right)^n$	$\left(\frac{1}{5}\text{x}\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{x} \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{225}$
Potencia de un cociente	$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n$	$\left(\frac{2}{5} : \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{36}{25}$
Potencia de una potencia	$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{mxn}$	$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x3} = \frac{1}{64}$
Exponente negativo	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \; ; \; a \neq 0$	$\left(\frac{7}{9}\right)^{-4} = \left(\frac{9}{7}\right)^4$
Exponente nulo	$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \; ; \; \frac{a}{b} \neq 0$	$\left(\frac{5}{7}\right)^0 = 1$

7.2. RADICACIÓN DE FRACCIONES

¿Cuánto mide la arista de un cubo cuyo volumen es $\frac{125}{8}\mathbf{m^3}$?

Como el volumen del cubo es igual al producto de sus lados:

$$\text{Volumen} = l.l.l \Rightarrow l^3 = \frac{125}{8} \Rightarrow l = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{8}} = \frac{5}{2}$$

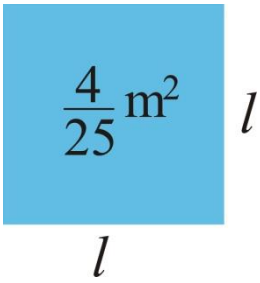
La arista del cubo mide $2\frac{1}{2}$m

La raíz de una fracción es igual a la raíz del numerador entre la raíz del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{c}{d} \leftrightarrow \left(\frac{c}{d}\right)^n = \frac{a}{b}$$

Ejemplo:

El área de un tapete cuadrado es $\frac{4}{25}m^2$. ¿Cuánto mide el lado del tapete?



Como el tapete es un cuadrado, su área es igual al producto de sus lados.

$$\text{Área} = l.l \Rightarrow l^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

El lado el tapete mide $\frac{2}{5}$ m

7.1.1 SIGNO DE LA RADICACIÓN

$\sqrt[impar]{+\frac{a}{b}} = +\frac{c}{d}$	$\sqrt[3]{\frac{+27}{1000}} = +\frac{3}{10}$
$\sqrt[impar]{-\frac{a}{b}} = -\frac{c}{d}$	$\sqrt[5]{\frac{-32}{243}} = \frac{-2}{3}$
$\sqrt[par]{+\frac{a}{b}} = +\frac{c}{d}$	$\sqrt[2]{+\frac{4}{9}} = +\frac{2}{3}$
$\sqrt[par]{+\frac{a}{b}} = -\frac{c}{d}$	$\sqrt[2]{+\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}$
$\sqrt[par]{-\frac{a}{b}} \nexists$ **en** $\mathbb{Q}$	$\sqrt[2]{-\frac{16}{25}} \nexists$ en $\mathbb{Q}$

PROPIEDADES DE RADICACIÓN

Raíz de un producto	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}x\frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}x\sqrt[n]{\frac{c}{d}}$	$\sqrt[2]{\frac{1}{4}x\frac{1}{9}} = \sqrt[2]{\frac{1}{4}}\ x\ \sqrt[2]{\frac{1}{9}} = \frac{1}{2}x\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
Raíz de un cociente	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} : \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$	$\sqrt[2]{\frac{1}{16}:\frac{1}{4}} = \sqrt[2]{\frac{1}{16}} : \sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
Potencia de una raíz	$\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^m = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[2]{\left(\frac{1}{4}\right)^4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$
Raíz de raíz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[m\,x\,n]{\frac{a}{b}}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{\frac{1}{64}}} = \sqrt[3\,x\,2]{\frac{1}{64}} = \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$

ACTIVIDADES:

1. Resuelve las siguientes potencias:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ b) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ d) $\left(\frac{4}{5}\text{x}\frac{2}{4}\right)^2$ e) $\left(\frac{2}{5}:\frac{1}{4}\right)^3$

2. Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ b) $\sqrt[2]{\frac{16}{25}}$ c) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ d) $\sqrt[3]{\frac{-1}{8}}$

e) $\sqrt{\frac{1}{36}\text{x}\frac{9}{12}}$ f) $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}}$ g) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}\right)^{12}$ h) $125^{2/3}$

3. Resuelve los siguientes problemas:

A. Si el lado de una mesa cuadrada mide $\frac{5}{2}$ m. ¿Cuál es su área?

B. La arista de un dado mide $1\frac{1}{2}\ cm$ ¿Cuál es su volumen?

C. El lado de un terreno cuadrado mide $\frac{5}{6}\ hm$ ¿Cuánto mide el área de dicho cuadrado?

D. El perímetro de un cuadrado es $4\frac{1}{5}\ m$ ¿Cuánto mide el área de dicho cuadrado?

E. Si el área de una mesa cuadrada mide $\frac{9}{4}m^2$. ¿Cuánto mide el lado de la mesa?

F. El volumen de un tanque cúbico es $\frac{125}{8}cm^3$. ¿Cuánto mide la arista del tanque?

Bibliografía

Íñiguez Estremiana, J., & Blanco Rodríguez, I. (2002). *MATEMÁTICAS 1*. Madrid: SC.

Marín Córdova, R., Lay Huarac, C., & Urbano Arias, J. (2012). *MATEMÁTICA 1*. Lima: Norma S. A. C.

Mejía Tamayo, C. (2011). *HIPER VÍNCULOS MATEMÁTICA 1*. Lima: Santillana S. A.

Zárate, Y., & Montoya, M. (2014). *PROYECTO ENCUENTRO MATEMÁTICA 1*. Lima: sm.

ANEXO 2: UNIDAD DIDÁCTICA

PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

I.DATOS GENERALES:		
1.1.	**UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA**	: CARLOS: FERMIN FIZCARALD
1.2.	**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**	: "*86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
1.3.	**ÁREA**	: MATEMÁTICA
1.4.	**GRADO Y SECCIÓN**	: 1º ÚNICA
1.5.	**NIVEL Y MODALIDAD**	: SECUNDARIA - EBR
1.6.	**AÑO LECTIVO**	: 2016

II.TÍTULO DE LA UNIDAD
"MÚSICA Y FRACCIONES"

III.SITUACIÓN SIGNIFICATIVA
La música y la matemática tienen una vinculación muy común y conocida; ambas disciplinas se expresan mediante las fracciones. Para la música éstas representan los diferentes compases de las notas, mientras que para la matemática representa la idea de dividir una totalidad en partes iguales. Tanto en la matemática como en la música surge la intensión de incluir los objetos musicales que permiten un mejor entendimiento de comportamientos durante la enseñanza de las matemáticas y especificadamente de la fracción. ¿Qué relación tiene la música con la matemática? ¿Alguna vez has notado la existencia de las fracciones en la música?

IV.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD.	Matematiza situaciones	• Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos. • Conoce el significado del numerador y denominador de una fracción. • Clasifica e identifica la unidad fraccionaria. • Clasifica e identifica las fracciones de acuerdo a la relación de igualdad o desigualdad entre sus denominadores. • Clasifica e identifica las fracciones al compararlas con la unidad. • Clasifica e identifica las fracciones según sea mayor o menor que la unidad y de acuerdo a la relación entre sus términos. • Clasifica e identifica las fracciones homogéneas. • Compara fracciones reduciéndolas a denominador común • Ordena fracciones a partir de criterios establecidos
	Comunica y representa ideas matemáticas	• Representa gráficamente fracciones mayores que la unidad. • Representa simbólicamente fracciones mayores que la unidad. • Representa simbólicamente la unidad fraccionaria. • Representa gráficamente la unidad fraccionaria. • Representa simbólicamente fracciones propias e impropias. • Representa fracciones en la recta numérica • Usa las expresiones >, = y < para establecer relaciones de comparación de fracciones. • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran suma y sustracción de fracciones • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran multiplicación de fracciones • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran división de fracciones • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran potenciación de fracciones • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran radicación de fracciones

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD.	Elabora y usa estrategias	• Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación. • Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación. • Obtiene fracciones irreducibles a partir del proceso de simplificación. • Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos. • Aplica los procesos algorítmicos de la división de fracciones respetando los signos de colección. • Aplica los procesos algorítmicos de la multiplicación de fracciones respetando los signos de colección. • Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos. • Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Relaciona la fracción con la parte y con el todo de la unidad. • Relaciona el numerador y el denominador con superficies pintadas y no pintadas. • Resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones. • Interpreta el significado de los números racionales en distintos contextos. • Resuelve problemas aplicando las distintas interpretaciones de las fracciones. • Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones. • Resuelve problemas que involucran multiplicación de fracciones. • Infiere resultados de un problema a partir de la observación de gráficos. • Resuelven problemas que involucran calcular la potencia de una fracción. • Resuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción.

V.CAMPO TEMÁTICO

- *Concepto de fracciones*
- *Clasificación de fracciones*
- *Fracciones equivalentes*
- *Comparación de fracciones*
- *Operaciones con fracciones*

VI.SECUENCIA DE LAS SESIONES

Sesión 1 ***(2 horas)***

Título: ***"El valor de la música"***

Indicadores:

- Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos.
- Conoce el significado del numerador y denominador de una fracción.
- Clasifica e identifica la unidad fraccionaria.
- Representa simbólicamente la unidad fraccionaria.
- Representa gráficamente la unidad fraccionaria.
- Representa fracciones en la recta numérica
- Relaciona la fracción con la parte y con el todo de la unidad.
- Relaciona el numerador y el denominador con superficies pintadas y no pintadas.
- Interpreta el significado de los números racionales en distintos contextos.
- Infiere resultados de un problema a partir de la observación de gráficos.

Campo temático:

Definición y términos de la fracción.
Representación gráfica de la fracción.
El valor de la fracción y la recta numérica.
La unidad fraccionaria.
Las figuras musicales como parte del todo.

Actividades:

- El docente presenta la relación que existe entre las figuras musicales como parte de una unidad y las fracciones a través de una lámina
- Para explicar esta lámina el docente presenta un ejercicio de solfeo haciendo escuchar y repetir a los estudiantes el valor de cada figura musical.
- El docente realiza preguntas a través delas cuales se expone la introducción de la historia de las fracciones.
- El docente define el campo temático relacionando el concepto matemático con las figuras musicales utilizando la lámina presentada.
- Cada estudiante resuelve ejercicios a través de una ficha relacionado con los contenidos de la sesión.

Sesión 2	***(2 horas)***

Título: ***"El ritmo"***

Indicadores:

- Clasifica e identifica las fracciones de acuerdo a la relación de igualdad o desigualdad entre sus denominadores.
- Clasifica e identifica las fracciones al compararlas con la unidad.
- Clasifica e identifica las fracciones según sea mayor o menor que la unidad y de acuerdo a la relación entre sus términos.
- Clasifica e identifica las fracciones homogéneas.
- Representa gráficamente fracciones mayores que la unidad.
- Representa simbólicamente fracciones mayores que la unidad.
- Representa simbólicamente fracciones propias e impropias.

Campo temático:

Fracciones propias e impropias.
Fracciones homogéneas y heterogéneas
Las figuras musicales como parte del todo

Actividades.

- El profesor organiza cuatro grupos y propone a los estudiantes un ejercicio de ritmo utilizando la vos u objetos presentes en el salón.
- Los estudiantes observan una lámina en la cual se hace conocimiento sobre la ligadura y su función
- A través de la situación anterior se define la clasificación de las fracciones, a través de ejemplos gráficos.
- Los estudiantes individualmente resuelven ejercicios definidos anteriormente, a través de una ficha.

Sesión 3	*(2 horas)*

Título: ***"El compás"***

Indicadores:

- Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación.
- Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación.
- Obtiene fracciones irreducibles a partir del proceso de simplificación.

Campo temático:

Fracciones equivalentes por amplificación y simplificación.
Fracciones reducibles e irreducibles.
Simplificación de fracciones.
Las figuras musicales como parte del todo

Actividades.

- El docente presenta las nociones conceptuales sobre el compás. Explica que cada compás del pentagrama representa una fracción del tiempo musical que son equivalentes; a través de una lámina.
- Los estudiantes experimentan que los compases son equivalentes entre ellos.
- Teniendo como referencia la gráfica anterior se da las nociones conceptuales sobre las fracciones equivalentes.
- Los estudiantes resuelven ejercicios y problemas referidos al tema, teniendo como guía algunos ejemplos gráficos.

Sesión 4	***(2 horas)***

Título: ***"Las longitudes de los tubos de la antara"***

Indicadores:

- Compara fracciones reduciéndolas a denominador común
- Ordena fracciones a partir de criterios establecidos
- Usa las expresiones >, = y < para establecer relaciones de comparación de fracciones.
- Resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones.

Campo temático:

Comparación de fracciones.

Las figuras musicales como parte del todo

Actividades.

- El docente da a conocer algunas nociones sobre la zampoña a través de una lámina. La cual está construido por siete tubos que varía en longitud manteniendo una proporción de crecimiento.
- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la comparación de fracciones, haciendo algunos ejemplos gráficos.
- Los estudiantes resuelven ejercicios correspondientes al tema.
- Los estudiantes dibujan una antara con sus respectivas notas, cuyas medidas de los tubos se denotan como fracciones.

Sesión 5	***(2 horas)***

Título: ***"El puntillo"***

Indicadores:

- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran suma y sustracción de fracciones
- Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos.
- Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones.

Campo temático:

Adición y sustracción de fracciones

Las figuras musicales como parte del todo

Actividades.

- El docente presenta una lámina en la cual nos hace referencia sobre el uso de un puntito al lado de la nota musical. El punto indica que hay que aumentar la mitad del valor de la figura, o silencio si está al lado de un silencio.
- Los estudiantes observan figuras musicales acompañadas por el puntillo dentro del pentagrama, y luego comprueban si la suma de todas las figuras musicales es equivalente a la fórmula del compás.
- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la adición y sustracción de fracciones.
- Los estudiantes desarrollan la suma de los valores de las figuras musicales.
- Los estudiantes resuelven ejercicios y problemas referidos al tema.

Sesión 6	*(2 horas)*

Título: ***"Fracción de una fracción"***

Indicadores:

- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran multiplicación de fracciones
- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran multiplicación de fracciones
- Aplica los procesos algorítmicos de la división de fracciones respetando los signos de colección.
- Aplica los procesos algorítmicos de la multiplicación de fracciones respetando los signos de colección.

Campo temático:

Multiplicación de fracciones
División de fracciones
Las figuras musicales como fracción de una fracción

Actividades.

- El docente entrega a cada estudiante una ficha, la cual nos transmite lo que es una multiplicación, a partir de la relación que existe entre los valores de las notas musicales.
- El docente les da a entender que el valor de las figuras musicales representan una fracción del valor anterior de la figura. Por ejemplo la negra representa la mitad de la blanca; es decir la blanca vale ½, entonces la negra vale ½ de un ½ (fracción de una fracción).
- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la multiplicación y división de fracciones.
- Los estudiantes resuelven ejercicios y problemas referidos al tema.

Sesión 7	***(2 horas)***

Título: ***"Contextualizando la multiplicación de fracciones"***

Indicadores:

- Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos.
- Resuelve problemas aplicando las distintas interpretaciones de las fracciones.
- Resuelve problemas que involucran multiplicación de fracciones.

Campo temático:

Problemas y ejercicios
Las figuras musicales como una fracción de una fracción

Actividades.

- El docente presenta un problema sobre la multiplicación. A través del cual explica los procedimientos y pasos a seguir en la solución de un problema.
- A partir de la situación anterior los estudiantes en sus cuadernos resuelven problemas referidos a la multiplicación.
- Cada estudiante resuelve un problema en la pizarra.

Sesión 8	*(2 horas)*

Título: "*El monocordio* "

Indicadores:

- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran potenciación de fracciones
- Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran radicación de fracciones
- Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones
- Resuelven problemas que involucran calcular la potencia de una fracción.
- Resuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción.

Campo temático:

Potenciación y Radicación de fracciones
Las figuras musicales como una potencia

Actividades:

- El docente explica sobre el tono fundamentado por el monocordio, que consiste en una cuerda tensada, dividida en 12 partes.
- Se les explica sobre los sonidos que produce el monocordio, a través de varias divisiones y fraccionamientos.
- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la potenciación y radicación de fracciones.
- Los estudiantes resuelven ejercicios y problemas referidos al tema.

ANEXO 2: SESIONES DE APRENDIZAJE

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*: 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*: Matemática*
*1.3**NIVEL***	*: Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*: 2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*: 10/08/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"Evaluación"

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones Comunica y representa ideas matemáticas Elabora y usa estrategias Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos relacionando con la parte y con el todo de la unidad. • Representa la unidad fraccionaria mediante un gráfico. • Representa fracciones en la recta numérica • Clasifica las fracciones al compararlas con la unidad. • Aplica la regla de producto de términos cruzados para dar la definición de fracciones equivalentes. • Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación. • Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación. • Explica el procedimiento al simplificar una fracción. • Explica las diferentes estrategias para comparar fracciones. • Usa las expresiones $=, > y <$ para establecer relaciones de comparación de fracciones. • Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos. • Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones. • Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar

		los procesos algorítmicos. • D escribe los procedimientos en la solución de la división. • A plica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones. • R esuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción.

IV.SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (05 minutos)

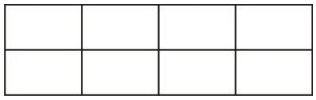
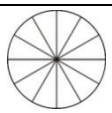
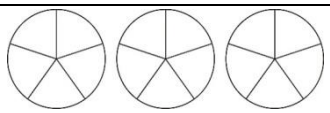
- El docente da las instrucciones a los estudiantes sobre cómo proceder en el desarrollo del examen.

Desarrollo: (40 minutos)

- El docente distribuye las pruebas escritas:

Interpreta y representa las siguientes fracciones

1. Sombrea la fracción correspondiente:

$\frac{3}{24}$	
$\frac{5}{6}$	
$\frac{12}{5}$	

Clasifica e identifica las fracciones

2. ¿Cuáles de estas fracciones representan la unidad fraccionaria o su amplificación?

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{3}{9}$

d) $\frac{2}{7}$ e) $\frac{25}{10}$ f) $\frac{12}{8}$

g) $\frac{7}{49}$ h) $\frac{1}{9}$ i) $\frac{2}{16}$

3. ¿Cuáles de estas fracciones son entre ellas homogéneas?

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{7}$

d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{25}{10}$ f) $\frac{13}{8}$

g) $\frac{7}{39}$ h) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{3}{17}$

4. ¿Cuáles de estas fracciones son fracciones impropias?

a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{1}{13}$ c) $\frac{3}{7}$

d) $\frac{5}{4}$ e) $\frac{21}{11}$ f) $\frac{13}{8}$

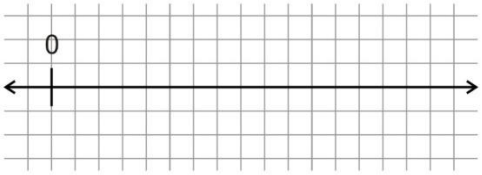
g) $\frac{7}{39}$ h) $\frac{1}{4}$ i) $\frac{3}{17}$

<u>Compara las fracciones con la unidad</u>

5. Ordena de manera creciente las siguientes fracciones y ubícalas en la recta numérica:

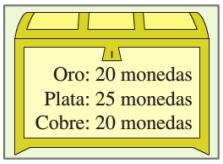
$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{3}$;

$\frac{1}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{3}{4}$;

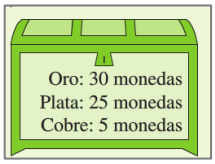


Ahora prueba a razonar

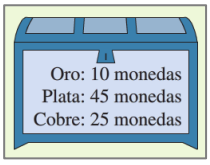
6. En cada baúl, ¿qué fracción del total representan las monedas indicadas?



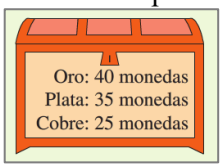
Monedas de oro……



Monedas de plata……



Monedas no de oro……



Monedas de cobre……

<u>Resuelve los siguientes problemas realizando operaciones con fracciones</u>

7. ¿Cuántos cuartos hay en $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{9}{12}$?

8. Una botella de aceite, cuya capacidad es $\frac{5}{2}$ de litros, está llena hasta sus $\frac{2}{3}$. ¿Cuántos litros de aceite hay en la botella?

9. Jorge recorre $\frac{3}{7}$ de la distancia entre dos ciudades en tren; $\frac{3}{4}$ del resto, en auto y 40 Km, en moto. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?

10. Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide $\frac{7}{2}$ cm.

11. La superficie de un cuadrado mide $\frac{25}{4}$ m^2. ¿Cuánto mide el lado?

Cierre: (45minutos)

- El docente aclara todas las dudas de los estudiantes sobre el examen, a través de ejemplos.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS		
1.1	***INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
1.2	***ÁREA***	*:Matemática*
1.3	***NIVEL***	*:Secundaria EBR*
1.4	***GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
1.5	***TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6	***FECHA***	*:12/08/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"El valor de la música"
Definición y términos de la fracción *Representación gráfica de la fracción* *El valor de la fracción y la recta numérica* *La unidad fraccionaria* *Las figuras musicales como parte del todo*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	• Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos. • Conoce el significado del numerador y denominador de una fracción. • Clasifica e identifica la unidad fraccionaria.
	Comunica y representa ideas matemáticas	• Representa simbólicamente la unidad fraccionaria. • Representa gráficamente la unidad fraccionaria. • Representa fracciones en la recta numérica
	Razona y argumenta	• Relaciona la fracción con la parte y con el todo de la unidad. • Relaciona el numerador y el denominador con superficies pintadas y no pintadas.

	generando ideas matemáticas	• Interpreta el significado de los números racionales en distintos contextos. • Infiere resultados de un problema a partir de la observación de gráficos.

IV.SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 minutos)

• El docente presenta la relación que existe entre las figuras musicales como parte de una unidad y las fracciones a través de una lámina (anexo 1).

• Para explicar esta lámina el docente presenta un ejercicio de solfeo haciendo escuchar y repetir a los estudiantes el valor de cada figura musical.

¿Cómo nos ayuda la música, a aprender las fracciones?

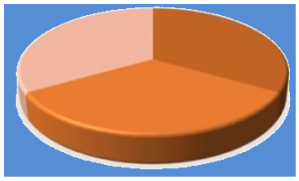
• Teniendo como base esta pregunta se enfatiza que a través de los conceptos de la música aprenderemos las fracciones.

Desarrollo: (65 minutos)

• A partir de la información anterior se introducen los conceptos de las fracciones a través de un afiche (anexo 2), en el que se expone la introducción y la historia de las fracciones.

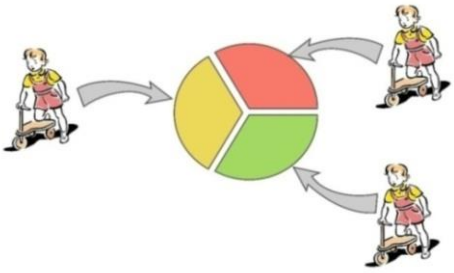
• El docente presenta la pregunta:

¿Qué es una fracción?



Tenemos un queso y debemos repartirlo entre tres niños en partes iguales. ¿Qué parte del queso corresponderá a cada niño?

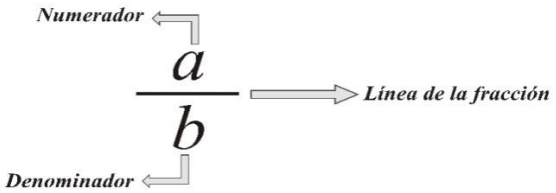
La operación que resuelve el problema es dividir 1 entre 3. Al dividir el queso en tres partes iguales; le tocaría a cada niño la tercera parte del queso.

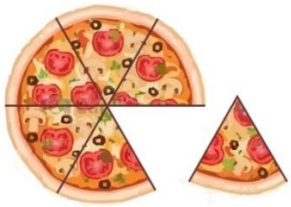


Se dará a cada niño $\frac{1}{3}$ de queso.

• Se da una definición de fracción, sus términos, su representación gráfica y su interpretación numérica.

La fracción es la representación simbólica de un número racional, escrito de la forma $\frac{a}{b}$, donde "a" y "b" son números enteros y b ≠0. El valor del número representado corresponde al cociente de a entre b. Fracción = $\left\{\frac{a}{b}\ a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\right\}$

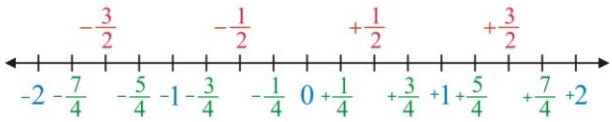




- El docente define la unidad fraccionaria y relaciona el concepto matemático con las figuras musicales utilizando la lámina presentada.
- El docente explica el valor numérico de la fracción, sus signos y su ubicación en la recta numérica.

SIGNOS DE LA FRACCIÓN	
Una fracción es positiva si ambos términos tienen el mismo signo.	$\frac{a}{b} > 0 \Leftrightarrow a > 0\ y b > 0; a < 0\ y < 0$
El cociente entre dos factores positivos es positivo; el cociente entre dos factores negativos es positivo.	$\frac{+}{+} = +\ ;\ \frac{-}{-} = +$
Una fracción es negativa si sus términos son de signos contrarios.	$\frac{a}{b} < 0 \Leftrightarrow a > 0\ y b < 0; a < 0\ y b > 0$
El cociente de dos factores de signos opuestos siempre es negativo.	$\frac{+}{-} = -\ ;\ \frac{-}{+} = -$
Una fracción nula es aquella que tiene como numerador cero.	$\frac{a}{b} = 0 \Leftrightarrow a = 0$
El resultado de una fracción nula no tiene signo.	$\frac{0}{b} = 0$

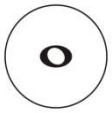
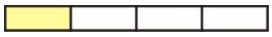
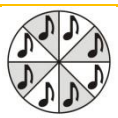
- Representación de los números racionales en la recta numérica.



Cierre: (15 minutos)
• El docente entrega una ficha a cada estudiante (anexo 3), y juntos la resuelven.

V.TAREA A TRABAJAR EN CASA
• Realizar las actividades del anexo 04 • Estudiar las páginas106 y 107 de libro del ministerio

Anexo 01

Las figuras y los silencios musicales:			
Valor de las figuras			
FIGURA	SILENCIÓN	DURACIÓN	GRÁFICO DE LA DURACIÓN
 Redonda		4 tiempos (un entero)	
Blanca		2 tiempos (1/2)	
Negra		1 tiempo (1/4)	
 Cochea		1/2 tiempo (1/8)	
Semicorchea		1/4 de tiempo (1/16)	

Anexo 2

LAS FRACCIONES

Como ha sucedido por la gran mayoría de los conceptos matemáticos, también para los números racionales, su descubrimiento fue debido a la necesidad de resolver problemas de la vida cotidiana.

Los antiguos necesitaban medir longitudes, áreas, tiempo, pesos y todo tipo de medidas. Estas actividades presentaron un problema: los números naturales no son suficientes para responder con exactitud a estas nuevas necesidades, ya que estas medidas requieren la división de la unidad en partes más pequeñas. Por esto fue necesario ampliar el concepto de número natural y así surgieron los números racionales.

¿Cuál es el resultado de dividir:

(+20): (+3)?

Como verás, no existe en el conjunto de números enteros ($\mathbb{Z}$) un número que multiplicado por (+3) dé como resultado (+20). Luego, en$\mathbb{Z}$, no es posible resolver la ecuación (+3) x = (+20).

Ante esta situación, surge la necesidad de ampliar el conjunto de números $\mathbb{Z}$, a otro que llamaremos **FRACCIONES.**

Historia de las fracciones

Las fracciones aparecen ya en los primeros textos matemáticos de los que hay constancia, quizás uno de los más antiguos y más importantes sea el Papiro Rhind de Egipto, escrito hacia el 1.650 a.C.

En Occidente tuvieron que pasar muchos siglos hasta que los musulmanes introdujeron su sistema de numeración, conocido como indoarábigo. Este paso fue clave para la comprensión y el estudio de los números racionales en la vieja Europa.

Sin embargo, no fue hasta el S. XIII cuando Leonardo de Pisa, más conocido por su apodo Fibonacci, introdujo el concepto de números quebrados o números "ruptus", empleando además la raya para separar el numerador del denominador.

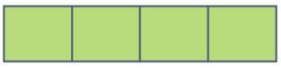
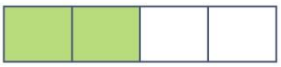
Francisco Luis Flores Gil, *Historia y didáctica de los números racionales e irracionales*, Íttakus, 2008

Anexo 03

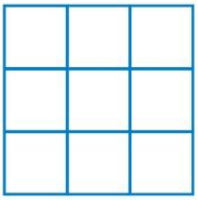
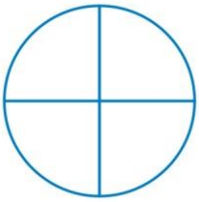
10.Relacione ambas columnas escribiendo el número que corresponda en el paréntesis.

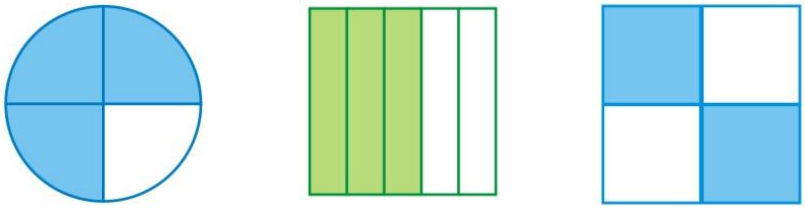
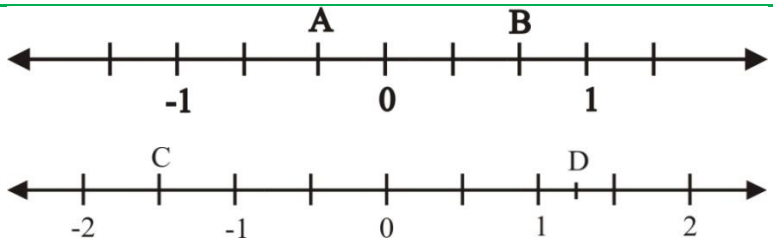
( )	Negras	**1)** Es el número o figura que corresponde al valor de un tiempo.
( )	Sonido	**2)** Es la nota musical cuya duración es la mitad de una blanca.
( )	Blancas	**3)** Indica el número de tiempos que hay en cada compás.
( )	Numerador	**4)** Es el resultado de vibraciones de un cuerpo sonoro o elástico.
( )	Denominador	**5)** Es la nota musical que vale un valor equivalente a dos negras o a la mitad de una redonda.

11.Relacionar con una recta según corresponde la duración, la figura y el gráfico de duración.

DURACIÓN	*FIGURA*	*GRÁFICO DE DURACIÓN*
$\frac{1}{4}$	♪	
$\frac{1}{2}$	♫	
$\frac{1}{8}$	𝅝	
$\frac{1}{16}$	♩	
1	𝅗𝅥	

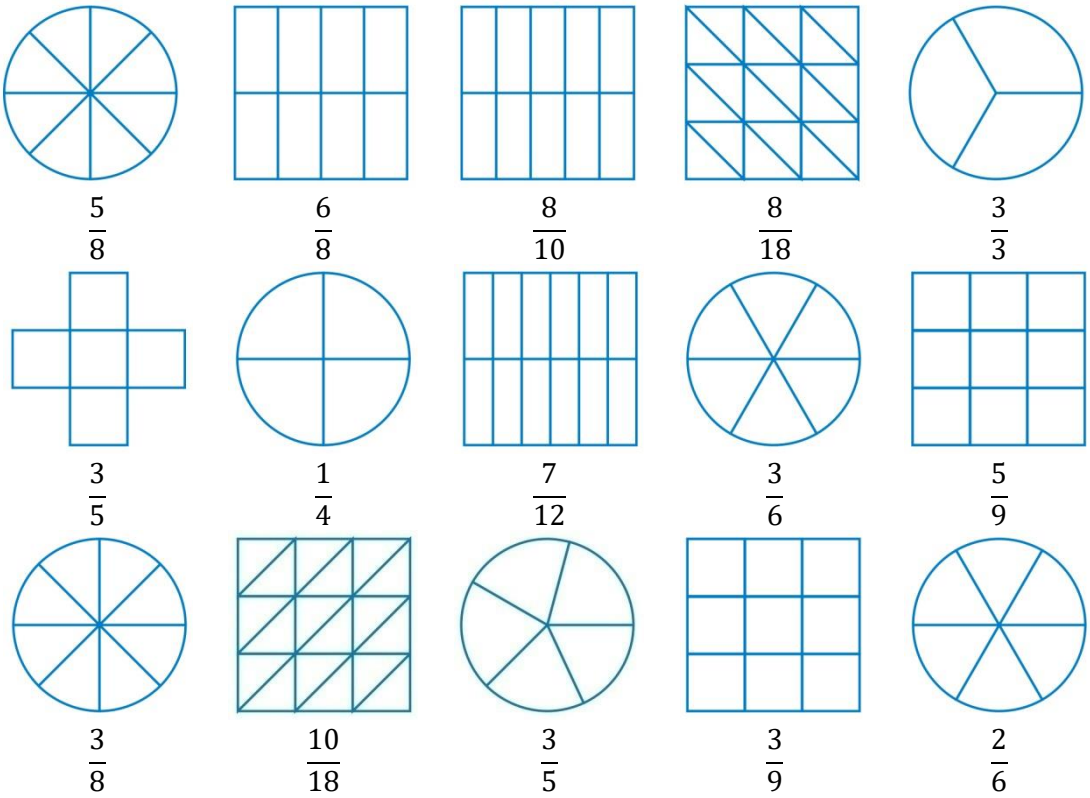
1. ***Completa el siguiente cuadro:***

Pinta la fracción correspondiente:	$\frac{5}{8}$	 $\frac{5}{9}$	 $\frac{1}{4}$

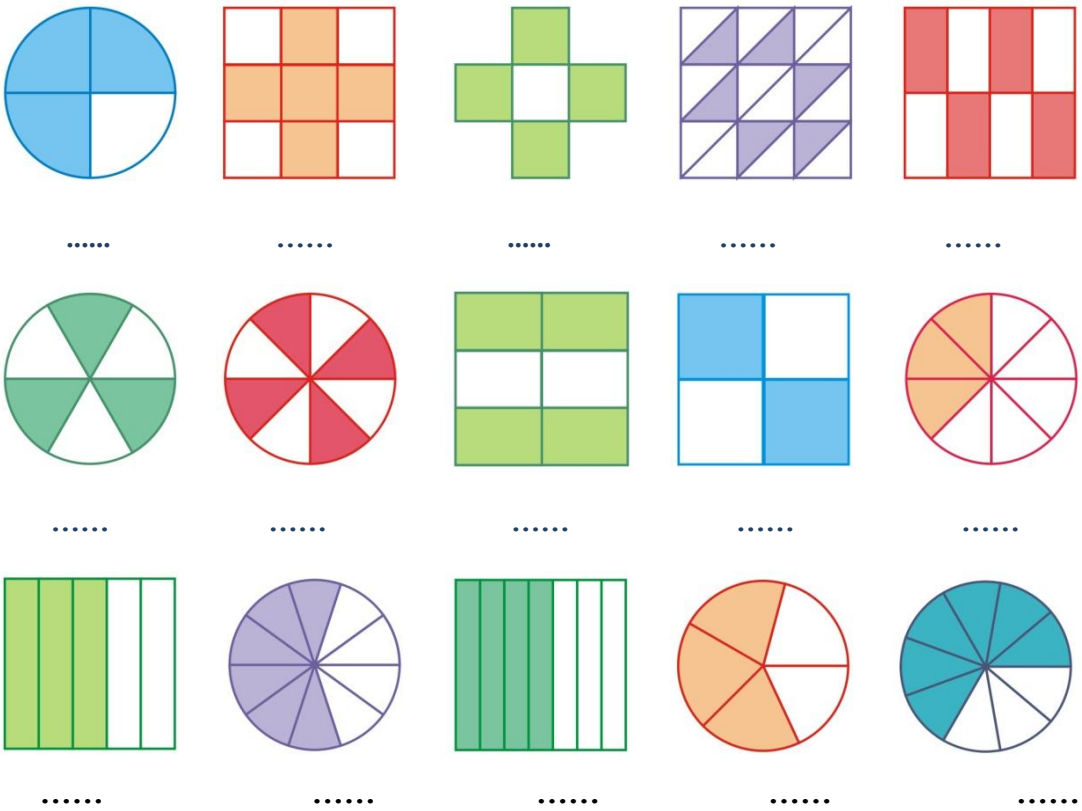
Escribe la fracción correspondiente:	 …… …… ……
Según la fracción, completa:	$\frac{7}{10}$ 7 es el…… 10 es el……..…….. La fracción se lee……
Escribe en fracción:	• Tres octavos = • Cinco cuartos =
Subraya solo a las unidades fraccionarias:	$\frac{1}{10}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{30}$
¿Qué fracciones representan las letras?	

Anexo 04

1. ***En las siguientes figuras colorea la parte correspondiente a la fracción referida:***



2. ***En las siguientes figuras, ¿qué fracción representa la región sombreada?***



PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*:17/08/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"El ritmo"
Fracciones propias e impropias *Fracciones homogéneas y heterogéneas* *Las figuras musicales como parte del todo*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	• Clasifica e identifica las fracciones de acuerdo a la relación de igualdad o desigualdad entre sus denominadores • Clasifica e identifica las fracciones al compararlas con la unidad • Clasifica e identifica las fracciones según sea mayor o menor que la unidad y de acuerdo a la relación entre sus términos • Clasifica e identifica las fracciones homogéneas

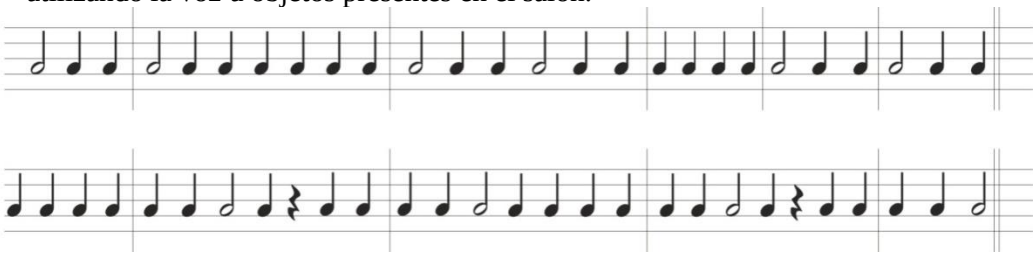
	Comunica y representa ideas matemáticas	• Representa gráficamente fracciones mayores que la unidad • Representa simbólicamente fracciones mayores que la unidad • Representa simbólicamente fracciones propias e impropias

IV.SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, luego repasa las figuras musicales utilizando la lámina de la clase anterior.

  ¿Qué relación existe entre las figuras musicales y las fracciones?
- Recoge las respuestas con la dinámica de la lluvia de ideas.
- El profesor organiza cuatro grupos y propone a los estudiantes un ejercicio de ritmo utilizando la voz u objetos presentes en el salón.

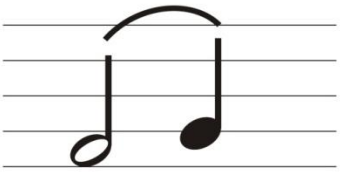


LA LIGADURA DE VALOR

La ligadura de valor es un símbolo que sirve para unir la duración de dos figuras de valor que estén a la misma altura. Se trata de un pequeño arco, paralelo al pentagrama que une a las dos notas musicales.

Cabe decir que mínimo son dos unidas, pero pueden ver más notas afectadas por la ligadura. Por otro lado, en la práctica solo se toca la primera nota, y se mantiene sonando durante la suma de las restantes.

En la siguiente imagen se ve esto más gráficamente:



Desarrollo: (80 minutos)

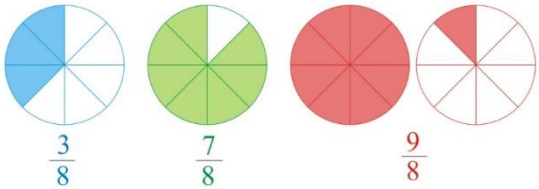
- El docente desarrolla el tema de las fracciones homogéneas, heterogéneas, propias e impropias. Explica a través de ejemplos gráficos.

FRACCIONES HOMOGÉNEAS

Dadas dos o más fracciones estas serán llamadas fracciones homogéneas cuando tengan el mismo denominador.

Ejemplo:

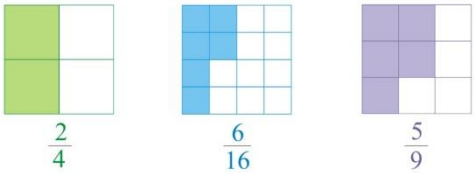
$\frac{3}{8}; \frac{7}{8}; \frac{9}{8}; \ldots$



FRACCIONES HETEROGÉNEAS

Si tenemos dos o más fracciones y observamos que al menos una de ellas tiene un denominador distinto a los denominadores de las demás fracciones, entonces el conjunto de ellas se les denominara fracciones heterogéneas.

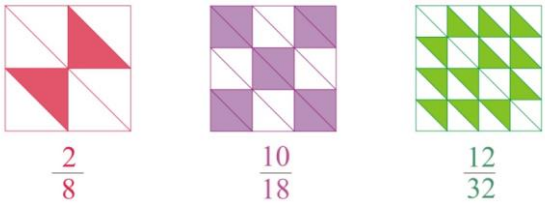
Ejemplos:



FRACCIÓN PROPIA

Se dice que una fracción es propia cuando el numerador es menor que el denominador. Por tanto toda fracción propia vale menos que la unidad.

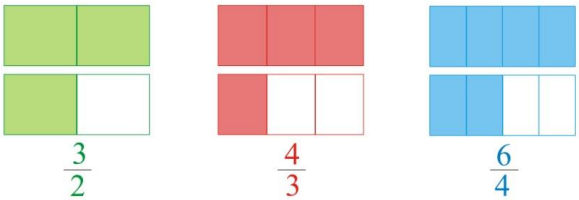
$$\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b$$



FRACCIÓN IMPROPIA

Se dice que una fracción es impropia, cuando el numerador es mayor o igual que el denominador. Toda fracción impropia es mayor o igual a uno.

$$\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b$$



- Los alumnos desarrollan, en forma individual, la actividad 1 del ***"anexo 1"***
- Después de haber explicado lo que es una fracción impropia, se da a conocer la noción conceptual de "número mixto".

NÚMERO MIXTO

Es la suma de un número entero y una fracción propia.

a) Conversión de un número fraccionario impropio a número mixto:

Convertir $\frac{5}{3}$ a número mixto

Paso 1: Dividimos el numerador por el denominador

$$\begin{array}{c|c} 5 & 3 \\ \hline 2 & 1 \end{array}$$

Residuo ← 2 ; 1 → *Cociente*

Paso 2: El mixto buscado lo escribimos así:

Fracción Impropia ← $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ → *Número Mixto*

b) Conversión de un número mixto a fracción impropia.

Convertir $2\frac{1}{3}$ a fracción impropia

$$1\frac{2}{3} \rightarrow \frac{(2\times 3)+1}{3} = \frac{7}{3}$$

Número Mixto ↓ *Fracción Impropia* ↓

- Los estudiantes desarrollan la actividad 2 del ***"anexo 1"***

Cierre: (5 minutos)

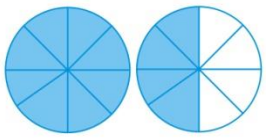
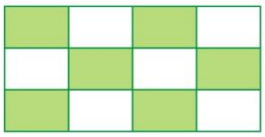
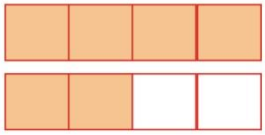
- Los estudiantes desarrollan la actividad 3 del ***"anexo 1"***

V.TAREA A TRABAJAR EN CASA

- Desarrollar las actividades del ***"anexo 2"***

Anexo 1

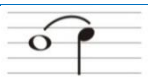
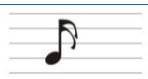
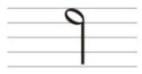
1. Completa la siguiente tabla:

Reconoce cuál de las fracciones son homogéneas y cuales heterogéneas:	• $\frac{5}{8} y \frac{3}{8}$; $\frac{7}{4} y \frac{2}{5}$; $\frac{7}{9} y \frac{2}{9}$; $\frac{1}{4} y \frac{3}{4}$; $\frac{8}{10} y \frac{2}{5}$ • $\frac{2}{5} y \frac{3}{5}$; $\frac{3}{7} y \frac{9}{2}$; $\frac{5}{4} y \frac{2}{3}$; $\frac{6}{5} y \frac{9}{5}$ Homogéneas: Heterogéneas:		
Escribe la fracción correspondiente e indica si es propia o impropia:	 ……	 ……	 ……

2. Completa la siguiente tabla:

Convertir los siguientes números mixtos a fracciones impropias:	• $4\frac{3}{5} = -$; $2\frac{6}{13} = -$; $3\frac{2}{3} = -$ • $15\frac{3}{5} = -$; $4\frac{2}{3} = -$; $5\frac{1}{9} = -$
Completa las siguientes fracciones:	a) Propia $\frac{}{5}$; $\frac{}{3}$; $\frac{3}{}$; $\frac{}{7}$; $\frac{11}{}$; $\frac{}{8}$; $\frac{7}{}$ b) Impropia $\frac{3}{}$; $\frac{}{5}$; $\frac{}{6}$; $\frac{}{2}$; $\frac{2}{}$; $\frac{}{9}$; $\frac{7}{}$
Convertir los siguientes números mixtos a fracción impropia:	• $4\frac{3}{5} = -$; $2\frac{6}{13} = -$; $3\frac{2}{3} = -$; $15\frac{3}{5} = -$;
Convertir los siguientes números fraccionarios a mixto:	• $\frac{58}{6} = \ldots -$; $\frac{250}{7} = \ldots -$; $\frac{423}{13} = \ldots -$; $\frac{79}{7} = \ldots -$

3. Escribe la duración de las figuras musicales y reconoce si son fracciones propias o impropias.

FIGURAS MUSICALES	DURACIÓN	FRACCIÓN
		
		
		

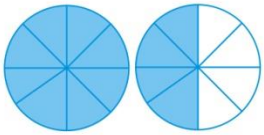
Anexo 2

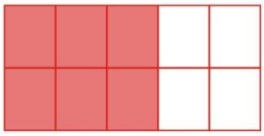
23. Reconoce cuál de las fracciones son homogéneas y cuales heterogéneas:

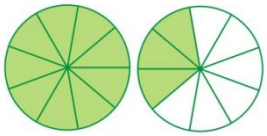
$\frac{5}{8} y \frac{3}{8}$; $\frac{7}{4} y \frac{2}{5}$; $\frac{7}{9} y \frac{2}{9}$; $\frac{1}{4} y \frac{3}{4}$;

$\frac{2}{5} y \frac{3}{5}$; $\frac{3}{7} y \frac{9}{2}$; $\frac{5}{4} y \frac{2}{3}$; $\frac{6}{5} y \frac{9}{5}$

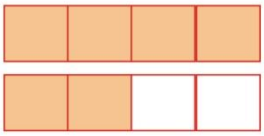
Escribe la fracción que representa la parte coloreada de las siguientes figuras e indica si es una fracción propia o impropia (P o I).

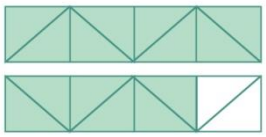


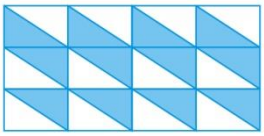




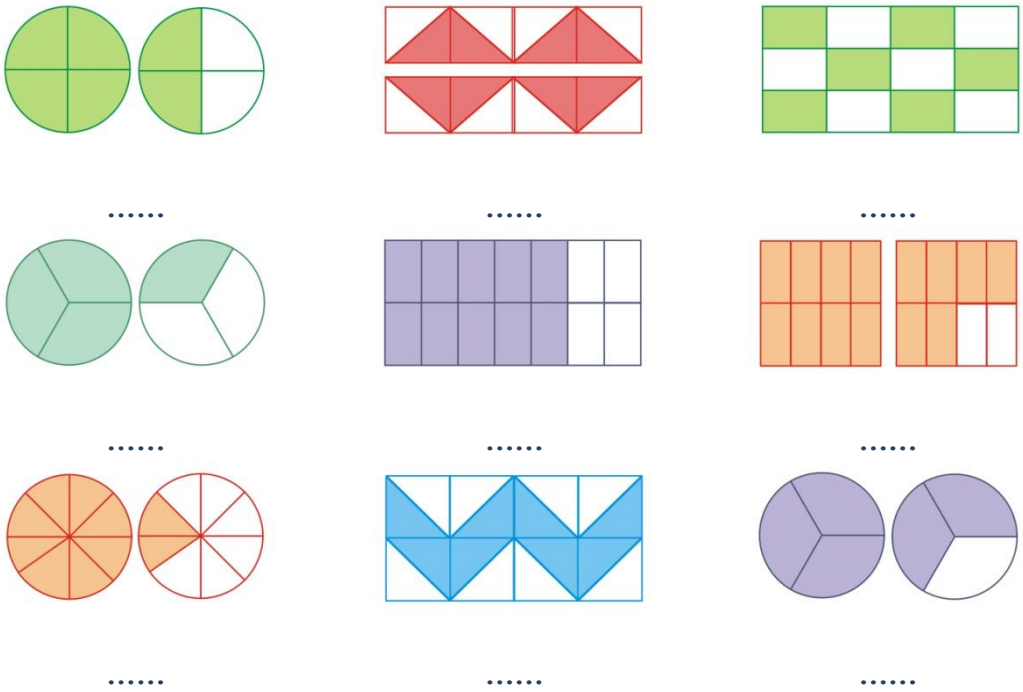
$\frac{12}{8}$ *(I)* …… …….







…… …… ……



24. Completa el siguiente cuadro:

fracción	*mixto*	*fracción*	*mixto*
$\frac{8}{5}$		$\frac{13}{2}$	
$\frac{11}{7}$		$\frac{17}{5}$	
$\frac{15}{2}$		$\frac{13}{7}$	

mixto	*fracción*	*mixto*	*fracción*
$3\frac{1}{5}$		$5\frac{1}{9}$	
$7\frac{2}{3}$		$4\frac{1}{10}$	
$4\frac{1}{5}$		$6\frac{1}{7}$	

25.*Convertir en fracciones impropias las siguientes cantidades:*

e) Cuatro kilos y tres cuartos de papas

f) Ocho litros y medio de leche

g) Seis metros y cuarto de cuerda

h) Tres horas y media de duración

*26.**Expresa como número mixto y representa mediante un gráfico***

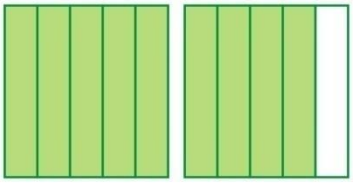
e) Iván comió una pizza y media

f) Ana se demoró dos horas y cuarto

g) Isabela compro tres litros y un sexto de leche

h) Caminé cuatro kilómetros y un quinto

27.*Lee lo que dicen Karen y Elías respecto a un gráfico:*



Karen: el grafico representa 9/5.

Elías: no, representa $1\frac{1}{4}$.

¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*:19/08/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"El compás"
Fracciones equivalentes por amplificación y simplificación *Fracciones reducibles e irreducibles* *Simplificación de fracciones* *Las figuras musicales como parte del todo*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Elabora y usa estrategias	• Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación • Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación • Obtiene fracciones irreducibles a partir del proceso de simplificación

I.SECUENCIA DIDÁCTICA
Inicio (10 minutos)
• El docente presenta las nociones conceptuales sobre ***"El compás"***. Explica que cada compás del pentagrama representa una fracción del tiempo musical. Estos compases que forman una partidura, a pesar de ser compuestos por diferentes figuras musicales, son todos equivalentes (*compas equivalentes*); se presenta el ***anexo 1.***

Desarrollo: (80 minutos)

- Teniendo como referencia la gráfica anterior se da las nociones conceptuales sobre las fracciones equivalentes.

¿QUÉ ES UNA FRACCIÓN EQUIVALENTE?

Las fracciones equivalentes representan un mismo número racional.

Las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si los productos cruzados de sus términos son iguales.

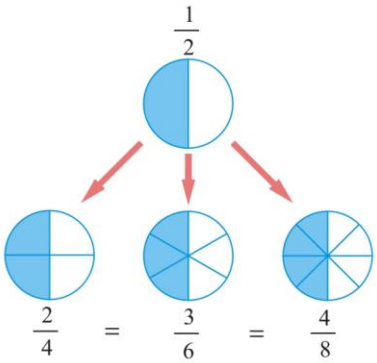
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \text{ x } d = b \text{ x } c$$

Ejemplos:

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ son equivalentes

Por que $1 \text{ x } 4 = 2 \text{ x } 2$

$4 = 4$

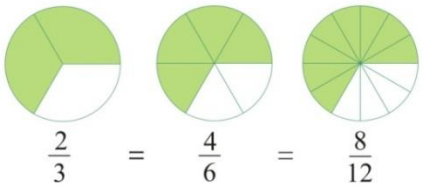
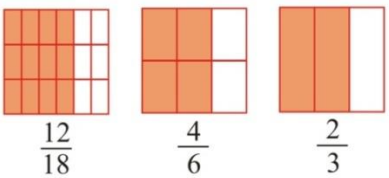


Esta propiedad se cumple en todas las fracciones equivalentes. Es decir cuando $\frac{a \text{ x } k}{b \text{ x } k} = \frac{c}{d}$, siendo ***k*** un número diferente de cero.

- Comprueba si las siguientes fracciones son equivalentes:

a) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ ***b***) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Las fracciones equivalentes se obtienen de dos maneras:

POR AMPLIFICACIÓN	*POR SIMPLIFICACIÓN*
$\frac{a}{b} = \frac{a.k}{b.k} \Leftrightarrow a.(b.k) = b.(a.k)$	$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n} \Leftrightarrow a.(b:n) = b.(a:n)$
Ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$	*Ejemplo:* $\frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
$\frac{2}{3} = \frac{2 \text{ x } 2}{3 \text{ x } 2} = \frac{2 \text{ x } 2 \text{ x } 2}{3 \text{ x } 2 \text{ x } 2}$	$\frac{24:2}{36:2} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$
	

Una fracción tiene una cantidad ilimitada de fracciones equivalentes obtenidas por

amplificación: $\left\{\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}\ldots\frac{2n}{3n}(n\neq 0)\right\}$

- Los estudiantes resuelven los ejercicios 1, 2 y 3 del ***"anexo 2"***
- El docente explica sobre las fracciones reducibles, irreducibles y simplificación de fracciones

FRACCIONES REDUCIBLES E IRREDUCIBLES

FRACCIONES REDUCIBLES	Una ***fracción reducible*** es aquella cuyo numerador y denominador tienen divisores comunes aparte del uno. *Ejemplo:* $\frac{4}{8}=\frac{4:2}{8:2}=\frac{2:2}{4:2}=\frac{1}{2}$ ⇒Esta fracción ha quedado reducida hasta llegar a ser una fracción irreducible.
FRACCIONES IRREDUCIBLES	Una ***fracción es irreducible*** si el numerador y el denominador no tienen divisores comunes aparte del uno, es decir su único común divisor es uno. *Ejemplo:* $\frac{2}{3};\frac{1}{5};\frac{1}{7};\frac{3}{7};\frac{5}{9};\frac{2}{3}$ ⇨ 2 y 3 Son números primos, el único común divisor es uno.

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción significa transformarla en otra equivalente y, a la vez, irreducible. Consiste en convertir una fracción a otra más simple y equivalente. Para obtener esto se dividen numerador y denominador por un mismo número que es divisor común. Se simplifica hasta encontrar una fracción irreducible.

Tomemos una fracción como $\frac{3}{5}$ establezcamos todas las fracciones equivalentes agrupándolas en un conjunto.

$$\left\{\frac{3}{5};\frac{6}{10};\frac{9}{15};\frac{12}{20};\frac{15}{25};\ldots;\frac{3n}{5n}\right\}n\neq 0$$

A tal conjunto se llama clase de equivalencia.

- Los estudiantes desarrollan los ejercicios 4, 5 y 6 del ***"anexo 2"***

Cierre: (5 minutos)

- Los estudiantes con la ayuda del profesor desarrollan la el ***"anexo 3"***

II.TAREA A TRABAJAR EN CASA

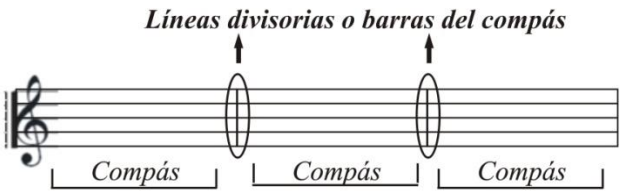
- Desarrollar las actividades del ***"anexo 4"***

Anexo 1

El compás

Para que la lectura de la música sea ordenada, necesitamos dividir la grafía en una serie de porciones iguales. Estas porciones se llaman compases. Los compases dividen al pentagrama en partes iguales, y agrupan a una porción de notas musicales en el pentagrama. El compás está dividido, a su vez, en partes iguales que se denominan tiempos. Todas estas divisiones ayudan a la lectura de la música. Imagina un pentagrama sin compases; sería imposible leer la música.

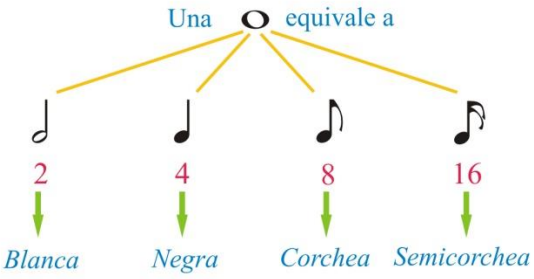
Como se aprecia en la figura, existe una línea divisoria o barra de compás que separa un compás del siguiente. Esta barra de compás cruza perpendicularmente al pentagrama.



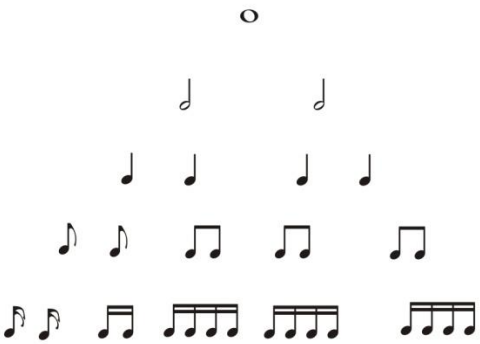
Compás equivalente

Se denominan compases equivalentes a aquellos que comparten la misma cantidad de unidades de medida pero donde el metro es diferente. La música popular latinoamericana ha establecido esta relación de equivalencia como un rasgo constitutivo de sus características rítmicas.

Existe una relación en la duración de las notas entre las figuras de valor; esta relación se conoce como valor relativo, y es de $\frac{1}{2}$. Esto quiere decir que una figura de valor indica el doble de duración que la figura siguiente. Por ejemplo, la redonda es igual a dos blancas, la negra vale dos corcheas.



Al iniciar con la división de una redonda (O) podemos crear ritmos sencillos y pasar poco a poco a ritmos más complejos. En la gráfica se aprecia la división de forma binaria que se le da una nota inicial, es decir, por medio de divisiones sucesivas entre dos llegamos hasta la figura semicorchea que es la división de la redonda en 16 partes iguales, o sea 16 pulsos en un tiempo completo cuatro cuartos.



Anexo 2

1. Escribe tres fracciones equivalentes para cada una de las siguientes fracciones:

Por amplificación:

$a)\ \frac{7}{11} = — = —$ $\quad b)\ \frac{4}{10} = — = —$ $\quad c)\ \frac{12}{5} = — = —$

Por simplificación:

$a)\ \frac{8}{16} = — = —$ $\quad b)\ \frac{24}{36} = — = —$ $\quad c)\ \frac{27}{81} = — = —$

2. Pinta del mismo color las fracciones equivalentes.

$\frac{3}{7}$	$\frac{16}{36}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{9}{21}$
$\frac{16}{40}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{4}{5}$

3. De las siguientes fracciones escribe las que no son equivalentes a la fracción $\frac{3}{7}$

$\frac{2}{6}$; $\frac{6}{14}$; $\frac{-9}{21}$; $\frac{12}{28}$; $\frac{15}{35}$; $\frac{27}{63}$; $\frac{-6}{-14}$

4. Reconoce las fracciones reducibles e irreducibles. Pinta de un mismo color las fracciones reducibles.

$\frac{6}{8}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{16}{48}$	$\frac{40}{60}$
$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{20}{30}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{15}{20}$

5. Simplifica las siguientes fracciones:

$a)\ \frac{35}{25}$ $\quad b)\ \frac{84}{142}$ $\quad c)\ \frac{120}{64}$ $\quad d)\ \frac{70}{630}$

6. Resuelve los siguientes problemas.

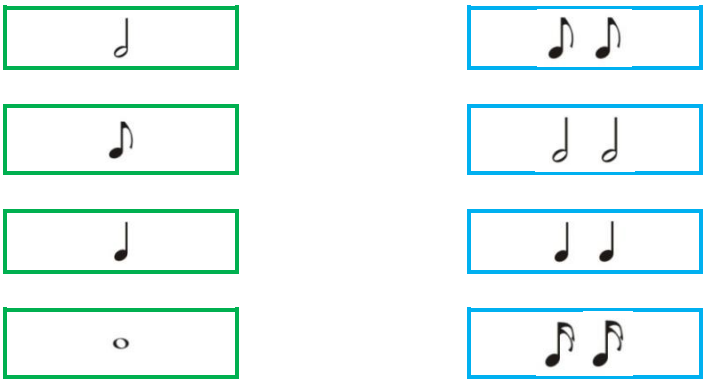
a) En una reunión se observa que 17 caballeros fueron con terno azul, 20 con terno marrón y 13 con terno negro. ¿Qué fracción del total fue con terno marrón?

b) Se tiene una fracción cuyo numerador sumado con el denominador es 54. Si al simplificar la fracción se obtiene $\frac{5}{4}$, halla la fracción original.

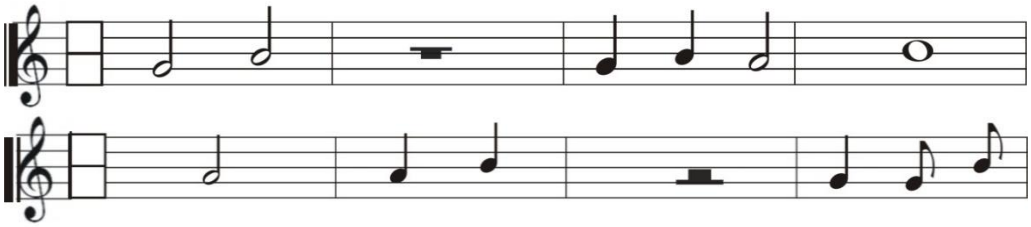
c) ¿Las fracciones $\frac{18}{24}$ y $\frac{36}{48}$ tendrán la misma fracción irreducible? ¿Por qué?

Anexo 3

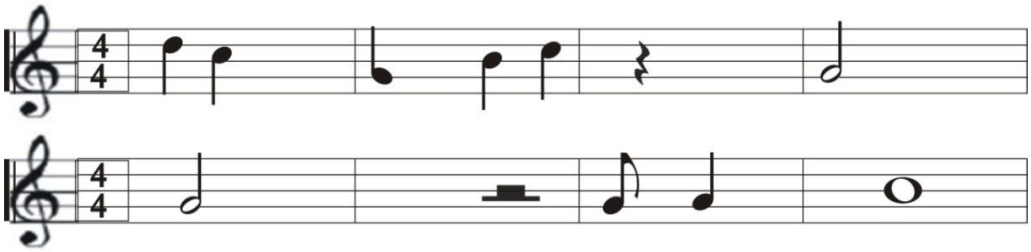
1. Relacionar con una flecha las siguientes figuras musicales con su equivalencia correspondiente



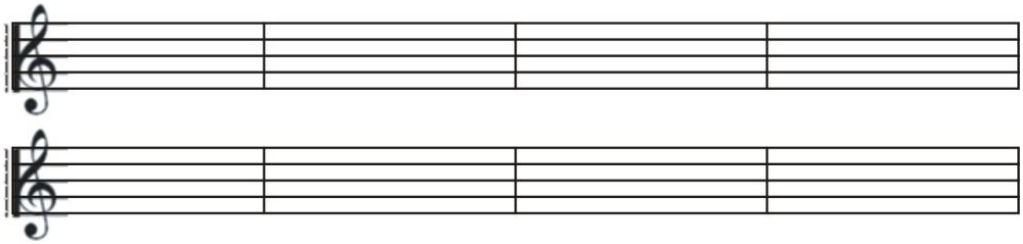
2. Interpretar las siguientes figuras musicales, aprendiendo de esta forma a dar el justo valor a cada una de ellas y a relacionarlas con el valor de las fracciones.



3. En el siguiente pentagrama, verificar los valores de las notas musicales y por cada compás comprobar si se cumplen los valores indicados; si es necesario auméntalos.



4. En el siguiente pentagrama dividido en ocho compases, inventa las notas musicales teniendo en cuenta la fórmula del compás.



Anexo 4

1. Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{35}{25}$ b) $\frac{84}{142}$ c) $\frac{120}{64}$ d) $\frac{70}{630}$

$e)\ \frac{24}{20} f)\ \frac{480}{520} g)\ -\frac{30}{80}$ $h)\ \frac{9}{27}$

2. Escribe la fracción equivalente a:

e) $\frac{2}{3}$ con numerador 20

f) $-\frac{5}{9}$ con denominador 54

g) $\frac{1}{3}$ con numerador 9

h) $\frac{2}{5}$ con denominador 80

3. Escribir en el casillero correspondiente la fracción simplificada respectiva.

$\frac{a}{b}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{18}{300}$	$\frac{24}{180}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{32}{90}$	$\frac{64}{360}$	$\frac{36}{1800}$	$\frac{38}{1440}$
Fracción irreductible								

4. Resuelve los siguientes problemas.

E. En una bolsa hay 25 caramelos; 12 son de fresa, 8 son de limón y el resto de menta. ¿Qué fracción del total son de menta

F. Los términos de una fracción se diferencian en 48. Si se simplifica la fracción, se obtiene $\frac{7}{3}$. Halla la fracción.

G. Si la tercera parte de lo que tiene Gaby equivale a la cuarta parte de lo que tiene Orlando, ¿Cuánto tiene Gaby si Orlando tiene S/.120?

H. Al simplificar una fracción, se obtiene $\frac{2}{3}$. si antes de simplificar, la suma de sus términos era 30, ¿Cuál era la fracción?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*:22/08/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"Las longitudes de los tubos de la antara"
Comparación de fracciones *Las figuras musicales como parte del todo*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	• Compara fracciones reduciéndolas a denominador común • Ordena fracciones a partir de criterios establecidos
	Comunica y representa ideas matemáticas	• Usa las expresiones >, = y < para establecer relaciones de comparación de fracciones.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Resuelve problemas que implican comparar u ordenar fracciones.

IV.SECUENCIA DIDÁCTICA
Inicio: (10 minutos)
• El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, luego presenta el ***"anexo 1"***;

el cual nos da algunas nociones sobre la zampoña. Un instrumento de viento constituido por siete tubos, los cuales pueden variar en longitud, manteniendo una proporción de crecimiento.

Desarrollo: (70 minutos)

- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la comparación de fracciones.

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Para comparar las fracciones se siguen los siguientes criterios:

1. FRACCIONES DE SIGNO DISTINTO

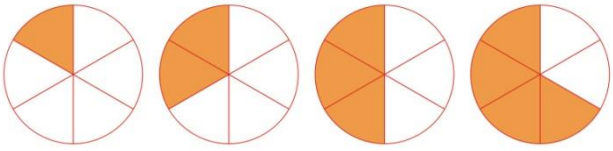
Si comparamos dos fracciones de signo distinto, es mayor la fracción positiva:

$$-\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$$

2. FRACCIONES QUE TIENEN EL MISMO DENOMINADOR

Si los denominadores son iguales comparamos solo los numeradores, el numerador mayor indicara la fracción mayor:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{b} \Leftrightarrow a < c$$

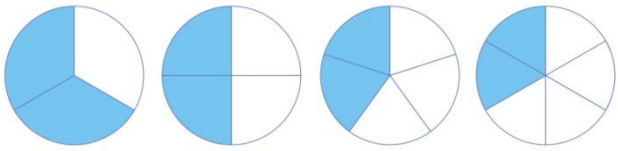


$$\frac{1}{6} < \frac{2}{6} < \frac{3}{6} < \frac{4}{6}$$

3. FRACCIONES QUE TIENEN EL MISMO NUMERADOR

Entre dos fracciones con el mismo numerador es mayor la fracción que tiene menor denominador.

$$\frac{a}{b} > \frac{a}{d} \Leftrightarrow b < d$$



$$\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5} > \frac{2}{6}$$

- Después de haber recibido los conocimientos sobre algunos criterios de comparación de fracciones, los estudiantes resuelven el ejercicio 1 del ***"anexo 2"***.

- El docente explica sobre la comparación de fracciones que tienen distinto numeradores y denominadores.

- Los estudiantes resuelven los ejercicios 2 y 3 del ***"anexo 2"***.

Cierre: (10 minutos)

- Los estudiantes dibujan una antara con sus respectivas notas, cuyas medidas de los tubos se denotan como fracciones.
  - ➢ Usando el molde de la nota DO dibuja tres tubos en fila realizando el conteo en el numerador a medida que vas colocando cada uno.
    ¿Qué fracción representa?

  - ➢ Representa la unión de dos tubos de la nota MI y compárala con el tubo de la nota FA. ¿Es una fracción homogénea o heterogénea? ¿Por qué es correcto asegurar que estas dos representaciones son homogéneas si las construcciones no son de igual medida?

III. TAREA A TRABAJAR EN CASA

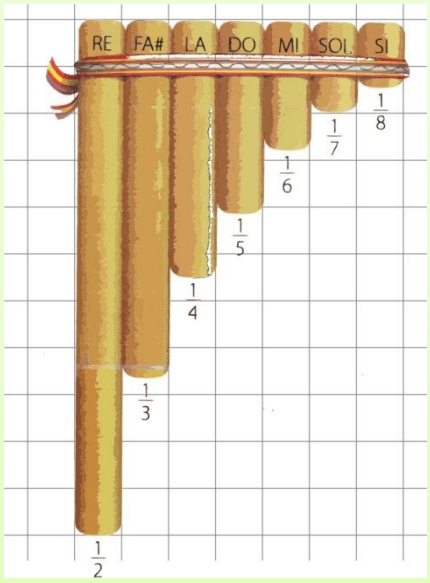
- Desarrollar las actividades del ***"anexo 3"***

Anexo 1

LA ANTARA

La antara es un instrumento de viento parecido a la zampoña; está constituida por siete tubos en una sola hilera, los cuales pueden variar en longitud, manteniendo una proporción de crecimiento respecto a la flauta anterior. Los cortes que pueden realizarse para cada uno de los tubos generalmente se ejecutan para varias antaras al mismo tiempo, es decir, se toma una sola vara y de ella se obtienen solo los tubos correspondientes a una nota; de otra vara se producen los tubos de la siguiente nota, y así sucesivamente.

A continuación presentamos una zampoña con sus respectivas notas y las medidas de longitud de los tubos que lo componen.



¿Cómo están representadas las medidas de las longitudes de los tubos de la antara?

……

……

……

De las siguientes medidas de las longitudes de los tubos, $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \frac{1}{7}$ y $\frac{1}{8}$ ¿cuál de ellas es mayor o menor?

……

……

……

Anexo 2

1. ***Completar con los signos “>”o“<”según corresponda.***

$a)\ \frac{3}{7}\square-\frac{1}{4}$ $b)\ \frac{5}{11}\square\frac{5}{13}$ $c)\ \frac{7}{11}\square\frac{9}{11}$ $d)\ \frac{7}{9}\square\frac{7}{4}$ $e)\ \frac{4}{7}\square\frac{6}{7}$ $f)\ \frac{1}{3}\square-\frac{1}{3}$

2. ***Ordena de forma creciente las siguientes fracciones:***

$a)\ \frac{2}{3}\ ;\ \frac{1}{5}\ ;\ \frac{5}{4}\ ;\ -\frac{8}{3}$ $b)\ \frac{1}{7}\ ;\ \frac{5}{9}\ ;\ -\frac{3}{5}\ ;\ -\frac{1}{5}\ ;\ \frac{1}{3}$

3. ***Resuelve los siguientes problemas:***

A. En una fiesta Antonio bebe $\frac{3}{5}$ de litros de cola y Miguel $\frac{4}{7}$ de litros de cola. ¿Cuál de los dos amigos bebe más cola?

B. Andrés mide $\frac{7}{8}$ de metro y su hermano Jorge mide $\frac{11}{14}$ de metro. ¿Cuál de ellos es más alto?

C. El día de ayer se observó que en el salón de 1º A asistieron $\frac{5}{6}$ de los alumnos y en 1º B asistieron $\frac{7}{9}$. ¿En qué sección asistieron más alumnos?

D. Cuatro amigas se reúnen a cenar. Al recibir la cuenta observan que Angélica paga $\frac{1}{10}$, Tania $\frac{2}{5}$, Sofía $\frac{3}{8}$ y Natalia $\frac{1}{8}$. ¿Quién pagó más?

Anexo 3

4. ***Ordena de forma decreciente las siguientes fracciones:***

$a)\ -\frac{3}{4};\ \frac{5}{9};\ \frac{7}{12};\ -\frac{1}{2}$ $b)\ \frac{8}{12};\ \frac{5}{12};\ \frac{7}{12};\ \frac{11}{12}$

$c)\ \frac{8}{5};\ \frac{9}{4};\ \frac{2}{3};\ \frac{7}{5}$ $d)\ \frac{2}{9}\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ \frac{2}{5}\ ;\ \frac{2}{7}$

5. ***Ordena de forma creciente las siguientes fracciones:***

$a)\ \frac{7}{11}\ ;\frac{5}{11}\ ;\frac{4}{11}$ $b)\ \frac{1}{3}\ ;\frac{1}{2}\ ;\frac{1}{4}\ ;\frac{1}{8}$

$c)\ \frac{2}{3}\ ;\frac{1}{6}\ ;\frac{3}{8}\ ;\frac{5}{24}$ $d)\ \frac{2}{9}\ ;\frac{3}{3}\ ;\frac{2}{7}\ ;\frac{1}{2}$

6. ***Compara las fracciones usando los símbolos >, <, =***

$a)\ \frac{2}{5}\ y\ \frac{4}{5}$ $b)\ \frac{7}{8}\ y\ \frac{9}{10}$ $c)\ \frac{12}{13}\ y\ \frac{14}{17}$ $d)\ \frac{5}{6}\ y\ \frac{10}{12}$

7. ***Resuelve los siguientes problemas:***

A. Un periódico dedica $\frac{2}{5}$ de su contenido a información, $\frac{3}{8}$ a artículos de opinión y el resto a propaganda. ¿Qué fracción dedica a propaganda? ¿Cuál de estos contenidos es más amplio?

B. Para preparar un jugo, Vanesa usa $\frac{1}{8}$ de naranja, $\frac{2}{5}$ de papaya, $\frac{1}{3}$ de fresa y $\frac{17}{120}$ de otras frutas. ¿Qué fruta predomina en el jugo?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*:29/08/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"El puntillo"
Adición y sustracción de fracciones *Las figuras musicales como parte del todo*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas	• Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran suma y sustracción de fracciones
	Elabora y usa estrategias	• Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones

IV.SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (10 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, en seguida presenta el "***anexo 1***", el cual nos hace referencia sobre el uso de un puntito al lado de la nota musical. El punto indica que hay que aumentar la mitad del valor de la figura, o silencio si está al lado de un silencio.
- En el mismo anexo, observamos figuras musicales acompañadas por el puntillo dentro del pentagrama. Los estudiantes intentan comprobar si la suma de todas las figuras musicales es equivalente a la fórmula del compás.

Desarrollo: (70 minutos)

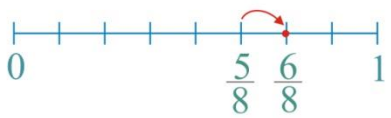
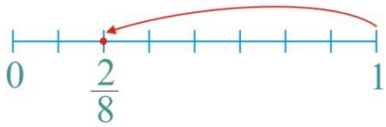
- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la adición y sustracción de fracciones.

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Con el mismo denominador

Diego llegó a una fiesta de cumpleaños y sus amigos habían comido $\frac{5}{8}$ de torta. Si él come $\frac{1}{8}$ ¿qué cantidad de torta comieron entre todos? ¿Cuánto queda?

Para saber que fracción de la torta comieron calculamos: $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$

$\frac{5}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8}$	$\frac{8}{8} - \frac{6}{8} = \frac{6}{8}$
	

Comieron $\frac{6}{8}$ de torta y queda $\frac{2}{8}$ de ella.

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

Propiedad de clausura	$\frac{a}{b}\epsilon\mathbb{Q};\ \frac{c}{d}\epsilon\mathbb{Q} \leftrightarrow \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)\epsilon\mathbb{Q}$	$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)\epsilon\mathbb{Q} \Rightarrow \frac{8}{15}\epsilon\mathbb{Q}$
Propiedad conmutativa	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{13}{15}$

Propiedad asociativa	$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{31}{30}$
Elemento neutro	$\frac{a}{b}+\frac{0}{c}=\frac{a}{b}$	$\frac{5}{7}+\frac{0}{9}=\frac{5}{7}$
Elemento opuesto	$\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$	$\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{0}{3}=0$

SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES

Efectuar la sustracción de dos números racionales equivale a efectuar la adición de uno ellos con el opuesto del otro.

$$\textbf{\textit{Efectuar:}}\ \frac{2}{3}-\frac{2}{5}\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{5}\right)\frac{2}{3}+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{10+(-6)}{15}\frac{2}{3}-\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$$

Adición y sustracción de números mixtos

Para sumar o restar números mixtos se adicionan o se calcula la diferencia de las partes enteras entre si y los números racionales entre ellos mismos.

Ejemplo:

Para una receta se usaron 6 tazas y media de azúcar granulada y 2 tazas con 2 tercios de azúcar impalpable. ¿Qué cantidad de azúcar se usó?

$$6\frac{1}{6}+2\frac{2}{3}=(6+2)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)=9\frac{8}{56}$$

Cierre: (10 minutos)

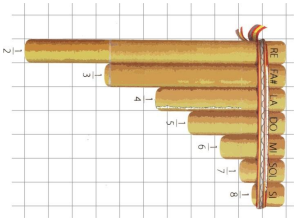
- Los estudiantes realizan la siguiente actividad:

Completa el cuadro con la duración correspondiente de cada nota.

Nota musical		Duración

Actividad:

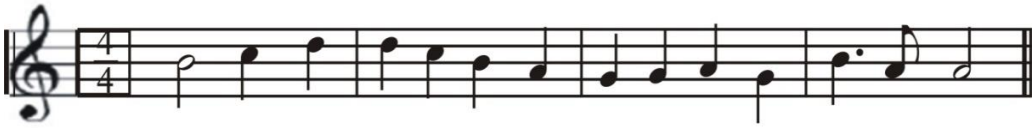
Usando los moldes de la siguiente antara en forma horizontal, realiza la siguiente actividad:



Dibuja en forma horizontal la unión de la nota DO y la nota SI

¿Cuál es la fracción que resulta de dicha unión? ¿Cómo se resuelve este problema?

Comprueba que en cada fragmento la suma coincida con el indicador de compás.



V.TAREA A TRABAJAR EN CASA

- Desarrollar las actividades del ***"anexo 2"***

Anexo 1

EL PUNTILLO

Seguramente, al observar una partitura, hayas visto un puntito al lado de la nota musical, ese punto indica que hay que aumentar la mitad del valor de la figura, o silencio si está al lado de un silencio.

Interpretar el puntillo de aumentación (𝅝·) es muy sencillo, sólo tienes que aumentar a la nota afectada la mitad de la duración que por el compás que le corresponde, es decir, si es afectada la redonda, en el entendido que la redonda vale un tiempo, entonces con el puntillo aumenta a uno y medio, dado que el medio es la mitad de uno, siendo este su valor.

Ejemplo:

- Redonda (un tiempo) más su mitad (medio tiempo) es igual a uno y medio.
- Negra (un cuarto de tiempo) más su mitad (un octavo de tiempo) es igual a tres octavos.

Anexo 2

1) Calcula el resultado de las operaciones. Luego, completa el cuadro con la letra correspondiente y descubrirás una acción muy importante.

$a)\ 8 - \frac{1}{4} =$ $\boxed{C}$

$b)\ \frac{7}{5} - \frac{2}{3} =$ $\boxed{C}$

$c)\ -\frac{3}{4} - \frac{1}{7} =$ $\boxed{R}$

$d)\ -2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{5} =$ $\boxed{A}$

$e)\ -3\frac{1}{7} - 2\frac{1}{3} =$ $\boxed{E}$

$f)\ 1\frac{1}{3} + 2\frac{3}{7} - 1 =$ $\boxed{R}$

$g)\ \frac{3}{56} - \frac{2}{7} - \frac{1}{8} =$ $\boxed{L}$

$h)\ 3 - 2\frac{1}{3} - 1 + \frac{3}{4} =$ $\boxed{I}$

$-\frac{25}{28}$	$-\frac{115}{21}$	$\frac{31}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{11}{15}$	$-\frac{5}{14}$	$-\frac{13}{20}$	$\frac{58}{21}$

2) Resuelve los siguientes problemas:

a) ¿Cuánto falta a $\frac{2}{3}$ para ser igual a $\frac{8}{5}$?

b) Carlos gasta $\frac{3}{5}$ de su dinero en cuadernos, y $\frac{1}{4}$ de ese dinero en una revista; sí aún le quedan s/. 90. ¿Cuánto tuvo al principio?

c) Un viajero recorre: el primer día $\frac{5}{24}$ de su trayecto, el segundo día $\frac{1}{6}$ el tercer día $\frac{1}{3}$ si el cuarto día llega a su destino. ¿Qué trayecto recorrió el cuarto día?

3) En un restaurante van a preparar estos postres y utilizaran las siguientes recetas:

Tres leches (bizcocho)	**Selva negra (bizcocho)**
6 huevos $\frac{1}{5}$*kg de azúcar* $\frac{1}{5}$*kg de harina* *1 cucharadita de vainilla* $\frac{2}{4}$*cucharadita de canela molida* *1 cucharadita de polvo a hornear*	*6 huevos* $\frac{1}{3}$*kg de azúcar* $\frac{1}{4}$*kg de harina* $\frac{1}{2}$ *cucharadita de vainilla* $2\frac{1}{2}$ *cucharadita de polvo a hornear* *4 cucharaditas de cocoa* *2 cucharaditas de canela molida*

a) ¿Cuántos kilogramos de harina tendrán que comprar en total?

b) ¿Cuántas cucharaditas de polvo de hornear utilizarán?

c) ¿En qué receta se utiliza más azúcar?

d) ¿Cuántas cucharaditas de vainilla utilizarán?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*:02/09/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"Fracción de una fracción"
Multiplicación de fracciones *División de fracciones* *Las figuras musicales como fracción de una fracción*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas	• Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran multiplicación de fracciones • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran multiplicación de fracciones
	Elabora y usa estrategias.	• Aplica los procesos algorítmicos de la división de fracciones respetando los signos de colección • Aplica los procesos algorítmicos de la multiplicación de fracciones respetando los signos de colección

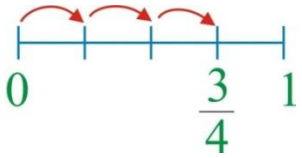
IV.SECUENCIA DIDÁCTICA
Inicio: (10 minutos)
• El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, en seguida entrega a cada estudiante el ***"anexo 1".*** El cual nos transmite lo que es una multiplicación, a partir de la relación que existe entre los valores de las notas musicales.

Desarrollo: (70 minutos)

- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la multiplicación y división de fracciones.

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Aída compró tres paquetes de café de $\frac{1}{4}$kg ¿Qué cantidad de café compró?



Calculamos la cantidad de café que compró.

$$\frac{1}{4} \text{ x } 3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1 \text{ x } 3}{4} = \frac{3}{4}$$

El producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} = \frac{a \text{ x } c}{b \text{ x } d}$$

Ejemplo:

❖ Mayra tiene tres cuartas partes de una barra de pan y le da la mitad a su hija. ¿Cuánto pan le dará?

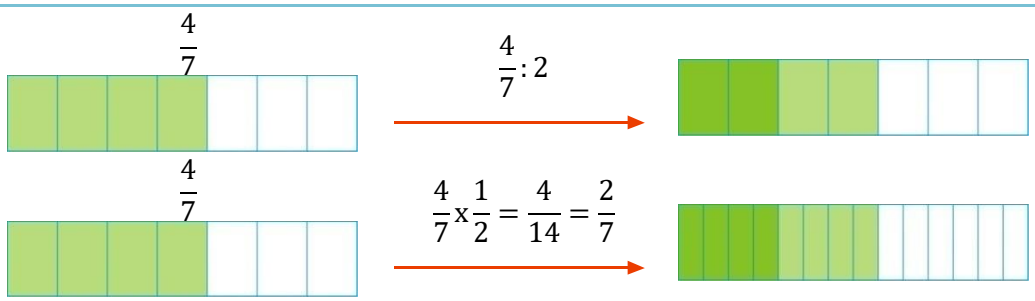
$\frac{3}{4}$ → $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$x$\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

PROPIEDAD DE LA MULTIPLICACIÓN

Propiedad de clausura.	$\frac{a}{b} \epsilon \mathbb{Q}\,; \frac{c}{d} \epsilon \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} \epsilon \mathbb{Q}$	$\frac{2}{7} \epsilon Q\,; \frac{5}{8} \epsilon Q \Rightarrow \frac{2}{7} \text{x} \frac{5}{8} = \frac{5}{28} \epsilon Q$
Propiedad conmutativa	$\frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \text{x} \frac{a}{b}$	$\frac{4}{10} \text{x} \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \text{x} \frac{4}{10} = \frac{6}{35}$
Propied d asociativa	$\left(\frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d}\right) \text{x} \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \text{x} \left(\frac{c}{d} \text{ x} \frac{e}{f}\right)$	$\left(\frac{2}{3} \text{x} \frac{5}{7}\right) \text{x} \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \text{x} \left(\frac{5}{7} \text{x} \frac{4}{3}\right) = \frac{40}{63}$
Elemento neutro	$\frac{a}{b} x \frac{1}{1} = \frac{a}{b}$	$\frac{5}{7} \text{x} \frac{1}{1} = \frac{5}{7}$
Inverso de una fracción	$\frac{a}{b} \text{x} \frac{b}{a} = 1$	$\frac{7}{8} \text{x} \frac{8}{7} = 1$
Propiedad di tributiva	$\frac{a}{b} \text{x} \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \text{x} \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \text{x} \frac{e}{f}$	$\frac{2}{3} \text{x} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{3} \text{x} \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \text{x} \frac{3}{5} = \frac{11}{15}$

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Se reparte $\frac{4}{7}$ de un molde de pan entre dos personas ¿Qué fracción del molde le corresponde a cada una?



Se observa que $\frac{4}{7}:\mathbf{2}$ coincide con $\frac{4}{7}\mathbf{x}\frac{1}{2}=\frac{4}{14}$

A cada persona le corresponde $\frac{2}{7}$ del molde.

Para dividir dos fracciones, multiplicamos la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\text{x}\frac{d}{c}=\frac{a\text{ x }d}{b\text{ x }c}$$

Ejemplo:

- Por $\frac{3}{4}$ de kilo de queso se pago S/. 12, ¿cuánto cuesta el kg de queso?

Cierre: (10 minutos)

- Los estudiantes realizan la siguiente actividad.
  - ❖ Si Cecilia regala a su tía un cuarto de la mitad de su torta de cumpleaños, ¿qué fracción de la torta se llevó la tía?

    $\frac{1}{4}$ **de** $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\mathbf{x}\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ La tía de Cecilia se llevó la octava parte de la torta.
  - ❖ Si recortamos los $\frac{3}{4}$ de una cartulina, y de esta parte se recorta los $\frac{2}{5}$ ¿Qué parte de la cartulina quedó?

IV.TAREA A TRABAJAR EN CASA

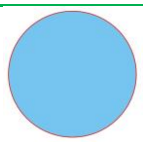
- Desarrollar las actividades del ***"anexo 2"***

Anexo 1

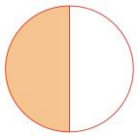
FRACCIÓN DE UNA FRACCIÓN

Utilizando la primera lámina, observar que a partir de la nota musical *"blanca* "se puede representar una fracción de una fracción.

Si la duración de la *"Redonda"* es uno, la duración de la blanca es la mitad

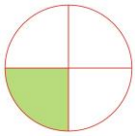
𝅝		1
𝅗𝅥		$\frac{1}{2}$ de 1 = $\frac{1}{2}$ x 1 = $\frac{1}{2}$

Así mismo la duración de la *"negra"* es la mitad que de la blanca, es decir $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$

𝅗𝅥		$\frac{1}{2}$
♩		$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{4}$

Completa el cuadro de acuerdo a la pregunta:

¿Cuánto es el valor de la corchea, si vale la mitad de una negra?

♩		$\frac{1}{4}$
♪		$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ = … … … … … … … … …

¿Cuánto es el valor de la semicorchea, si vale la mitad de una corchea?

Anexo 2

1. Realizas las siguientes operación:

$a)\ \frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ $\qquad b)\ \frac{2}{5} \div \frac{3}{7}$ $\qquad c)\ 6 \text{ x } -\frac{4}{7}$

$d)\ \frac{1}{2}$ de 100 $\qquad e)\ \frac{1}{5}$ de $-\frac{10}{2}$ $\qquad f)\ 2\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$

2. Escribe una multiplicación para cada frase y obtén el resultado.

a) Un cuarto de dos metros.

b) Dos quintos de medio metro.

c) Tres quintos de nueve medios.

d) Cinco sextos de ocho décimos.

3. Completa la tabla de multiplicación de fracciones.

×	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$				
3				
$\frac{1}{3}$				

4. Resuelve los siguientes problemas:

a) Gilberto necesita 16 pedazos de madera de $3\frac{1}{4}$ m de largo. ¿Cuánta madera en total necesita?

b) Claudia tiene la mitad de los $\frac{2}{3}$ de la tercera parte de S/. 900. ¿Cuánto dinero tiene Claudia?

c) A Florencia le quedan $\frac{2}{3}$ del pastel de choclo que preparó y quiere dividirlo en porciones iguales entre sus cuatro hijos. ¿Qué fracción del pastel de choclo que preparó le tocará a cada hijo?

d) Daniel compró $5\frac{1}{4}$ kg de carne y pagó S/. 105. ¿Cuánto le costó el kilogramo de carne?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*:05/09/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"contextualizando la multiplicación de fracciones"
Problemas y ejercicios *Las figuras musicales como una fracción de una fracción*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Elabora y usa estrategias	• Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Resuelve problemas aplicando las distintas interpretaciones de las fracciones. • Resuelve problemas que involucran multiplicación de fracciones.

V.SECUENCIA DIDÁCTICA
Inicio: (10 minutos)
• El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, seguidamente presenta el siguiente problema: ➢ De los 11 estudiantes del primer grado, se sabe que 4 son varones ¿Qué parte del total son mujeres?

Desarrollo: (70 minutos)

- El docente a través del problema planteado da la solución siguiendo todos los pasos correspondientes en la solución de un problema.
- Los estudiantes, con la ayuda del profesor resuelven los siguientes problemas. Mientras todos los estudiantes resuelven en sus cuadernos.

- Un estudiante por cada problema sale a la pizarra a resolver.

d) Mariza recibe las dos terceras partes de una piña, Carlos recibe la quinta parte y Gisela un noveno de la misma. ¿Qué parte de la piña reciben los tres juntos?

e)

ara preparar una docena de galletas se necesita $\mathbf{1\frac{1}{4}}$ tazas de harina. ¿Cuánta harina se necesita para preparar $\mathbf{2\frac{1}{2}}$ docenas de galletas?

f)

res hermanos heredan un terreno y lo reparten en la siguiente manera: a Lucia le toca $\frac{1}{4}$ del terreno, a Orlando $\frac{2}{3}$ de lo que queda y a Antonio le corresponde 400 m². ¿Cuánto mide el terreno?

g)

urante su viaje de vacaciones, Rodrigo gastó el primer día la mitad de lo que llevó y el segundo día $\frac{3}{5}$ de lo que le quedaba. Si el tercer día aún tenia S/. 200, ¿Cuánto dinero llevó como bolsa de viaje?

h)

n recipiente vacío tiene una capacidad de 30 litros. Si se le agrega 21 litros de agua ¿Qué parte del recipiente está con agua?

i)

uego de la fiesta de cumpleaños de Carolina, quedo $\frac{1}{5}$ de torta y su mamá decidió repartirla en partes iguales entre Carolina y sus dos hermanos. ¿Qué fracción de la torta le tocó a cada uno?

j)Si 3 $\frac{1}{2}$ metros de tela cuesta S/. 35, ¿Cuánto cuesta el metro?

Cierre: (10 minutos)

- Todos los estudiantes realizan el siguiente ejercicio, en el menor tiempo posible:

Durante su viaje de vacaciones, Rodrigo gastó el primer día la mitad de lo que llevó el segundo día $\frac{3}{5}$ de lo que le quedaba. Si el tercer día aun tenia S/. 200, ¿Cuánto dinero llevó como bolsa de viaje?

V.TAREA A TRABAJAR EN CASA

- Desarrollar la actividad 4, ejercicio 2 de la página 114 del libro del Ministerio matemática primer año.

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

I.DATOS INFORMATIVOS	
*1.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*: 86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*1.2**ÁREA***	*:Matemática*
*1.3**NIVEL***	*: Secundaria EBR*
*1.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*1.5**TIEMPO PREVISTO***	*: 2 horas pedagógicas (90 min.)*
1.6***FECHA***	*: 07/09/16*

II.TÍTULO DE LA SESIÓN
"El monocordio "
Potenciación y radicación de fracciones *Las figuras musicales como una potencia*

III.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas	• Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran potenciación de fracciones • Comprueba y comunica resultado de problemas que involucran radicación de fracciones
	Elabora y usa estrategias	• Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Resuelven problemas que involucran calcular la potencia de una fracción. • Resuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción

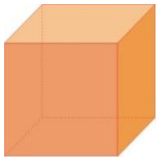
IV.SECUENCIA DIDÁCTICA
Inicio: (10 minutos)

- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes, seguidamente presenta el ***anexo 1***.
- El anexo 1 presenta el tono, fundamentado por el monocordio; que consiste en una cuerda tensada, dividida en 12 partes.
- Se les explica sobre los sonidos que produce el monocordio, a través de varias divisiones y fraccionamientos.

Desarrollo: (70 minutos)

- A través de la situación anterior se presenta el tema y se desarrolla sobre la potenciación y radicación de fracciones.

POTENCIA DE UNA FRACCIÓN



¿Cuál es el volumen de un cubo cuya arista mide $\frac{2}{3}$ m?

Para calcular el volumen de un cubo cuya arista mide $\frac{2}{3}$ m, se puede utilizar un producto de factores iguales o una potencia de números racionales.

$$\textbf{volumen} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \text{x} \frac{2}{3} \text{x} \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

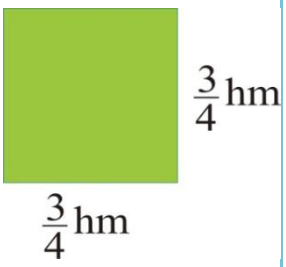
El volumen del cubo es $\frac{8}{27}\mathbf{m}^3$.

La potencia de una fracción es el resultado de multiplicar dicha fracción tantas veces como indica el exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \text{x} \left(\frac{a}{b}\right) \text{x} \left(\frac{a}{b}\right) \text{x} \ldots \text{x} \left(\frac{a}{b}\right)}_{\text{n veces}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

¿Cuál es el área de un terreno cuadrado cuyo lado mide $\frac{3}{4}$ de hectómetro?



Como el terreno es un cuadrado, su área es igual al producto de sus lados:

$$\textbf{Área} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

El área del terreno es $\frac{9}{16}\boldsymbol{hm^2}$

SIGNO DE LA POTENCIA DE BASE RACIONAL

Una potencia de *base positiva* y exponente *par o impar*, siempre es *positiva*.

Una potencia de *base negativa* puede ser:

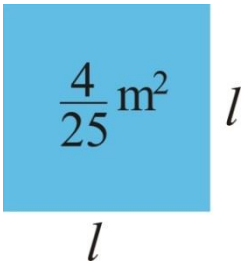
- *Positiva* si el exponente es *par*.
- *Negativa* si el exponente es *impar*.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

Producto de potencias de base igual	$\left(\frac{a}{b}\right)^m x \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 x \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \frac{32}{243}$
Cociente de potencias de la misma base	$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

Potencia de un producto	$\left(\frac{a}{b} x \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n x \left(\frac{c}{d}\right)^n$	$\left(\frac{1}{5} \text{x} \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \text{x} \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{225}$
Potencia de un cociente	$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n$	$\left(\frac{2}{5} : \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{36}{25}$
Potencia de una potencia	$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{mxn}$	$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x3} = \frac{1}{64}$
Exponente negativo	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \; ; \; a \neq 0$	$\left(\frac{7}{9}\right)^{-4} = \left(\frac{9}{7}\right)^4$
Exponente nulo	$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \; ; \; \frac{a}{b} \neq 0$	$\left(\frac{5}{7}\right)^0 = 1$

RADICACIÓN DE FRACCIONES



¿Cuánto mide la arista de un cubo cuyo volumen es $\frac{125}{8}\mathbf{m^3}$?
Como el volumen del cubo es igual al producto de sus lados:

$$\textbf{Volumen} = l.l.l \Rightarrow l^3 = \frac{125}{8} \Rightarrow l = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{8}} = \frac{5}{2}$$

La arista del cubo mide $\mathbf{2\frac{1}{2}m}$

La raíz de una fracción es igual a la raíz del numerador entre la raíz del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{c}{d} \leftrightarrow \left(\frac{c}{d}\right)^n = \frac{a}{b}$$

Ejemplo:

El área de un tapete cuadrado es $\frac{4}{25}m^2$. ¿Cuánto mide el lado del tapete?
Como el tapete es un cuadrado, su área es igual al producto de sus lados.

$$\text{Área} = l.l \Rightarrow l^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$

El lado del tapete mide $\frac{2}{5}$ **m**.

$\sqrt[impar]{+\frac{a}{b}} = +\frac{c}{d}$	$\sqrt[3]{\frac{+27}{1000}} = +\frac{3}{10}$
$\sqrt[impar]{-\frac{a}{b}} = -\frac{c}{d}$	$\sqrt[5]{\frac{-32}{243}} = \frac{-2}{3}$
$\sqrt[par]{+\frac{a}{b}} = +\frac{c}{d}$	$\sqrt[2]{+\frac{4}{9}} = +\frac{2}{3}$
$\sqrt[par]{+\frac{a}{b}} = -\frac{c}{d}$	$\sqrt[2]{+\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}$
$\sqrt[par]{-\frac{a}{b}} \nexists$ **en** $\mathbb{Q}$	$\sqrt[2]{-\frac{16}{25}} \nexists$ en $\mathbb{Q}$

PROPIEDADERS DE RADICACIÓN

Raíz de un producto	$\sqrt[n]{\frac{a}{b} x \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} x \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$	$\sqrt[2]{\frac{1}{4} x \frac{1}{9}} = \sqrt[2]{\frac{1}{4}} x \sqrt[2]{\frac{1}{9}} = \frac{1}{2} x \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
Raíz de un cociente	$\sqrt[n]{\frac{a}{b} : \frac{c}{d}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} : \sqrt[n]{\frac{c}{d}}$	$\sqrt[2]{\frac{1}{16} : \frac{1}{4}} = \sqrt[2]{\frac{1}{16}} : \sqrt[2]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
Potencia de una raíz	$\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^m = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[2]{\left(\frac{1}{4}\right)^4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$
Raíz de raíz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[m x n]{\frac{a}{b}}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{\frac{1}{64}}} = \sqrt[3 x 2]{\frac{1}{64}} = \sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{2}$

Cierre: (10 minutos)

- Los estudiantes resuelven el siguiente problema:
  - Si el lado de una mesa cuadrada mide $\frac{5}{2}$ m. ¿Cuál es su área?
  - La arista de un dado mide $1\frac{1}{2}$ ***cm*** ¿Cuál es su volumen?

VI.TAREA A TRABAJAR EN CASA

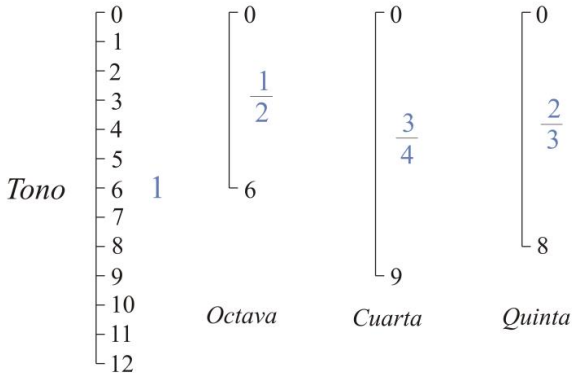
- Desarrollar las actividades del ***"anexo 2"***

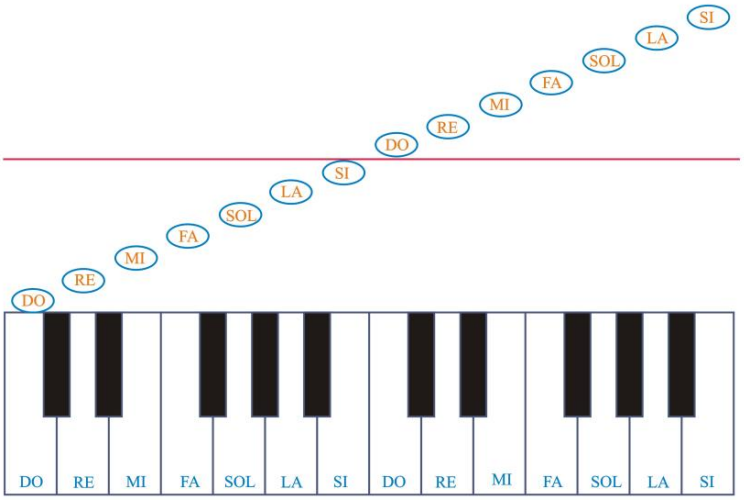
Anexo 1

MONOCORDIO

Pitágoras tensó una cuerda musical que producía un sonido que tomó como fundamental, el tono. Hizo señales en la cuerda, que la dividían en doce partes iguales.

Pisó la cuerda en el 6 y entonces observó que se producía la octava más aguda que el original (Do al Do superior). Pisó luego en el 9 y resultaba la cuarta. Al pisar el 8 se obtenía la quinta (la distancia de Do a Sol). A estos intervalos, cuerdas con longitudes de razones 1:2 (los extremos 1 y 2), 2:3 (media armónica de 1 y 2), y 3:4 (media aritmética de 1 y 2), los llamó *diapasón, diapente y diatesarón*, en la actualidad octava, quinta y cuarta.





Anexo 2

1. ***Calcula las siguientes potencias:***

$a)\ \left(\frac{4}{5}\right)^3$ $\quad b)\ \left(1\frac{1}{2}\right)^3$ $\quad c)\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ $\quad d)\ \left(\frac{4}{5}x\frac{2}{4}\right)^2$ $\quad e)\ \left(\frac{2}{5}:\frac{1}{4}\right)^3$

2. ***Resuelve los siguientes ejercicios:***

$a)\ \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ $\quad b)\ \sqrt[2]{\frac{16}{25}}$ $\quad c)\ \sqrt[4]{\frac{16}{81}}$ $\quad d)\ \sqrt[3]{\frac{-1}{8}}$

$e)\sqrt{\frac{1}{36}x\frac{9}{12}}$ $\quad f)\ \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{64}}}$ $\quad g)\ \left(\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}\right)^{12}$ $\quad h)\ 125^{2/3}$

3. ***Resuelve los siguientes problemas:***

a) El lado de un terreno cuadrado mide $\frac{5}{6}\ hm$ ¿Cuánto mide el área de dicho cuadrado?

b) El perímetro de un cuadrado es $4\frac{1}{5}\ m$ ¿Cuánto mide el área de dicho cuadrado?

c) Si el área de una mesa cuadrada mide $\frac{9}{4}m^2$. ¿Cuánto mide el lado de la mesa?

d) El volumen de un tanque cúbico es $\frac{125}{8}cm^3$. ¿Cuánto mide la arista del tanque?

PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

V.DATOS INFORMATIVOS	
*6.1**INSTITUCIÓN EDUCATIVA***	*:86378 "Santa Rosa" de Uchusquillo*
*6.2**ÁREA***	*:Matemática*
*6.3**NIVEL***	*:Secundaria EBR*
*6.4**GRADO Y SECCIÓN***	*: 1ro Única*
*6.5**TIEMPO PREVISTO***	*:2 horas pedagógicas (90 min.)*
6.6***FECHA***	*:12/09/16*

I.TÍTULO DE LA SESIÓN
"Evaluación"

VI.APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	**CAPACIDADES**	**INDICADORES**
ACTÚA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones Comunica y representa ideas matemáticas Elabora y usa estrategias Razona y argumenta generando ideas matemáticas	• Interpreta el concepto de la fracción a partir de los términos relacionando con la parte y con el todo de la unidad • Representa la unidad fraccionaria mediante un gráfico • Representa fracciones en la recta numérica • Clasifica las fracciones al compararlas con la unidad • Aplica la regla de producto de términos cruzados para dar la definición de fracciones equivalentes • Obtiene fracciones equivalentes aplicando procesos de amplificación y simplificación. • Diferencia las fracciones reducibles e irreducibles a partir del proceso de simplificación • Explica el procedimiento al simplificar una fracción • Explica las diferentes estrategias para comparar fracciones • Usa las expresiones $=, >$ y $<$ para establecer relaciones de comparación de fracciones • Aplica los procesos algorítmicos de la adición y sustracción respetando los signos • Resuelve problemas que involucran sumar o restar fracciones

		• Aplica las propiedades de la multiplicación al simplificar los procesos algorítmicos. • Describe los procedimientos en la solución de la división • Aplica las propiedades de la potencia de fracciones para realizar cálculos numéricos y simplificar expresiones • Resuelve problemas que involucran calcular la raíz de una fracción

VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio: (05 minutos)

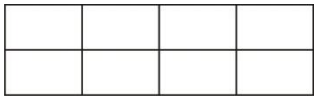
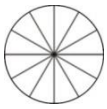
- El docente da las instrucciones a los estudiantes sobre cómo proceder en el desarrollo del examen.

Desarrollo: (40 minutos)

- El docente distribuye las pruebas escritas:

Interpreta y representa las siguientes fracciones

12. Sombrea la fracción correspondiente:

$\frac{3}{24}$	
$\frac{5}{6}$	
$\frac{12}{5}$	

Clasifica e identifica las fracciones

13. ¿Cuáles de estas fracciones representan la unidad fraccionaria o su amplificación?

j) $\frac{2}{5}$ k) $\frac{1}{7}$ l) $\frac{3}{9}$

m) $\frac{2}{7}$ n) $\frac{25}{10}$ o) $\frac{12}{8}$

p) $\frac{7}{49}$ q) $\frac{1}{9}$ r) $\frac{2}{16}$

14. ¿Cuáles de estas fracciones son entre ellas homogéneas?

j) $\frac{3}{5}$ k) $\frac{1}{8}$ l) $\frac{3}{7}$

m) $\frac{5}{8}$ n) $\frac{25}{10}$ o) $\frac{13}{8}$

p) $\frac{7}{39}$ q) $\frac{1}{4}$ r) $\frac{3}{17}$

15. ¿Cuáles de estas fracciones son fracciones impropias?

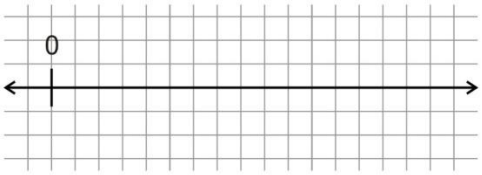
j)	$\frac{7}{5}$	k)	$\frac{1}{13}$	l)	$\frac{3}{7}$
m)	$\frac{5}{4}$	n)	$\frac{21}{11}$	o)	$\frac{13}{8}$
p)	$\frac{7}{39}$	q)	$\frac{1}{4}$	r)	$\frac{3}{17}$

Compara las fracciones con la unidad

16. Ordena de manera creciente las siguientes fracciones y ubícalas en la recta numérica:

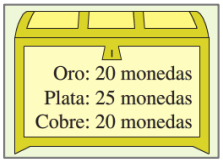
$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{3}$;

$\frac{1}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{3}{4}$;

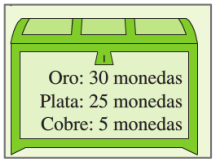


Ahora prueba a razonar

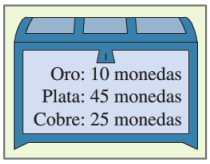
17. En cada baúl, ¿qué fracción del total representa las monedas indicadas?



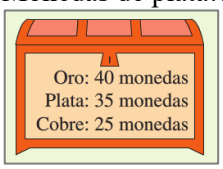
Monedas de oro……



Monedas de plata……



Monedas no de oro……



Monedas de cobre……

Resuelve los siguientes problemas realizando operaciones con fracciones

18. ¿Cuántos cuartos hay en $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{9}{12}$?

19. Una botella de aceite, cuya capacidad es $\frac{5}{2}$ de litros, está llena hasta sus $\frac{2}{3}$. ¿Cuántos litros de aceite hay en la botella?

20. Jorge recorre $\frac{3}{7}$ de la distancia entre dos ciudades en tren; $\frac{3}{4}$ del resto, en auto y 40 Km, en moto. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?

21. Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide $\frac{7}{2}$ cm.

22. La superficie de un cuadrado mide $\frac{25}{4}$ m^2. ¿Cuánto mide el lado?

Cierre: (45 minutos)

- El docente aclara todas las dudas de los estudiantes sobre el examen, a través de ejemplos.